

山东省威海市二中 2022-2023 学年高考前模拟数学试题试卷

请考生注意：

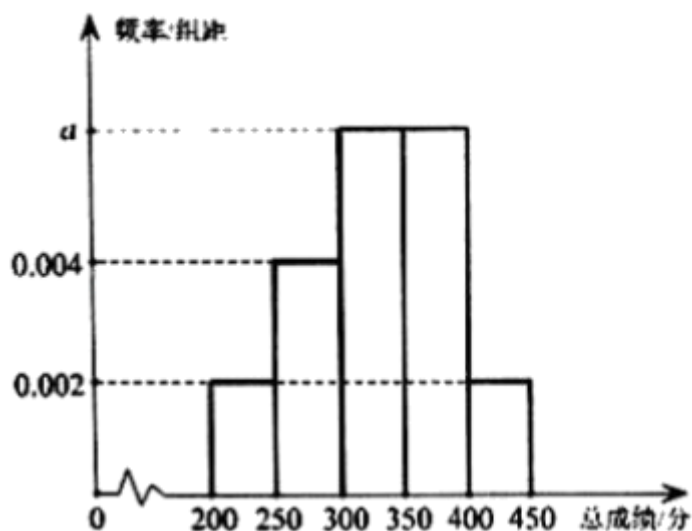
1. 请用 2B 铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用 0.5 毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。
2. 答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知函数 $f(x) = \sin\left(x + \frac{5\pi}{12}\right)$ ，要得到函数 $g(x) = \cos x$ 的图象，只需将 $y = f(x)$ 的图象()

- A. 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度
B. 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度
C. 向左平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个单位长度
D. 向右平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个单位长度

2. 某地区教育主管部门为了对该地区模拟考试成进行分析，随机抽取了 200 分到 450 分之间的 2000 名学生的成绩，并根据这 2000 名学生的成绩画出样本的频率分布直方图，如图所示，则成绩在 $[250, 350]$ 内的学生人数为 ()



- A. 800
B. 1000
C. 1200
D. 1600

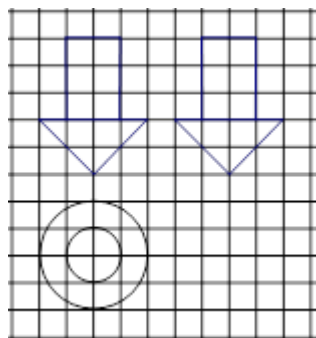
3. 已知命题 p : 若 $a < 1$ ，则 $a^2 < 1$ ，则下列说法正确的是 ()

- A. 命题 p 是真命题
B. 命题 p 的逆命题是真命题
C. 命题 p 的否命题是“若 $a < 1$ ，则 $a^2 \geq 1$ ”
D. 命题 p 的逆否命题是“若 $a^2 \geq 1$ ，则 $a < 1$ ”

4. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列， S_n 为其前 n 项和， $4 + a_5 = a_6 + a_{10}$ ，则 $S_{21} =$ ()

- A. 7
B. 14
C. 28
D. 84

5. 陀螺是中国民间最早的娱乐工具，也称陀罗．如图，网格纸上小正方形的边长为1，粗线画出的是某个陀螺的三视图，则该陀螺的表面积为（ ）



- A.** $(7 + 2\sqrt{2})\pi$
- B.** $(10 + 2\sqrt{2})\pi$
- C.** $(10 + 4\sqrt{2})\pi$
- D.** $(11 + 4\sqrt{2})\pi$

6. 已知向量 $\vec{a} = (1, \sqrt{3})$, $\vec{b}$ 是单位向量, 若 $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{3}$, 则 $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle =$ ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

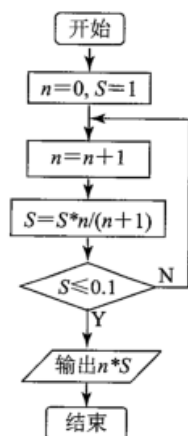
7. 已知 $p: \cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} + y\right)$, $q: x = y$ 则 p 是 q 的 ()

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

8. 已知七人排成一排拍照，其中甲、乙、丙三人两两不相邻，甲、丁两人必须相邻，则满足要求的排队方法数为（ ）.

- A. 432 B. 576 C. 696 D. 960

9. 阅读下面的程序框图，运行相应的程序，程序运行输出的结果是（ ）

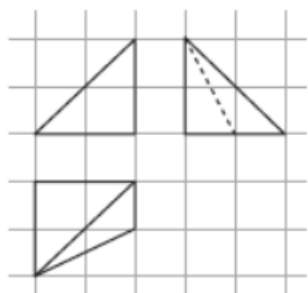


- A. 1. 1 B. 1 C. 2. 9 D. 2. 8**

10. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , O 为坐标原点, P 为双曲线在第一象限上的点, 直线 PO , PF_2 分别交双曲线 C 的左、右支于另一点 M, N , 若 $|PF_1| = 3|PF_2|$, 且 $\angle MF_2N = 60^\circ$, 则双曲线的离心率为()

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. 3 C. 2 D. $\frac{\sqrt{7}}{2}$

11. 如图网格纸上小正方形的边长为1, 粗线画出的是某几何体的三视图, 则该几何体的所有棱中最长棱的长度为()



- A. 2 B. $2\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{3}$ D. 1

12. 一个陶瓷圆盘的半径为 10cm , 中间有一个边长为 4cm 的正方形花纹, 向盘中投入 1000 粒米后, 发现落在正方形花纹上的米共有 51 粒, 据此估计圆周率 π 的值为 (精确到 0.001) ()

- A. 3.132 B. 3.137 C. 3.142 D. 3.147

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 直线 $x\sin\alpha + y + 2 = 0$ 的倾斜角的取值范围是_____.

14. 若 $(2x+1)^6 = a_0 + a_1(x+1) + a_2(x+1)^2 + \cdots + a_6(x+1)^6$, 则 $a_0 + a_1 + 2a_2 + 3a_3 + 4a_4 + 5a_5 + 6a_6 =$ _____.

15. 已知直角坐标系中起点为坐标原点的向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$, 且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}$, $\vec{c} = (m, 1-m)$, $\vec{d} = (n, 1-n)$, 存在 $\vec{a}, \vec{b}$, 对于任意的实数 m, n , 不等式 $|\vec{a} - \vec{c}| + |\vec{b} - \vec{d}| \geq T$, 则实数 T 的取值范围是_____.

16. 已知 $f(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq -1 \\ x^2-5, & -1 < x < 3 \\ \log_2 x, & x \geq 3 \end{cases}$, 则 $f[f(4)]$ 的值为_____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 设函数 $f(x) = \left| \frac{1}{2}x + 1 \right| + |x - 1|$ ($x \in \mathbf{R}$) 的最小值为 m .

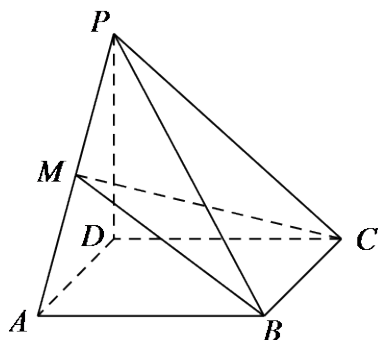
(1) 求 m 的值;

(2) 若 a, b, c 为正实数, 且 $\frac{1}{ma} + \frac{1}{2mb} + \frac{1}{3mc} = \frac{2}{3}$, 证明: $\frac{a}{9} + \frac{2b}{9} + \frac{c}{3} \geq 1$.

18. (12分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是矩形, M 是 PA 的中点, $PD \perp$ 平面 $ABCD$, 且 $PD = CD = 4$, $AD = 2$.

(1) 求 AP 与平面 CMB 所成角的正弦.

(2) 求二面角 $M-CB-P$ 的余弦值.



19. (12分) 已知函数 $f(x) = e^x - x$, $g(x) = (x+k)\ln(x+k) - x$.

(1) 若 $k=1$, $f'(t) = g'(t)$, 求实数 t 的值.

(2) 若 $a, b \in \mathbb{R}^+$, $f(a) + g(b) \geq f(0) + g(0) + ab$, 求正实数 k 的取值范围.

20. (12分) 已知函数 $f(x) = \frac{x-1}{ae^x} - 1$ ($a \in \mathbb{R}, a \neq 0$).

(1) 当 $a=1$ 时, 求函数 $f(x)$ 在 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(2) 若函数 $f(x)$ 没有零点, 求实数 a 的取值范围.

21. (12分) 设 O 为坐标原点, 动点 M 在椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1$ ($1 < a < 5$) 上, 该椭圆的左顶点 A 到直线 $x - y + 5 = 0$ 的距离为 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 若椭圆 C 外一点 N 满足, $\overrightarrow{MN}$ 平行于 y 轴, $(\overrightarrow{ON} - 2\overrightarrow{OM}) \cdot \overrightarrow{MN} = 0$, 动点 P 在直线 $x = 2\sqrt{3}$ 上, 满足 $\overrightarrow{ON} \cdot \overrightarrow{NP} = 2$. 设过点 N 且垂直 OP 的直线 l , 试问直线 l 是否过定点? 若过定点, 请写出该定点, 若不过定点请说明理由.

22. (10分) 已知函数 $f(x) = x^2 - bx + a \ln x$ ($a > 0, b \in \mathbb{R}$).

(1) 设 $b = a + 2$, 若 $f(x)$ 存在两个极值点 x_1, x_2 , 且 $|x_1 - x_2| > 1$, 求证: $|f(x_1) - f(x_2)| > 3 - 4 \ln 2$;

(2) 设 $g(x) = xf(x)$, $g(x)$ 在 $[1, e]$ 不单调, 且 $2b + \frac{1}{a} \leq 4e$ 恒成立, 求 a 的取值范围. (e 为自然对数的底数).

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. A

【解析】

根据函数图像平移原则, 即可容易求得结果.

【详解】

因为 $f\left(x + \frac{\pi}{12}\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x$,

故要得到 $g(x)$, 只需将 $f(x)$ 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度.

故选: A.

【点睛】

本题考查函数图像平移前后解析式的变化, 属基础题.

2. B

【解析】

由图可列方程算得 a , 然后求出成绩在 $[250, 350]$ 内的频率, 最后根据频数=总数×频率可以求得成绩在 $[250, 350]$ 内的学生人数.

【详解】

由频率和为 1, 得 $(0.002 + 0.004 + 2a + 0.002) \times 50 = 1$, 解得 $a = 0.006$,

所以成绩在 $[250, 350]$ 内的频率 $= (0.004 + 0.006) \times 50 = 0.5$,

所以成绩在 $[250, 350]$ 内的学生人数 $= 2000 \times 0.5 = 1000$.

故选: B

【点睛】

本题主要考查频率直方图的应用, 属基础题.

3. B

【解析】

解不等式，可判断 A 选项的正误；写出原命题的逆命题并判断其真假，可判断 B 选项的正误；利用原命题与否命题、逆否命题的关系可判断 C、D 选项的正误.综合可得出结论.

【详解】

解不等式 $a^2 < 1$ ，解得 $-1 < a < 1$ ，则命题 P 为假命题，A 选项错误；

命题 P 的逆命题是“若 $a^2 < 1$ ，则 $a < 1$ ”，该命题为真命题，B 选项正确；

命题 P 的否命题是“若 $a \geq 1$ ，则 $a^2 \geq 1$ ”，C 选项错误；

命题 P 的逆否命题是“若 $a^2 \geq 1$ ，则 $a \geq 1$ ”，D 选项错误.

故选：B.

【点睛】

本题考查四种命题的关系，考查推理能力，属于基础题.

4. D

【解析】

利用等差数列的通项公式，可求解得到 $a_{11} = 4$ ，利用求和公式和等差中项的性质，即得解

【详解】

$$Q \ 4 + a_5 = a_6 + a_{10},$$

$$\therefore 4 + a_{11} - 6d = a_{11} - 5d + a_{11} - d$$

解得 $a_{11} = 4$.

$$\therefore S_{21} = \frac{21(a_1 + a_{21})}{2} = 21a_{11} = 84.$$

故选：D

【点睛】

本题考查了等差数列的通项公式、求和公式和等差中项，考查了学生综合分析，转化划归，数学运算的能力，属于中档题.

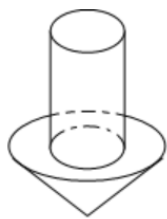
5. C

【解析】

画出几何体的直观图，利用三视图的数据求解几何体的表面积即可，

【详解】

由题意可知几何体的直观图如图：



上部是底面半径为 1，高为 3 的圆柱，下部是底面半径为 2，高为 2 的圆锥，

几何体的表面积为： $4\pi + \frac{1}{2} \times 4\pi \times 2\sqrt{2} + 2\pi \times 3 = (10 + 4\sqrt{2})\pi$ ，

故选：C

【点睛】

本题考查三视图求解几何体的表面积，判断几何体的形状是解题的关键.

6. C

【解析】

设 $\vec{b} = (x, y)$ ，根据题意求出 x, y 的值，代入向量夹角公式，即可得答案；

【详解】

设 $\vec{b} = (x, y)$ ， $\therefore \vec{a} - \vec{b} = (1 - x, \sqrt{3} - y)$ ，

Q $\vec{b}$ 是单位向量， $\therefore x^2 + y^2 = 1$ ，

Q $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{3}$ ， $\therefore (1 - x)^2 + (\sqrt{3} - y)^2 = 3$ ，

联立方程解得： $\begin{cases} x = -\frac{1}{2}, \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2}, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 1, \\ y = 0, \end{cases}$

当 $\begin{cases} x = -\frac{1}{2}, \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2}, \end{cases}$ 时， $\cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}}{2 \times 1} = \frac{1}{2}$ ； $\therefore \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\pi}{3}$

当 $\begin{cases} x = 1, \\ y = 0, \end{cases}$ 时， $\cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{1}{2 \times 1} = \frac{1}{2}$ ； $\therefore \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\pi}{3}$

综上所述： $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\pi}{3}$ 。

故选：C.

【点睛】

本题考查向量的模、夹角计算，考查函数与方程思想、转化与化归思想，考查逻辑推理能力、运算求解能力，求解时注意 b' 的两种情况.

7. B

【解析】

根据诱导公式化简 $\sin\left(\frac{\pi}{2} + y\right) = \cos y$ 再分析即可.

【详解】

因为 $\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} + y\right) = \cos y$, 所以 q 成立可以推出 p 成立, 但 p 成立得不到 q 成立, 例如 $\cos \frac{\pi}{3} = \cos \frac{5\pi}{3}$, 而

$\frac{\pi}{3} \neq \frac{5\pi}{3}$, 所以 p 是 q 的必要而不充分条件.

故选: B

【点睛】

本题考查充分与必要条件的判定以及诱导公式的运用, 属于基础题.

8. B

【解析】

先把没有要求的 3 人排好, 再分如下两种情况讨论: 1. 甲、丁两者一起, 与乙、丙都不相邻, 2. 甲、丁一起与乙、丙二者之一相邻.

【详解】

首先将除甲、乙、丙、丁外的其余 3 人排好, 共有 A_3^3 种不同排列方式, 甲、丁排在一起共有 A_2^2 种不同方式;

若甲、丁一起与乙、丙都不相邻, 插入余下三人产生的空档中, 共有 A_4^3 种不同方式;

若甲、丁一起与乙、丙二者之一相邻, 插入余下三人产生的空档中, 共有 $C_2^1 A_4^2$ 种不同方式;

根据分类加法、分步乘法原理, 得满足要求的排队方法数为 $A_3^3 A_2^2 (A_4^3 + C_2^1 A_4^2) = 576$ 种.

故选: B.

【点睛】

本题考查排列组合的综合应用, 在分类时, 要注意不重不漏的原则, 本题是一道中档题.

9. C

【解析】

根据程序框图的模拟过程, 写出每执行一次的运行结果, 属于基础题.

【详解】

初始值 $n = 0$ ， $S = 1$

第一次循环： $n = 1$ ， $S = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ；

第二次循环： $n = 2$ ， $S = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ ；

第三次循环： $n = 3$ ， $S = \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ ；

第四次循环： $n = 4$ ， $S = \frac{1}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$ ；

第五次循环： $n = 5$ ， $S = \frac{1}{5} \times \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$ ；

第六次循环： $n = 6$ ， $S = \frac{1}{6} \times \frac{6}{7} = \frac{1}{7}$ ；

第七次循环： $n = 7$ ， $S = \frac{1}{7} \times \frac{7}{8} = \frac{1}{8}$ ；

第九次循环： $n = 8$ ， $S = \frac{1}{8} \times \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$ ；

第十次循环： $n = 9$ ， $S = \frac{1}{9} \times \frac{9}{10} = \frac{1}{10} \leq 0.1$ ；

所以输出 $S = 9 \times \frac{1}{10} = 0.9$ 。

故选：C

【点睛】

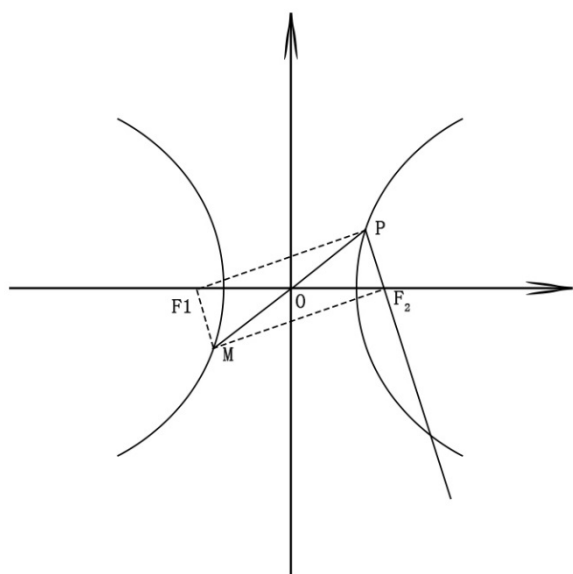
本题考查了循环结构的程序框图的读取以及运行结果，属于基础题。

10. D

【解析】

本道题结合双曲线的性质以及余弦定理，建立关于 a 与 c 的等式，计算离心率，即可。

【详解】



结合题意，绘图，结合双曲线性质可以得到 $PO=MO$ ，而 $F_1O = F_2O$ ，结合四边形对角线平分，可得四边形 PF_1MF_2 为平行四边形，结合 $\angle MF_2N = 60^\circ$ ，故 $\angle F_1MF_2 = 60^\circ$

对三角形 F_1MF_2 运用余弦定理，得到， $F_1M^2 + F_2M^2 - F_1F_2^2 = 2 \cdot MF_1 \cdot MF_2 \cdot \cos \angle F_1MF_2$

而结合 $|PF_1| = 3|PF_2|$ ，可得 $|MF_1| = a, |MF_2| = 3a$ ， $F_1F_2 = 2c$ ，代入上式子中，得到

$$a^2 + 9a^2 - 4c^2 = 3a^2, \text{ 结合离心率满足 } e = \frac{c}{a}, \text{ 即可得出 } e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{7}}{2}, \text{ 故选 D.}$$

【点睛】

本道题考查了余弦定理以及双曲线的性质，难度偏难.

11. C

【解析】

利用正方体将三视图还原，观察可得最长棱为 AD ，算出长度.

【详解】

几何体的直观图如图所示，易得最长的棱长为 $AD = 2\sqrt{3}$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/405243013321011342>

