云南省昆明市第一中学2024年数学高三上期末质量跟踪监视模拟试题

注意事项

1．考生要认真填写考场号和座位序号。

2．试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。

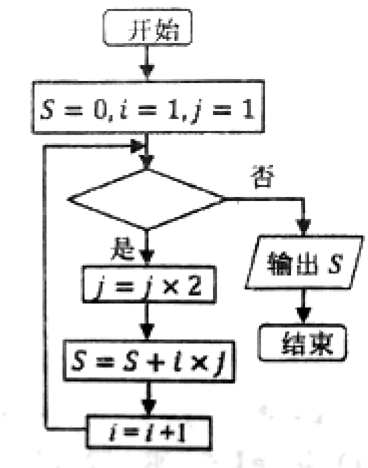
3．考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知$\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right)$，$\tan\left(\alpha-\pi\right)=-\frac{3}{4}$，则$\sin\alpha+\cos\alpha$等于（　　）.

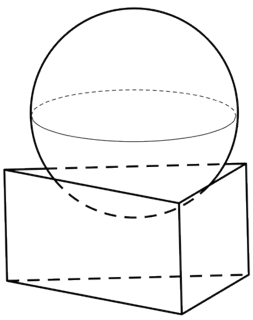
A．$\pm\frac{1}{5}$　　B．$-\frac{1}{5}$　　C．$\frac{1}{5}$　　D．$-\frac{7}{5}$

2．如图所示程序框图，若判断框内为“$i<4$”，则输出$S=$（　　）



A．2　　B．10　　C．34　　D．98

3．如图所示，直三棱柱的高为4，底面边长分别是5，12，13，当球与上底面三条棱都相切时球心到下底面距离为8，则球的体积为（　）



A．$\frac{160\sqrt{3}□}{3}$　　B．$\frac{64\sqrt{2}□}{3}$　　C．$\frac{96\sqrt{3}□}{3}$　　D．$\frac{256\sqrt{2}□}{3}$

4．若$x\in\left[0,1\right]$时，$e^x-|2x-a|\geq 0$，则a的取值范围为（　　）

A．$\left[-1,1\right]$　　B．$\left[2-e,e-2\right]$　　C．$\left[2-\mathrm{e},1\right]$　　D．$\left[2\ln 2-2,1\right]$

5．一个四面体所有棱长都是 4，四个顶点在同一个球上，则球的表面积为（　　）

A．24π　　B．$8\sqrt{6}\pi$　　C．$\dfrac{4\sqrt{3}\pi}{3}$　　D．12π

6．已知平面向量$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$，满足$|\vec{b}|=2,|\vec{a}+\vec{b}|=1,\vec{c}=\lambda\vec{a}+\mu\vec{b}$且$\lambda+2\mu=1$，若对每一个确定的向量$\vec{a}$，记$|\vec{c}|$的最小值为$m$，则当$\vec{a}$变化时，$m$的最大值为（　　）

A．$\dfrac{1}{4}$　　B．$\dfrac{1}{3}$　　C．$\dfrac{1}{2}$　　D．1

7．已知$\triangle ABC$是边长为3的正三角形，若$\overrightarrow{BD}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{BC}$，则$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=$

A．$-\dfrac{3}{2}$　　B．$\dfrac{15}{2}$

C．$\dfrac{3}{2}$　　D．$-\dfrac{15}{2}$

8．已知$|\vec{a}|=3|\vec{b}|=3$，且$(2\vec{a}-\vec{b})\perp(\vec{a}+4\vec{b})$，则$2\vec{a}-\vec{b}$在$\vec{a}$方向上的投影为（　　）

A．$\dfrac{7}{3}$　　B．14　　C．$\dfrac{20}{3}$　　D．7

9．已知函数$f\left(x\right)=ax+1+\left|2x^2+ax-1\right|$（$a\in R$）的最小值为 0，则$a=$（　　）

A．$\dfrac{1}{2}$　　B．-1　　C．±1　　D．$\pm\dfrac{1}{2}$

10．设不等式组$\begin{cases}x-2\le 0\\ x+y\ge 0\\ x-y\ge 0\end{cases}$，表示的平面区域为$\Omega$，在区域$\Omega$内任取一点$P\left(x,y\right)$，则$P$点的坐标满足不等式$x^2+y^2\le 2$的概率为

A．$\dfrac{\pi}{8}$　　B．$\dfrac{\pi}{4}$

C．$\dfrac{1}{2+\pi}$　　D．$\dfrac{1}{\sqrt{2}+\pi}$

11．已知$x>0$，$y>0$，$x+2y=3$，则$\dfrac{x^2+3y}{xy}$的最小值为（　　）

A．$3-2\sqrt{2}$　　B．$2\sqrt{2}+1$　　C．$\sqrt{2}-1$　　D．$\sqrt{2}+1$

12．已知集合$A=\left\{-2,-1,0,1\right\}$，$B=\left\{x\,|\,x^2\le a^2,a\in N^*\right\}$，若$A\subseteq B$，则$a$的最小值为（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．直线$4kx-4y-k=0$与抛物线$y^2=x$交于A,B两点，若$\left|\mathrm{AB}\right|=4$，则弦$AB$的中点到直线$x+\frac{1}{2}=0$的距离等于________.

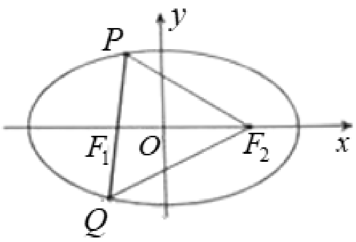
14．在平面直角坐标系 ***xOy*** 中，已知直线$l:y=\frac{1}{2}$与函数$f\left(x\right)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)\left(\omega>0\right)$的图象在 ***y*** 轴右侧的公共点从左到右依次为A_1，A_2，…，若点A_1的横坐标为 **1**，则点A_2的横坐标为________.

15．若$x>1$，则$2x+\frac{9}{x+1}+\frac{1}{x-1}$的最小值是______.

16．已知向量$\vec{a}=(2,m)$，$\vec{b}=(1,-2)$，且$\vec{a}\perp\vec{b}$，则实数 ***m*** 的值是________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）如图，已知椭圆E的右焦点为$F_2\left(1,0\right)$，P，Q为椭圆上的两个动点，$\triangle PQF_2$周长的最大值为 **8**.



（Ⅰ）求椭圆E的标准方程；

（Ⅱ）直线l经过F_2，交椭圆E于点A，B，直线m与直线l的倾斜角互补，且交椭圆E于点M，N，$\left|MN\right|^2=4\left|AB\right|$，求证：直线$m$与直线$l$的交点$T$在定直线上.

18．（12 分）在$\angle ABC$中，内角 ***A***，***B***，***C*** 的对边分别为 ***a***，***b***，***c***，且满足$\sqrt{3}a=\sqrt{3}b\cos C-c\sin B$.

（1）求 ***B***；

（2）若$b=2\sqrt{3}$，***AD*** 为 ***BC*** 边上的中线，当$\triangle ABC$的面积取得最大值时，求 ***AD*** 的长.

19．（12 分）已知点$M(-1,0),N(1,0)$，若点$P(x,y)$满足$|PM|+|PN|=4$.

（Ⅰ）求点P的轨迹方程；

（Ⅱ）过点$Q(-\sqrt{3},0)$的直线l与（Ⅰ）中曲线相交于A,B两点，O为坐标原点， 求ΔAOB面积的最大值及此时直线l的方程.

20．（12 分）椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的右焦点$F\left(\sqrt{2},0\right)$，过点$F$且与$x$轴垂直的直线被椭圆截得的弦长为$3\sqrt{2}$.

（1）求椭圆C的方程；

（2）过点$\left(2,0\right)$且斜率不为**0**的直线与椭圆C交于M，N两点.O为坐标原点，A为椭圆C的右顶点，求四边形$OMAN$面积的最大值.

21.（12分）已知在平面直角坐标系xoy中，直线l的参数方程为$\begin{cases} x=\dfrac{1}{2}m \\ y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}m \end{cases}$（$m$为参数），以坐标原点为极点，$x$轴非负半轴为极轴建立极坐标系，曲线$C$的极坐标方程为$\rho^2-2\rho\cos\theta-2=0$，点$A$的极坐标为$\left(\dfrac{2\sqrt{15}}{3},\dfrac{2\pi}{3}\right)$.

（1）求直线l的极坐标方程；

（2）若直线l与曲线C交于B，C两点，求$\vee ABC$的面积.

22.（10分）已知函数$f(x)=|x-k|+|x+2|(k\in R),g(x)=|2x+m|(m\in Z)$.

（1）若关于x的不等式$g(x)„1$的整数解有且仅有一个值-4，当$k=1$时，求不等式$f(x)„m$的解集；

（2）已知$h(x)=x^2-2x+3$，若$\forall x_1\in R,\exists x_2\in(0,+\infty)$，使得$f(x_1)\ldots h(x_2)$成立，求实数$k$的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**B**

【解析】

由已知条件利用诱导公式得$\tan\alpha=-\dfrac{3}{4}$，再利用三角函数的平方关系和象限角的符号，即可得到答案.

【详解】

由题意得$\tan\left(\alpha-\pi\right)=\ \tan\alpha=-\dfrac{3}{4}$，

又$\alpha\in\left(\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{2}\right)$，所以$\alpha\in\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$，$\cos\alpha\langle 0,\sin\alpha\rangle 0$，结合$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$解得$\sin\alpha=\dfrac{3}{5},\cos\alpha=-\dfrac{4}{5}$，

所以$\sin\alpha+\cos\alpha\ =\dfrac{3}{5}-\dfrac{4}{5}=-\dfrac{1}{5}$，

故选**B.**

【点睛】

本题考查三角函数的诱导公式、同角三角函数的平方关系以及三角函数的符号与位置关系，属于基础题.

2、C

【解析】

由题意，逐步分析循环中各变量的值的变化情况，即可得解.

【详解】

由题意运行程序可得：

$i<4$，$j=1\times2=2$，$s=0+1\times2=2$，$i=1+1=2$；

$i<4$，$j=2\times2=4$，$s=2+2\times4=10$，$i=2+1=3$；

$i<4$，$j=4\times2=8$，$s=10+3\times8=34$，$i=3+1=4$；

$i<4$不成立，此时输出$s=34$.

故选：C.

【点睛】

本题考查了程序框图，只需在理解程序框图的前提下细心计算即可，属于基础题.

3、A

【解析】

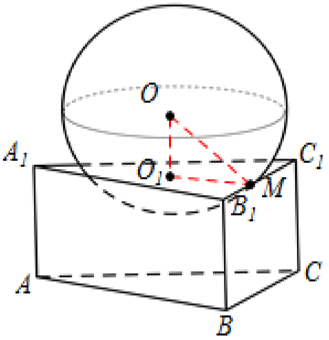
设球心为$\square$，三棱柱的上底面$\square\square_1\square_1\square_1$的内切圆的圆心为$\square_1$，该圆与边$\square_1\square_1$切于点$\square$，根据球的几何性质可得$\square\square\square_1\square$为直角三角形，然后根据题中数据求出圆$\square_1$半径，进而求得球的半径，最后可求出球的体积.

【详解】

如图，设三棱柱为$\square\square\square-\square_1\square_1\square_1$，且$\square\square=12,\square\square=5,\square\square=13$，高$\square\square_1=4$.

所以底面$\square\square_1\square_1\square_1$为斜边是$\square_1\square_1$的直角三角形，设该三角形的内切圆为圆$\square_1$，圆$\square_1$与边$\square_1\square_1$切于点$\square$，

则圆$\square_1$的半径为$\square_1\square=\frac{12+5-13}{2}=2$.



设球心为□，则由球的几何知识得$\square\square\square_1\square$为直角三角形，且$\square\square_1 = 8-4=4$，

所以$\square\square=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$，

即球□的半径为$2\sqrt{5}$，

所以球□的体积为$\frac{4}{3}\times\square\times(2\sqrt{5})^3=\frac{160\sqrt{5}\square}{3}$.

故选 **A**.

【点睛】

本题考查与球有关的组合体的问题，解答本题的关键有两个：

（1）构造以球半径□、球心到小圆圆心的距离□和小圆半径□为三边的直角三角形，并在此三角形内求出球的半径，这是解决与球有关的问题时常用的方法.

（2）若直角三角形的两直角边为□, □，斜边为□，则该直角三角形内切圆的半径$\square=\frac{\square+\square-\square}{2}$，合理利用中间结论可提高解题的效率.

4、D

【解析】

由题得$2x-e^x\le a\le 2x+e^x$对$\forall x\in[0,1]$恒成立，令$f(x)=2x-e^x, g(x)=2x+e^x$，然后分别求出$f(x)_{\max}$，$g(x)_{\min}$即可得a的取值范围.

【详解】

由题得$2x-e^x\le a\le 2x+e^x$对$\forall x\in[0,1]$恒成立，

令$f(x)=2x-e^x, g(x)=2x+e^x$，

Q $f'(x)=2-e^x$在$[0,1]$单调递减，且$f'(\ln 2)=0$，

$\therefore f\left(x\right)$在$\left(0,\ln 2\right)$上单调递增，在$\left(\ln 2,1\right)$上单调递减，

$\therefore a \geq f\left(x\right)_{\max} = f\left(\ln 2\right) = 2\ln 2 - 2$，

又$g\left(x\right) = 2x + e^{x}$在$\left[0,1\right]$单调递增，$\therefore a \leq g\left(x\right)_{\min} = g\left(0\right) = 1$，

$\therefore a$的取值范围为$\left[2\ln 2 - 2, 1\right]$.

故选：D

【点睛】

本题主要考查了不等式恒成立问题，导数的综合应用，考查了转化与化归的思想.求解不等式恒成立问题，可采用参变量分离法去求解.

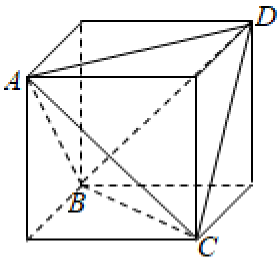
5、A

【解析】

将正四面体补成正方体，通过正方体的对角线与球的半径关系，求解即可.

【详解】

解：如图，将正四面体补形成一个正方体，正四面体的外接球与正方体的外接球相同，



∵四面体所有棱长都是4，

∴正方体的棱长为$2\sqrt{2}$，

设球的半径为r，

则$2r = \sqrt{\left(2\sqrt{2}\right)^{2} + 4^{2}}$，解得$r = \sqrt{6}$，

所以$S = 4\pi r^{2} = 24\pi$，

故选：A.

【点睛】

本题主要考查多面体外接球问题，解决本题的关键在于，巧妙构造正方体，利用正方体的外接球的直径为正方体的对角线，从而将问题巧妙转化，属于中档题.

6、B

【解析】

根据题意,建立平面直角坐标系.令 $\overrightarrow{OP}=\vec{a},\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ $\overrightarrow{OC}=\vec{c}$. E 为 OB 中点.由 $|\vec{a}+\vec{b}|=1$ 即可求得 P 点的轨迹方程.将 $\vec{c}=\lambda\vec{a}+\mu\vec{b}$ 变形,结合 $\lambda+2\mu=1$ 及平面向量基本定理可知 P,C,E 三点共线.由圆切线的性质可知 $|\vec{c}|$ 的最小值 m 即为 O 到直线 PE 的距离最小值,且当 PE 与圆 M 相切时, m 有最大值.利用圆的切线性质及点到直线距离公式即可求得直线方程,进而求得原点到直线的距离,即为 m 的最大值.

【详解】

根据题意, $|\vec{b}|=2$, 设 $\overrightarrow{OP}=\vec{a}=(x,y),\overrightarrow{OB}=\vec{b}=(2,0),\overrightarrow{OC}=\vec{c},E(1,0)$

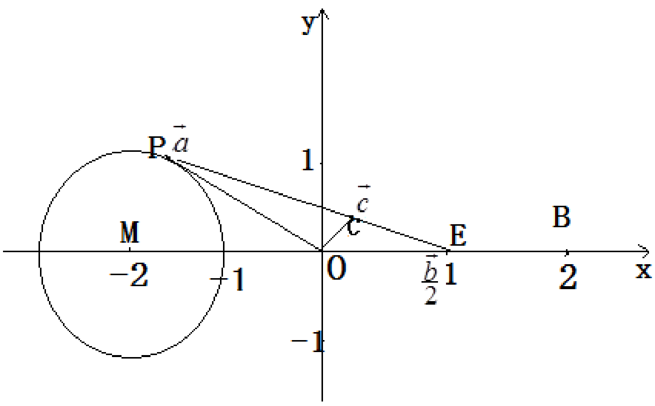
则 $\overrightarrow{OE}=\dfrac{\vec{b}}{2}$

由 $|\vec{a}+\vec{b}|=1$ 代入可得 $\sqrt{(x+2)^2+y^2}=1$

即 P 点的轨迹方程为 $(x+2)^2+y^2=1$

又因为 $\vec{c}=\lambda\vec{a}+\mu\vec{b}$,变形可得 $\vec{c}=\lambda\vec{a}+2\mu\left(\dfrac{\vec{b}}{2}\right)$,即 $\overrightarrow{OC}=\lambda\overrightarrow{OP}+2\mu\overrightarrow{OE}$,且 $\lambda+2\mu=1$

所以由平面向量基本定理可知 P,C,E 三点共线,如下图所示:



所以 $|\vec{c}|$ 的最小值 m 即为 O 到直线 PE 的距离最小值

根据圆的切线性质可知,当 PE 与圆 M 相切时, m 有最大值

设切线 PE 的方程为 $y=k(x-1)$,化简可得 $kx-y-k=0$

由切线性质及点 M 到直线距离公式可得 $\dfrac{|-2k-k|}{\sqrt{k^2+1}}=1$,化简可得 $8k^2=1$

即 $k=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

所以切线方程为$\frac{\sqrt{2}}{4}x-y-\frac{\sqrt{2}}{4}=0$或$\frac{\sqrt{2}}{4}x+y-\frac{\sqrt{2}}{4}=0$

所以当$\vec{a}$变化时，O到直线PE的最大值为$m=\frac{\left|-\frac{\sqrt{2}}{4}\right|}{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2+\left(\pm 1\right)^2}}=\frac{1}{3}$

即m的最大值为$\frac{1}{3}$

故选:**B**

【点睛】

本题考查了平面向量的坐标应用,平面向量基本定理的应用，圆的轨迹方程问题,圆的切线性质及点到直线距离公式的应用,综合性强,属于难题.

7、**A**

【解析】

由$\overrightarrow{BD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$可得$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$，因为$\triangle ABC$是边长为$3$的正三角形，所以

$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=(\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC})\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}^2=3\times 3\cos 120^\circ+\frac{1}{3}\times 3^2=-\frac{3}{2}$，故选 **A.**

8、**C**

【解析】

由向量垂直的向量表示求出$\vec{a}\cdot\vec{b}$，再由投影的定义计算.

【详解】

由$(2\vec{a}-\vec{b})\perp(\vec{a}+4\vec{b})$

可得$(2\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}+4\vec{b})=2\vec{a}^2+7\vec{a}\cdot\vec{b}-4\vec{b}^2=0$，因为$|\vec{a}|=3|\vec{b}|=3$，所以$\vec{a}\cdot\vec{b}=-2$．故$2\vec{a}-\vec{b}$在$\vec{a}$方向上的投影

为$\frac{(2\vec{a}-\vec{b})\cdot\vec{a}}{|\vec{a}|}=\frac{2\vec{a}^2-\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|}=\frac{18+2}{3}=\frac{20}{3}$．

故选：**C.**

【点睛】

本题考查向量的数量积与投影．掌握向量垂直与数量积的关系是解题关键.

9、**C**

【解析】

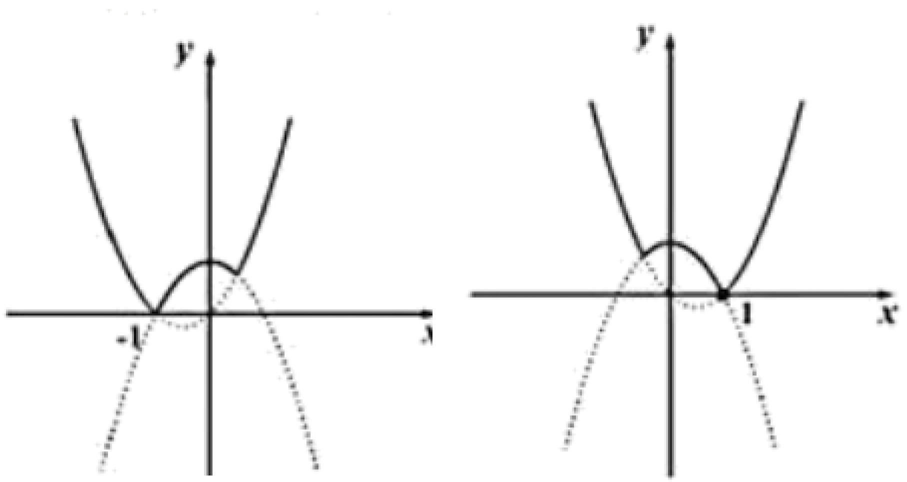
设$\begin{cases} g(x)+h(x)=ax+1 \\ g(x)-h(x)=2x^2+ax-1 \end{cases}$，计算可得$f(x)=\begin{cases} 2g(x), g(x)\ge h(x) \\ 2h(x), g(x)<h(x) \end{cases}$，再结合图像即可求出答案.

【详解】

设$\begin{cases} g(x)+h(x)=ax+1 \\ g(x)-h(x)=2x^2+ax-1 \end{cases}$，则$\begin{cases} g(x)=x^2+ax \\ h(x)=1-x^2 \end{cases}$，

则$f(x)=g(x)+h(x)+\left|g(x)-h(x)\right|=\begin{cases} 2g(x), g(x)\ge h(x) \\ 2h(x), g(x)<h(x) \end{cases}$，

由于函数$f(x)$的最小值为**0**，作出函数$g(x), h(x)$的大致图像，



结合图像，$1-x^2=0$，得$x=\pm 1$，

所以$a=\pm 1$.

故选：**C**

【点睛】

本题主要考查了分段函数的图像与性质，考查转化思想，考查数形结合思想，属于中档题.

10、**A**

【解析】

画出不等式组表示的区域Ω，求出其面积，再得到$x^2+y^2\le 2$在区域Ω内的面积，根据几何概型的公式，得到答案.

【详解】

画出$\begin{cases} x-2\le 0 \\ x+y\ge 0 \\ x-y\ge 0 \end{cases}$所表示的区域$\Omega$，易知$A(2,2), B(2,-2)$，

所以$\vee AOB$的面积为4，

满足不等式$x^2+y^2\le 2$的点，在区域Ω内是一个以原点为圆心，$\sqrt{2}$为半径的$\frac{1}{4}$圆面，其面积为$\frac{\pi}{2}$，