2024年上海市静安区中考数学二模试卷

一、选择题：（本大题共6题，每题4分，满分24分）[每小题只有一个正确选项，在答题纸相应题号的选项上用2B铅笔正确填涂]

1.（4分）下列各数中，是无理数的为（　　）

A．$\sqrt{4}$　　B．$\sqrt[3]{3}$　　C．π^0　　D．$\frac{1}{7}$

2.（4分）下列运算正确的是（　　）

A．$a^2\div a^3=a^{-1}$　　B．$\sqrt{a^2}=a$　　C．$(a^2)^3=a^5$　　D．$a^3+a^3=a^6$

3.（4分）下列图形中，对称轴条数最多的是（　　）

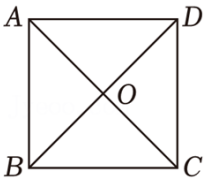
A．等腰直角三角形　　B．等腰梯形

C．正方形　　D．正三角形

4.（4分）一次函数$y=kx+b$中，如果$k<0$，$b\geq 0$，那么该函数的图象一定不经过（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

5.（4分）如图，菱形$ABCD$的对角线AC、BD相交于点O，那么下列条件中，能判断菱形$ABCD$是正方形的为（　　）



A．$\angle AOB=\angle AOD$　B．$\angle ABO=\angle ADO$　C．$\angle BAO=\angle DAO$　D．$\angle ABC=\angle BCD$

6.（4分）对于命题：①如果两条弧相等，那么它们所对的圆心角相等；②如果两个圆心角相等，那么它们所对的弧相等．下列判断正确的是（　　）

A．①是真命题，②是假命题

B．①是假命题，②是真命题

C．①、②都是真命题

D．①、②都是假命题

二、填空题：（本大题共12题，每题4分，满分48分）[在答题纸相应题号后的空格内直接填写答案]

7.（4分）计算：$|1-\sqrt{2}|=$_____.

8.（4分）函数$f(x)=\frac{1}{x+1}$的定义域是_____.

9.（4分）方程$(x-1)\sqrt{x-2}=0$的根为_____.

10．（4 分）如果一个正多边形的内角和是 720°，那么它的中心角是 _____度．

11．（4 分）如果关于 x 的一元二次方程 $ax^2+2x+1=0$ 有实数根，那么 a 的取值范围是 _____．

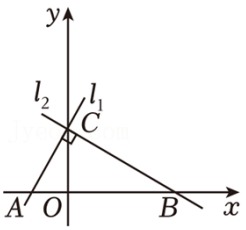
12．（4 分）反比例函数 $y=\frac{m^2+1}{x}$（其中 m 为任意实数）的图象在第 _____象限．

13．（4 分）将一枚硬币连续抛两次，两次都是正面朝上的概率是 _____．

14．（4 分）一位短跑选手 10 次 100 米赛跑的成绩如下：2 次 12″3，1 次 12″1，3 次 12″7，4 次 12″5，那么这 10 个数据的中位数是 _____．

15．（4 分）在△ABC 中，点 D、E、F 分别是边 AB、AC、BC 的中点，设 $\overrightarrow{DE}=\vec{a}$，$\overrightarrow{DF}=\vec{b}$，那么向量 $\overrightarrow{AB}$ 用向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 表示为 _____．

16．（4 分）如图，在平面直角坐标系中，已知直线 l_1 与直线 l_2 交于点 C（0，1），它们的夹角为 90°．直线 l_1 交 x 轴负半轴于点 A，直线 l_2 与 x 轴正半轴交于点 B（2，0），那么点 A 的坐标是 _____．



17．（4 分）如果半径分别为 r 和 2 的两个圆内含，圆心距 $d=3$，那么 r 的取值范围是 _____．

18．（4 分）如图，矩形 $ABCD$ 中，$AB=8$，$BC=17$，将该矩形绕着点 A 旋转，得到四边形 $AB_1C_1D_1$，使点 D 在直线 B_1C_1 上，那么线段 BB_1 的长度是 _____．

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）[将下列各题的解答过程，做在答题纸的相应位置上]

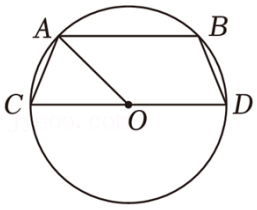
19．（10 分）先化简，再求值：$\frac{x^2-4}{x^2-4x+4}\div\frac{x+2}{x+1}-\frac{x}{x-2}$，其中 $x=\sqrt{2}$．

20．（10 分）解不等式组 $\begin{cases}3-x\geq 0\\ \frac{4}{3}x+\frac{3}{2}>-\frac{x}{6}\end{cases}$，并写出它的整数解．

21．（10 分）已知：如图，CD 是⊙O 的直径，AC、AB、BD 是⊙O 的弦，$AB\parallel CD$．

（1）求证：$AC=BD$；

（2）如果弦 AB 长为 8，它与劣弧 $\overset{\frown}{AB}$ 组成的弓形高为 2，求 CD 的长．



22．（10 分）某区连续几年的 *GDP*（国民生产总值）情况，如表所示：

年份	第 1 年	第 2 年	第 3 年	第 4 年	第 5 年
GDP（百亿元）	10.0	11.0	12.4	13.5	■

我们将这些数据，在平面直角坐标系内，用坐标形式表示出来，它们分别为点：*A*（1，10.0）、*B*（2，11.0）、*C*（3，12.4）、*D*（4，13.5）．如果运用函数与统计等知识预测该区下一年的 *GDP*，可以尝试选择直线 *AB*、直线 *AC* 等函数模型来进行分析．

（1）根据点 *A*、*B* 的坐标，可得直线 *AB* 的表达式为 $y=x+9$．请根据点 *A*、*C* 坐标，求出直线 *AC* 的表达式；

（2）假设经济发展环境和条件不变，要预测该区第五年的 *GDP* 情况，可以参考方差等相关知识，分析选用哪一函数模型进行预测较为合适．

（说明：在计算与绘图时，当实际数据绘制的点与模型上对应的点位置越接近时，模型越适宜．我们可通过计算一组 *GDP* 所有实际值偏离图象上对应点纵坐标值的程度，即偏离方差，来进行模型分析，一般偏离方差越小越适宜．）

例如：分析直线 *AB*，即 $f(x)=x+9$ 上的点，可知 $f(1)=10$，$f(2)=11$，$f(3)=12$，$f(4)=13$，

求得偏离方差 $S_{AB}^2=\frac{1}{4}[(10-10)^2+(11-11)^2+(12.4-12)^2+(13.5-13)^2]=0.1025$．

请依据以上方式，求出关于直线 *AC* 的偏离方差值：$S_{AC}^2=$ _____；

问题：你认为在选用直线 *AB* 与直线 *AC* 进行预测的两个方案中，相对哪个较为合适？

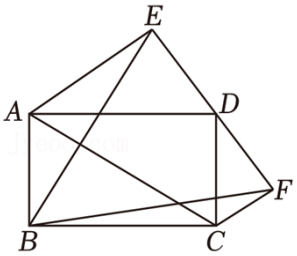
请写出所选直线的表达式：_____；

根据此函数模型，预估该区第五年的 *GDP* 约为 _____百亿元．

23．（12 分）已知：如图，直线 *EF* 经过矩形 *ABCD* 顶点 *D*，分别过顶点 *A*、*C* 作 *EF* 的垂线，垂足分别为点 *E* 和点 *F*，且 *DE*＝*DF*，联结 *AC*．

（1）求证：$AD^2=AE\cdot AC$；

（2）联结 *BE* 和 *BF*，求证：*BE*＝*BF*．

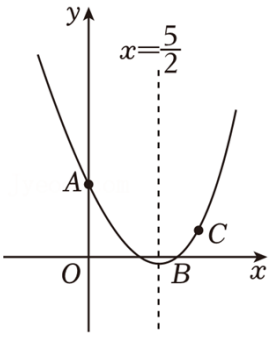


24．（12 分）如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线关于直线 $x=\frac{5}{2}$ 对称，且经过点 A（0，3）和点 B（3，0），横坐标为 4 的点 C 在此抛物线上．

（1）求该抛物线的表达式；

（2）联结 AB、BC、AC，求 $\tan\angle BAC$ 的值；

（3）如果点 P 在对称轴右方的抛物线上，且 $\angle PAC=45°$，过点 P 作 $PQ\perp y$ 轴，垂足为 Q，请说明 $\angle APQ=\angle BAC$，并求点 P 的坐标．



25．（14 分）如图 1，$\triangle ABC$ 中，已知 $AB=6$，$BC=9$，$\angle B$ 为锐角，$\cos\angle ABC=\frac{1}{3}$.

（1）求 $\sin C$ 的值；

（2）如图 2，点 P 在边 AB 上，点 Q 是边 BC 的中点，$\odot P$ 经过点 A，$\odot P$ 与 $\odot Q$ 外切，且 $\odot Q$ 的直径不大于 BC，设 $\odot P$ 的半径为 x，$\odot Q$ 的半径为 y，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出定义域；

（3）在第（2）小题条件下，联结 PQ，如果 $\triangle BPQ$ 是等腰三角形，求 AP 的长．

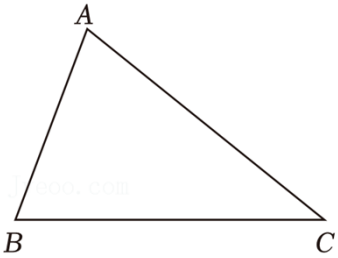


图1

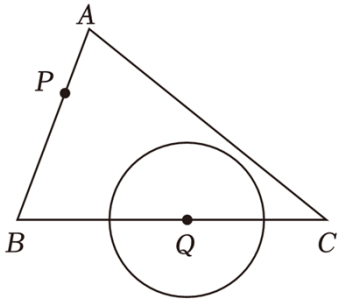


图2

2024年上海市静安区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共6题，每题4分，满分24分）[每小题只有一个正确选项，在答题纸相应题号的选项上用2B铅笔正确填涂]

1.（4分）下列各数中，是无理数的为（　　）

A．$\sqrt{4}$　　B．$\sqrt[3]{3}$　　C．π^0　　D．$\frac{1}{7}$

【考点】无理数；零指数幂；算术平方根；立方根．

【答案】*B*

【分析】根据无理数的定义，零指数幂及数的开方法则对各选项进行逐一分析即可．

【解答】解：*A*、$\sqrt{4}=2$，2是有理数，不符合题意；

B、$\sqrt[3]{3}$是无理数，符合题意；

C、$\pi^0=1$，1是有理数，不符合题意；

D、$\frac{1}{7}$是有理数，不符合题意．

故选：*B*．

2.（4分）下列运算正确的是（　　）

A．$a^2\div a^3=a^{-1}$　　B．$\sqrt{a^2}=a$　　C．$(a^2)^3=a^5$　　D．$a^3+a^3=a^6$

【考点】二次根式的性质与化简；合并同类项；幂的乘方与积的乘方；同底数幂的除法；负整数指数幂．

【答案】*A*

【分析】分别根据同底数幂的除法法则，二次根式的性质与化简，幂的乘方与积的乘方法则，合并同类项的法则对各选项进行逐一判断即可．

【解答】解：*A*、$a^2\div a^3=a^{-1}$，正确，符合题意；

B、$\sqrt{a^2}=|a|$，原计算错误，不符合题意；

C、$(a^2)^3=a^6$，原计算错误，不符合题意；

D、$a^3+a^3=2a^3$，原计算错误，不符合题意．

故选：*A*．

3.（4分）下列图形中，对称轴条数最多的是（　　）

A．等腰直角三角形　　B．等腰梯形

C．正方形　　D．正三角形

【考点】轴对称图形；轴对称的性质．

【答案】*C*

【分析】先根据轴对称图形的定义确定各选项图形的对称轴条数，然后比较即可选出对称轴条数最多的图形．

【解答】解：*A*、等腰直角三角形有 1 条对称轴；

B、等腰梯形有 1 条对称轴；

C、正方形有 4 条对称轴；

D、正三角形有 3 条对称轴．

故选：*C*．

4．（4 分）一次函数 $y=kx+b$ 中，如果 $k<0$，$b\geqslant 0$，那么该函数的图象一定不经过（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

【考点】一次函数的性质．

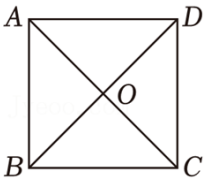
【答案】*C*

【分析】根据一次函数图象与系数的关系进行判断即可．

【解答】解：当一次函数 $y=kx+b$ 中 $k<0$，$b\geqslant 0$，该函数的图象一定不经过第三象限，

故选：*C*．

5．（4 分）如图，菱形 *ABCD* 的对角线 *AC*、*BD* 相交于点 *O*，那么下列条件中，能判断菱形 *ABCD* 是正方形的为（　　）



A．$\angle AOB=\angle AOD$　B．$\angle ABO=\angle ADO$　C．$\angle BAO=\angle DAO$　D．$\angle ABC=\angle BCD$

【考点】正方形的判定；菱形的性质．

【答案】*D*

【分析】根据菱形 到现在和正方形 的判定定理即可得到结论．

【解答】解：*A*、∵$\angle AOB=\angle AOD$，$\angle AOB+\angle AOD=180°$，

∴$\angle AOB=\angle AOD=90°$，

∴$AC\perp BD$，

∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴$AC \perp BD$，故不能判断菱形 $ABCD$ 是正方形；故 A 不符合题意；

B、∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴$\angle ABC=\angle ADC$，$\angle ABD=\angle ADB=\frac{1}{2}\angle ABC$，

故不能判断菱形 $ABCD$ 是正方形；故 B 不符合题意；

C、∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴$AB=AD$，$AO \perp BD$，

∴$\angle BAO=\angle DAO$，

故不能判断菱形 $ABCD$ 是正方形；故 A 不符合题意；

D、∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴$AB=CD$，

∴$\angle ABC+\angle BCD=180°$，

∵$\angle ABC=\angle BCD$，

∴$\angle ABC=90°$，

∴菱形 $ABCD$ 是正方形，故 D 符合题意．

故选：D．

6．（4 分）对于命题：①如果两条弧相等，那么它们所对的圆心角相等；②如果两个圆心角相等，那么它们所对的弧相等．下列判断正确的是（　　）

A．①是真命题，②是假命题

B．①是假命题，②是真命题

C．①、②都是真命题

D．①、②都是假命题

【考点】命题与定理；圆心角、弧、弦的关系．

【答案】A

【分析】根据圆心角、弧、弦的关系定理判断即可．

【解答】解：①如果两条弧相等，那么它们所对的圆心角相等，是真命题；

②在同圆或等圆中，如果两个圆心角相等，那么它们所对的弧相等，故本小题说法是假命题

故选：A．

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）[在答题纸相应题号后的空格内直接填写答案]

7．（4 分）计算：$|1-\sqrt{2}|=$__$\sqrt{2}-1$__．

【考点】实数的性质．

【答案】见试题解答内容

【分析】根据负数的绝对值等于它的相反数解答．

【解答】解：$|-\sqrt{2}|=\sqrt{2}-1$．

故答案为：$\sqrt{2}-1$．

8．（4 分）函数$f(x)=\frac{1}{x+1}$的定义域是 __$x\neq-1$__．

【考点】函数自变量的取值范围．

【答案】$x\neq-1$．

【分析】根据分式有意义的条件，分母不等于 0，就可以求解．

【解答】解：根据题意得：$x+1\neq0$，

解得：$x\neq-1$．

故答案为：$x\neq-1$．

9．（4 分）方程$(x-1)\sqrt{x-2}=0$的根为 __$x=2$__．

【考点】无理方程．

【答案】$x=2$．

【分析】依据题意，$x\geqslant2$，从而 $x=1>0$，可得$\sqrt{x-2}=0$，进而计算可以得解．

【解答】解：由题意得，$x-2\geqslant0$，

$\therefore x\geqslant2$．

$\therefore x-1>0$．

$\therefore\sqrt{x-2}=0$．

$\therefore x-2=0$．

$\therefore x=2$．

故答案为：$x=2$．

10．（4 分）如果一个正多边形的内角和是 720°，那么它的中心角是 __60__度．

【考点】多边形内角与外角．

【答案】60．

【分析】先根据正多边形的内角和求出边数，再求其中心角的度数即可．

【解答】解：设这个正多边形的边数为 n，

由题意得，（n﹣2）×180°＝720°，

解得 n＝6，

∴正六边形的中心角是 360°÷6＝60°，

故答案为：60．

11．（4 分）如果关于 x 的一元二次方程 $ax^2+2x+1=0$ 有实数根，那么 a 的取值范围是 $a\leqslant 1$ 且 $a\neq 0$．

【考点】根的判别式．

【答案】$a\leqslant 1$ 且 $a\neq 0$．

【分析】根据一元二次方程的定义及一元二次方程根的判别式得出关于 a 的不等式组，求出 a 的取值范围即可．

【解答】解：∵关于 x 的一元二次方程 $ax^2+2x+1=0$ 有实数根，

∴$\begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta = 2^2-4a\geq 0 \end{cases}$，

解得 $a\leqslant 1$ 且 $a\neq 0$．

故答案为：$a\leqslant 1$ 且 $a\neq 0$．

12．（4 分）反比例函数 $y=\frac{m^2+1}{x}$（其中 m 为任意实数）的图象在第 一、三 象限．

【考点】反比例函数的性质；反比例函数的图象．

【答案】一、三．

【分析】然后根据非负数的性质确定 $k>0$，再根据反比例函数的性质解答．

【解答】解：∵反比例函数 $y=\frac{m^2+1}{x}$，

∴$k=m^2+1>0$，

∴此反比例函数的图象在第一、三象限．

故答案为：一、三．

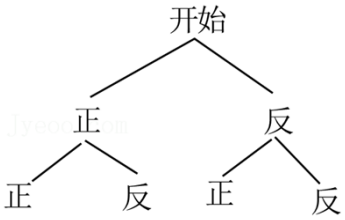
13．（4 分）将一枚硬币连续抛两次，两次都是正面朝上的概率是 $\frac{1}{4}$．

【考点】列表法与树状图法．

【答案】$\frac{1}{4}$．

【分析】画树状图展示所有 4 种等可能的结果数，找出两次都是正面朝上的结果数，然后根据概率公式求解．

【解答】解：画树状图为：



共有 4 种等可能的结果数，两次都是正面朝上的结果数为 1，

所以两次都是正面朝上的概率为$\frac{1}{4}$，

故答案为：$\frac{1}{4}$.

14.（4 分）一位短跑选手 10 次 100 米赛跑的成绩如下：2 次 12″3，1 次 12″1，3 次 12″7，4 次 12″5，那么这 10 个数据的中位数是 __12″5__.

【考点】中位数.

【答案】12″5.

【分析】根据中位数的定义求解即可.

【解答】解：这组数据中第 5、6 个数据分别为 12″5，12″5，

所以这 10 个数据的中位数是 12″5，

故答案为：12″5.

15.（4 分）在△*ABC* 中，点 *D*、*E*、*F* 分别是边 *AB*、*AC*、*BC* 的中点，设$\overrightarrow{DE}=\vec{a}$，$\overrightarrow{DF}=\vec{b}$，那么向量$\overrightarrow{AB}$用向量$\vec{a}$、$\vec{b}$表示为 __$-2\vec{a}+2\vec{b}$__.

【考点】*平面向量；三角形中位线定理.

【答案】$-2\vec{a}+2\vec{b}$.

【分析】首先利用三角形中位线定理求得 $EF=\frac{1}{2}AB$，则 $AB=2EF$；然后由三角形法则求得$\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{DF}-\overrightarrow{DE}$. 代入求值即可.

【解答】解：在△*ABC* 中，∵点 *E*、*F* 分别是边 *AC*、*BC* 的中点，

∴*FE* 是△*ABC* 的中点.

∴$EF=\frac{1}{2}AB$.

∴$AB=2EF$.

∵$\overrightarrow{DE}=\vec{a}$，$\overrightarrow{DF}=\vec{b}$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/407032066016010014