

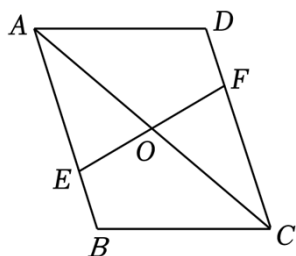
平行四边形常考的八大模型

热点题型解读

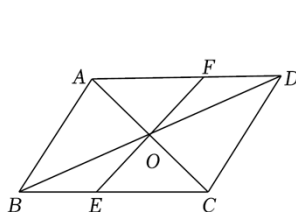


【题型1 平行四边形中的“8字全等”模型】

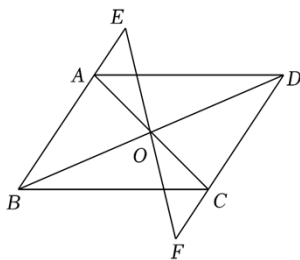
1. (2023·越秀区一模) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, E, F 分别是 AB, CD 上一点, $AE=CF$, EF 交 AC 于点 O . 求证: $AO=CO$.



2. 如图①, $\square ABCD$ 的对角线 AC, BD 相交于点 O , 直线 EF 过点 O 且分别与 BC, AD 相交于点 E, F .
- (1) 求证: $OE=OF$;
- (2) 如图②, 若直线 EF 与 DC, BA 的延长线分别相交于点 F, E , 上述结论还成立吗? 若成立, 请证明; 若不成立, 请说明理由.



图①

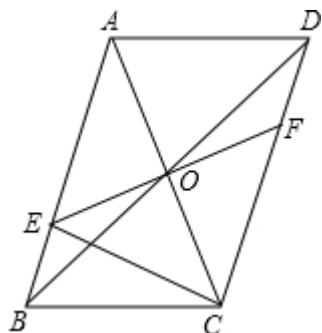


图②

3. 如图, $\square ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , EF 过点 O 且与 AB 、 CD 分别相交于点 E 、 F , 连接 EC .

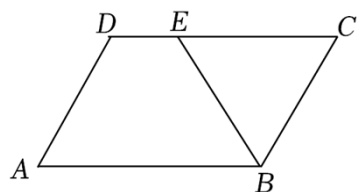
(1) 求证: $OE=OF$;

(2) 若 $EF \perp AC$, $\triangle BEC$ 的周长是 10, 求 $\square ABCD$ 的周长.



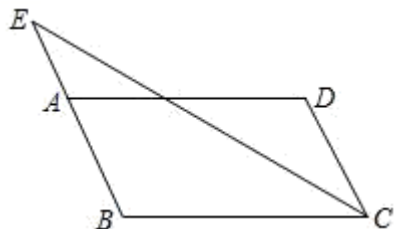
【题型 2 平行四边形中的“平行线+角平分线”模型】

1. (2022•吉阳区模拟) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $\angle ABC$ 的平分线交 CD 于点 E . 若 $AD=4$, $AB=6$, 则 DE 等于 ()



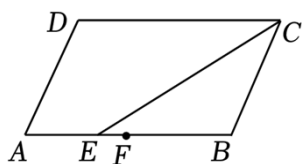
- A. 1.5 B. 2 C. 2.5 D. 3

2. (2022 春•霍州市期末) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $\angle BCD$ 的平分线交 BA 的延长线于点 E , $AE=2$, $AD=5$, 则 CD 的长为 ()



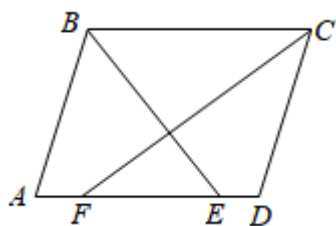
- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1.5

3. (2022 春·碧江区 校级期中) 如图所示, 在平行四边形 $ABCD$ 中, CE 是 $\angle DCB$ 的平分线, F 是 AB 的中点, 且 $AB=6$ 、 $BC=4$, 则 $AE:EF:FB$ 为 ()



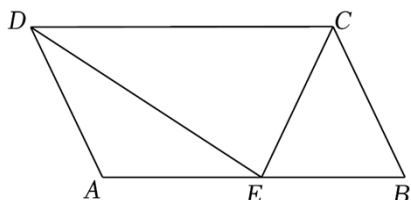
- A. 3: 2: 5 B. 2: 1: 3 C. 3: 2: 1 D. 3: 1: 4

4. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $\angle ABC$ 的平分线交 AD 于点 E , $\angle BCD$ 的平分线交 AD 于点 F , 若 $AB=4$, $AF=1$, 则 BC 的长是 ()



- A. 4 B. 5 C. 7 D. 6

5. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle ADC$, $\angle BCD$ 的角平分线交于点 E , 且 E 点在边 AB 上且 $CE=AD=5$, 线段 DE 的长度是 ()

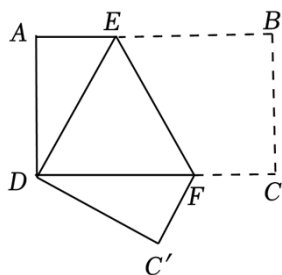


- A. 5 B. $5\sqrt{3}$ C. $6\sqrt{3}$ D. 10

6. (2022 秋·泰山区校级期末) 在平行四边形 $ABCD$ 中, BF 平分 $\angle ABC$, 交 AD 于点 F , CE 平分 $\angle BCD$, 交 AD 于点 E , $AB=6$, $EF=2$, 则 BC 的长为 _____.

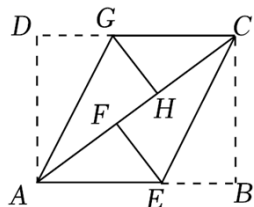
【题型 3 矩形中的折叠模型】

1. (2022 秋·兴庆区校级月考) 已知, 如图长方形 $ABCD$ 中, $AB=9$, $AD=3$, 将此长方形折叠, 使点 B 与点 D 重合, 折痕为 EF , 则 $\triangle ADE$ 的面积为 ()

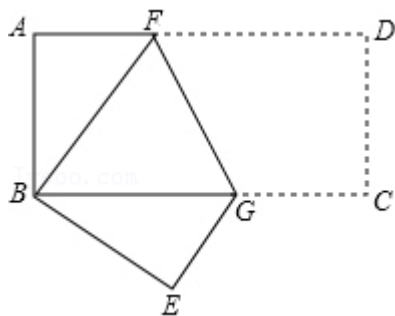


- A. 3 B. 4 C. 6 D. 12

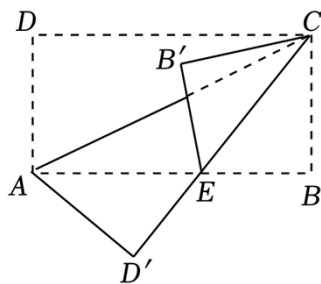
2. (2023•大连模拟) 如图, $ABCD$ 是矩形纸片, 翻折 $\angle B$, $\angle D$, 使 BC , AD 恰好落在 AC 上. 设 F , H 分别是 B , D 落在上的两点, E , G 分别是折痕 CE , AG 与 AB , CD 的交点, 若 $AB=8\text{cm}$, $BC=6\text{cm}$, 则 FH 的长为 _____ cm .



3. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=6$, $BC=18$, 把矩形折叠, 使点 D 与点 B 重合, 点 C 落在点 E 处, 则折痕 FG 的长为 _____.



4. (2023•本溪模拟) 如图, 矩形 $ABCD$ 的边 AD 的长为 6, 将 $\triangle ADC$ 沿对角线 AC 翻折得到 $\triangle AD'C$, CD' 与 AB 交于点 E , 再以 CD' 为折痕, 将 $\triangle BCE$ 进行翻折, 得到 $\triangle B'CE$, 若两次折叠后, 点 B' 恰好落在 $\triangle ADC$ 的边上, 则 AB 的长为 _____.



5. (2023 春•滑县期中) 综合与实践

综合与实践课上, 老师让同学们以“矩形的折叠”为主题开展数学活动.

(1) 操作判断

操作一: 如图 1, 将矩形纸片 $ABCD$ 沿过点 D 的直线折叠, 使点 A 落在 CD 上的点 A' 处. 得到折痕 DE ;

操作二: 将图 1 中的矩形纸片 $ABCD$ 沿过点 E 的直线折叠, 点 C 恰好落在 AD 上的点 C' 处, 点 B

落在点 B' 处，得到折痕 EF ， $B'C'$ 交 AB 于点 M ，如图 2.

根据以上操作：

①写出图 1 中一个 45° 的角：_____；

②判断四边形 $AEA'D$ 的形状，并证明；

(2) 拓展应用

图 2 中，写出线段 MC' 与 ME 的数量关系，并说明理由.

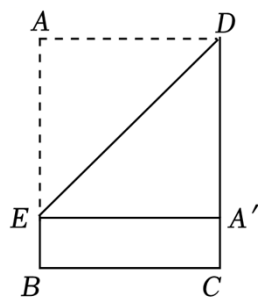


图1

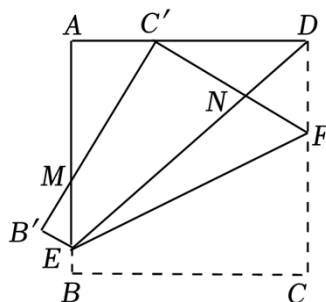
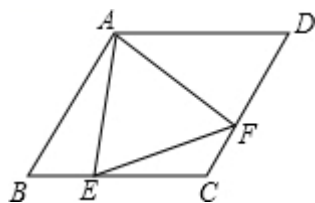


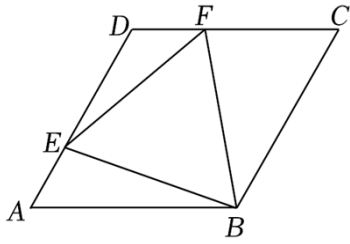
图2

【题型 4 120° 角菱形中的半角模型】

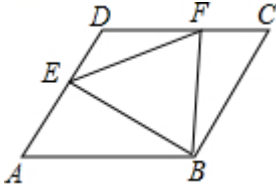
1. 如图所示，在菱形 $ABCD$ 中， E 、 F 分别是 BC 、 CD 上的点，且 $\angle B = \angle EAF = 60^\circ$ ， $\angle BAE = 24^\circ$ ，求 $\angle CEF$ 的度数.



2. (2022 秋·秦都区期末) 如图，在边长为 5 的菱形 $ABCD$ 中， $\angle BAD = 60^\circ$ ，点 E 、点 F 分别在 AD 、 CD 上，且 $\angle EBF = 60^\circ$ ，连接 EF ，若 $AE = 2$ ，则 EF 的长度为 _____.



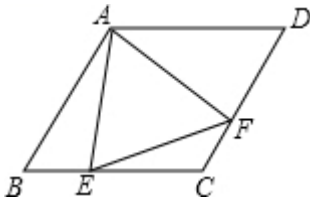
3. 如图，边长为 a 的菱形 $ABCD$ 中， $\angle DAB = 60^\circ$ ， E 是异于 A 、 D 两点的动点， F 是 CD 上的动点，满足 $AE + CF = a$ ， $\triangle BEF$ 的周长最小值是（ ）



- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}a$ C. $\frac{2}{3}a$ D. $\sqrt{3}a$

4. (2023·霞山区一模) 菱形 $ABCD$ 中， $\angle B = 60^\circ$ ，点 E 、 F 分别在边 BC 、 CD 上，且 $\angle EAF = 60^\circ$ 。

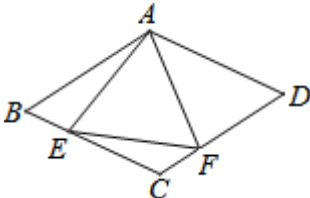
求证： $AE = AF$ 。



5. (2022 春·莱芜区期中) 如图所示，在菱形 $ABCD$ 中， $AB = 4$ ， $\angle BAD = 120^\circ$ ， $\triangle AEF$ 为正三角形，点 E 、 F 分别在菱形的边 BC 、 CD 上滑动，且点 E 、 F 不与点 B 、 C 、 D 重合。

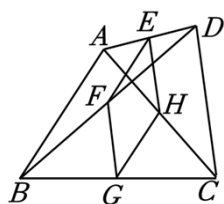
(1) 证明：不论点 E 、 F 在边 BC 、 CD 上如何滑动，总有 $BE = CF$ ；

(2) 当点 E 、 F 在边 BC 、 CD 上滑动时，四边形 $AECF$ 的面积是否发生变化？如果不变，求出四边形 $AECF$ 的面积；如果变化，请说明理由。



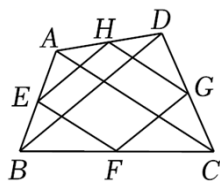
【题型5 中点四边形模型】

1. (2023 春·南京期中) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, E 、 F 、 G 、 H 分别是线段 AD 、 BD 、 BC 、 AC 的中点, 要使四边形 $EFGH$ 是菱形, 需添加的条件是 ()



- A. $AC=BD$ B. $AC \perp BD$ C. $AB=CD$ D. $AB \perp CD$

2. (2023·铜川一模) 如图, AC 、 BD 是四边形 $ABCD$ 的两条对角线, 顺次连接四边形 $ABCD$ 各边中点得到四边形 $EFGH$, 要使四边形 $EFGH$ 为矩形, 应添加的条件是 ()

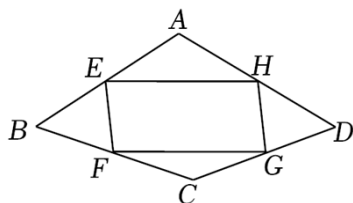


- A. $AC \perp BD$ B. $AB=CD$ C. $AB \parallel CD$ D. $AC=BD$

3. (2022·南京模拟) 在矩形 $ABCD$ 中, E 、 F 、 G 、 H 分别为边 AB 、 BC 、 CD 、 DA 的中点. 若 $AB=3$, $AD=4$, 则中点四边形 $EFGH$ 的面积为 ()

- A. 8 B. 6 C. 4 D. 3

4. (2022 春·兰山区期末) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, 点 E , F , G , H 分别是 AB , BC , CD , DA 边上的中点, 则下列结论一定正确的是 ()



- A. 四边形 $EFGH$ 是矩形
 B. 四边形 $EFGH$ 的面积等于四边形 $ABCD$ 面积的 $\frac{1}{4}$
 C. 四边形 $EFGH$ 的内角和小于四边形 $ABCD$ 的内角和

D. 四边形 $EFGH$ 的周长等于四边形 $ABCD$ 的对角线长度之和

5. 已知四边形 $ABCD$ 是矩形.

(1) 如图 1, E, F, G, H 分别是 AB, BC, CD, AD 的中点, 求证: 四边形 $EFGH$ 是菱形;

(2) 如图 2, 若菱形 $EFGH$ 的三个顶点 E, F, H 分别在边 AB, BC, AD 上, 连接 CG . 已知 $BE=2AE=8$, $CG=2\sqrt{5}$, $CF-BF=1$, 求 AD 的长.

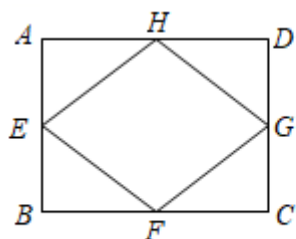


图 1

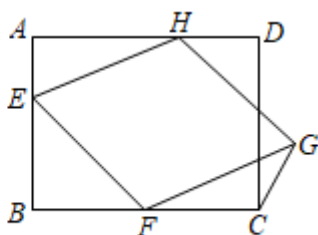
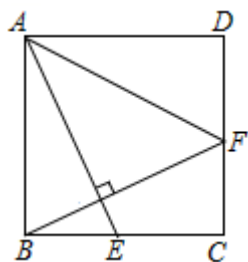


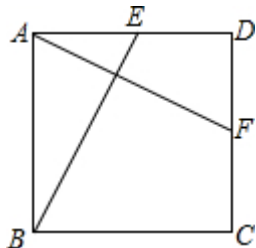
图 2

【题型 6 正方形中的十字架模型】

1. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 是 BC 上一点, $BF \perp AE$ 交 DC 于点 F , 若 $AB=5$, $BE=2$, 则 AF =_____.



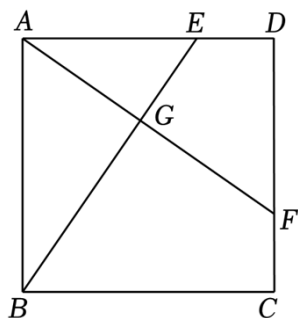
2. 如图，在正方形 $ABCD$ 中， E, F 分别是边 AD, DC 上的点，且 $AF \perp BE$ 。求证： $AF = BE$ 。



3. (2023 春·樟树市期中) 如图在正方形 $ABCD$ 中，点 E, F 分别在 AD, CD 上，且 $DE = CF$ ， AF 与 BE 相交于点 G 。

(1) 求证： $BE = AF$ ；

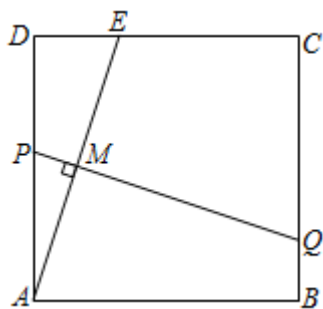
(2) 若 $AB = 12$ ， $DE = 3$ ，求 AG 的长。



4. 如图，将一块边长为 9 的正方形纸片 $ABCD$ 的顶点 A 折叠至 DC 边上的点 E ，使 $DE = 3$ ，折痕为 PQ ，连接 AE 交 PQ 于点 M 。

求：(1) PA 的长；

(2) PM 的长。



5. (2022 春·孝南区期中) 如图 1, P 为正方形 $ABCD$ 的边 BC 上一动点 (P 与 B 、 C 不重合), 点 Q 在 CD 边上, 且 $BP=CQ$, 连接 AP 、 BQ 交于点 E .

(1) 求证: $AP \perp BQ$;

(2) 当 P 运动到 BC 中点处时 (如图 2), 连接 DE , 请你判断线段 DE 与 AD 之间的关系, 并说明理由;

(3) 如图 3, 在 (2) 的条件下, 过 A 点作 $AM \perp DE$ 于点 H , 交 BQ 、 CD 于点 N 、 M , 若 $AB=2$, 求 QM 的长度.

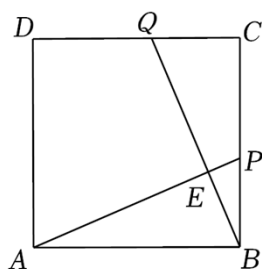


图1

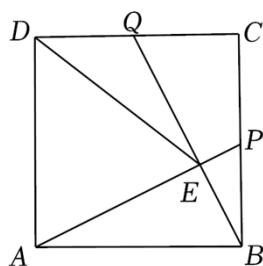


图2

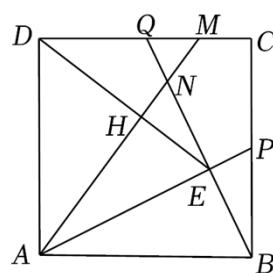
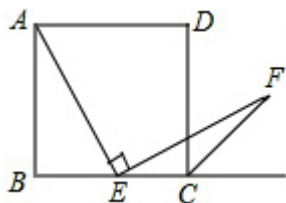


图3

【题型 7 正方形中“外角平分线”模型】

1. 如图, 四边形 $ABCD$ 是正方形, 点 E 是边 BC 上一点, 且 $\angle AEF=90^\circ$, 且 EF 交正方形外角平分线 CF 于点 F . 若正方形边长是 8, $EC=2$, 则 FC 的长为_____.



2. 如图, 四边形 $ABCD$ 是正方形, 点 E 是边 BC 的中点, $\angle AEF=90^\circ$, 且 EF 交正方形外角 $\angle DCG$ 的平分线 CF 于点 F .

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/407163106023006065>