



2025

北师大版高中数学一轮复习课件（新高考新教材）

# 课时规范练81 离散型随机变量及其分布列、数字特征

1.(2024·江苏镇江模拟)随机变量 $Y$ 的分布列如下表,且 $EY=3$ ,则 $D(3Y-5)=$ ( ) **D**

|     |               |     |               |
|-----|---------------|-----|---------------|
| $Y$ | 0             | 2   | $a$           |
| $P$ | $\frac{1}{6}$ | $m$ | $\frac{1}{3}$ |

A.10

B.15

C.40

D.45

**解析** 由题意得 $\frac{1}{6}+m+\frac{1}{3}=1$ ,得 $m=\frac{1}{2}$ ,所以 $EY=0\times\frac{1}{6}+2\times\frac{1}{2}+\frac{1}{3}a=3$ ,解得 $a=6$ ,所以

$DY=(0-3)^2\times\frac{1}{6}+(2-3)^2\times\frac{1}{2}+(6-3)^2\times\frac{1}{3}=5$ ,所以 $D(3Y-5)=3^2DY=9\times5=45$ .

2. 设  $0 < a < 1$ , 随机变量  $X$  的分布列为

|     |                 |               |     |
|-----|-----------------|---------------|-----|
| $X$ | 0               | 1             | 2   |
| $P$ | $\frac{2-a}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | $b$ |

则当  $a$  在  $(0, 1)$  内增大时( **A** )

A.  $DX$  增大

B.  $DX$  减小

C.  $DX$  先减小后增大

D.  $DX$  先增大后减小

**解析** 根据随机变量分布列的性质可知  $\frac{2-a}{3} + \frac{1}{3} + b = 1$ , 所以  $b = \frac{1}{3}a$ ,

所以  $EX = 0 \times \frac{2-a}{3} + 1 \times \frac{1}{3} + 2b = \frac{1}{3}(1+2a)$ , 所以  $DX = [0 - \frac{1}{3}(1+2a)]^2 \times \frac{2-a}{3} +$

$[1 - \frac{1}{3}(1+2a)]^2 \times \frac{1}{3} + [2 - \frac{1}{3}(1+2a)]^2 \times \frac{a}{3} = -\frac{4}{9}a^2 + \frac{8}{9}a + \frac{2}{9} = -\frac{4}{9}(a-1)^2 + \frac{2}{3}$ , 又  $0 < a < 1$ , 所以当  $a$

在  $(0, 1)$  内增大时,  $DX$  增大.

3.(多选题)已知投资 $A,B$ 两种项目获得的收益分别为 $X,Y$ ,分布列如下表,则

( ACD )

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| $X$ | -1  | 0   | 2   |
| $P$ | 0.2 | $m$ | 0.6 |
| $Y$ | 0   | 1   | 2   |
| $P$ | 0.3 | 0.4 | $n$ |

A.  $m+n=0.5$

B.  $E(2X+1)=4$

C. 投资两种项目的收益期望一样多

D. 投资 $A$ 项目的风险比 $B$ 项目高

**解析** 依题意可得 $0.2+m+0.6=1$ ,所以 $m=0.2$ , $0.3+0.4+n=1$ ,所以 $n=0.3$ ,所以 $m+n=0.5$ ,故A正确;

所以 $EX=-1 \times 0.2+0 \times 0.2+2 \times 0.6=1$ ,则 $E(2X+1)=2EX+1=3$ ,故B错误;

$EY=0 \times 0.3+1 \times 0.4+2 \times 0.3=1$ ,所以 $EX=EY$ ,故C正确;

因为 $D(X)=(-1-1)^2 \times 0.2+(0-1)^2 \times 0.2+(2-1)^2 \times 0.6=1.6$ ,

$DY=(0-1)^2 \times 0.3+(1-1)^2 \times 0.4+(2-1)^2 \times 0.3=0.6$ ,即 $DX>DY$ ,所以投资A项目的风险比B项目高,故D正确.故选ACD.

4. 一个不透明的盒子中有质地、大小相同的5个球,其中红球3个,黄球2个,每次不放回地随机从盒子中取1个球,当盒子中只剩一种颜色时,停止取球.

(1) 求盒子中恰好剩2个红球的概率;

(2) 停止取球时,记盒子中所剩球的个数为 $X$ ,求 $X$ 的分布列与均值.

**解** (1) 因为恰好剩2个红球,所以第1次和第2次必是1个红球和1个黄球,第3

次必是黄球,所以盒子中恰好剩2个红球的概率 $P = \frac{C_2^1 C_3^1 A_2^2}{A_5^3} = \frac{1}{5}$ .

(2)  $X$ 的所有可能取值为 1,2,3,

$$P(X=1) = \frac{C_3^2 C_2^1 A_3^3 C_2^1}{A_5^4} = \frac{3}{5}, P(X=2) = \frac{A_3^3}{A_5^3} + \frac{C_2^1 C_3^1 A_2^2}{A_5^3} = \frac{3}{10},$$

$$P(X=3) = \frac{A_2^2}{A_5^2} = \frac{1}{10},$$

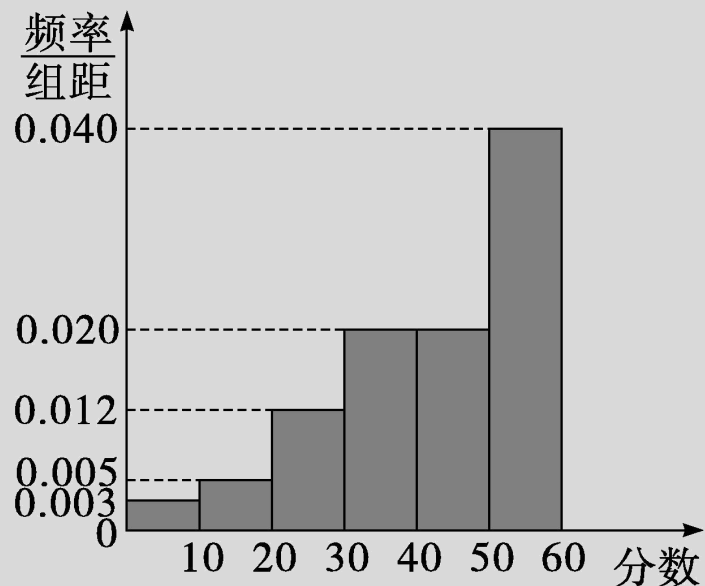
所以  $X$  的分布列为

|     |               |                |                |
|-----|---------------|----------------|----------------|
| $X$ | 1             | 2              | 3              |
| $P$ | $\frac{3}{5}$ | $\frac{3}{10}$ | $\frac{1}{10}$ |

$$EX = 1 \times \frac{3}{5} + 2 \times \frac{3}{10} + 3 \times \frac{1}{10} = \frac{3}{2}.$$

5.(2024·广东揭阳模拟)某大学为调研学生在 $A,B$ 两家餐厅用餐的满意度,从在 $A,B$ 两家餐厅都用过餐的学生中随机抽取了200人,每人分别对这两家餐厅进行评分,满分为60分.整理评分数据,将分数分成6组: $[0,10),[10,20),[20,30),[30,40),[40,50),[50,60)$ ,得到 $A$ 餐厅分数的频率分布直方图和 $B$ 餐厅分数的频数分布表:

$A$ 餐厅分数的频率分布直方图



B餐厅分数的频数分布表

| 分数区间    | 频数 |
|---------|----|
| [0,10)  | 4  |
| [10,20) | 6  |
| [20,30) | 10 |
| [30,40) | 30 |
| [40,50) | 80 |
| [50,60) | 70 |

定义学生对餐厅评价的“满意度指数”如下:

| 分数    | $[0,30)$ | $[30,50)$ | $[50,60)$ |
|-------|----------|-----------|-----------|
| 满意度指数 | 3        | 4         | 5         |

- (1)在随机抽取的200人中,求对A餐厅评价的“满意度指数”为4的人数;
- (2)从该校在A,B两家餐厅都用过餐的学生中随机抽取1人进行调查,试估计其对A餐厅评价的“满意度指数”比对B餐厅评价的“满意度指数”低的概率;
- (3)如果根据学生对餐厅评价的“满意度指数”从A,B两家餐厅中选择一家用餐,从期望的角度你会选择哪一家?并说明理由.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/408044137031007003>