专项 14　二次函数与几何综合-矩形与菱形存在问题

【解题思路】

考点 1　矩形存在性问题

1.矩形的判定:

(1) 有一个角是直角的平行四边形;
(2) 对角线相等的平行四边形;
(3) 有三个角为直角的四边形 .

2. 题型分析

矩形除了具有平行四边形的性质之外，还有“对角线相等”或“内角为直角”，因此相比起平行四边形，坐标系中的矩形满足以下 3 个等式：

$$\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \\ \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2} = \sqrt{(x_B - x_D)^2 + (y_B - y_D)^2} \end{cases}$$

（AC 为对角线时）

因此在矩形存在性问题最多可以有 3 个未知量，代入可以得到三元一次方程组，可解.

确定了有 3 个未知量，则可判断常见矩形存在性问题至少有 2 个动点，多则可以有 3 个.

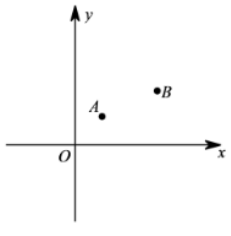
(1) 2 个定点+1 个半动点+1 个全动点;

(2) 1 个定点+3 个半动点.

思路 1：先直角，再矩形

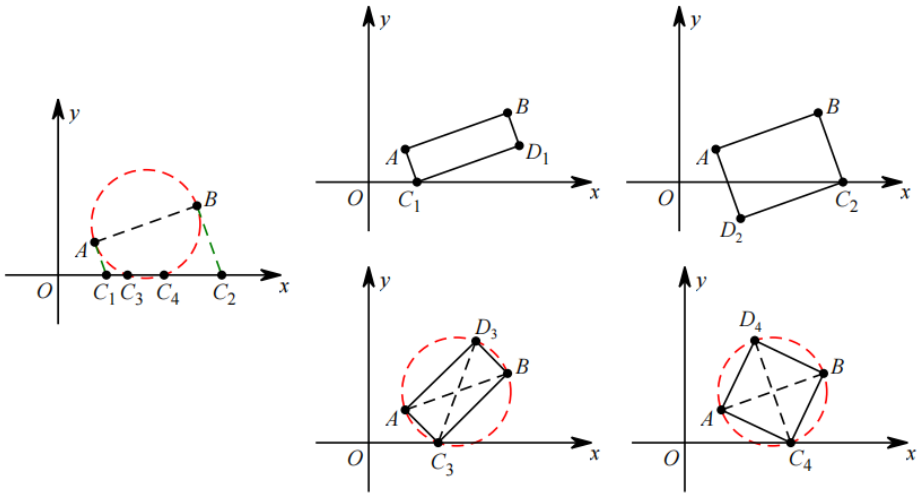
在构成矩形的 4 个点中任取 3 个点，必构成直角三角形，以此为出发点，可先确定其中 3 个点构造直角三角形，再确定第 4 个点. 对“2 定+1 半动+1 全动”尤其适用.

【例题】已知 A（1，1）、B（4，2），点 C 在 x 轴上，点 D 在平面中，且以 A、B、C、D 为顶点的四边形是矩形，求 D 点坐标.



解：点 C 满足以 A、B、C 为顶点的三角形是直角三角形，构造“两线一圆”可得满足条件的点 C 有 $C_1(\frac{4}{3},0)$、$C_2(\frac{14}{3},0)$、$C_3(2,0)$、$C_4(3,0)$

在点 C 的基础上，借助点的平移思路，可迅速得到点 D 的坐标.



思路 2：先平行，再矩形

当 AC 为对角线时，A、B、C、D 满足以下 3 个等式，则为矩形：

$$\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \\ \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2} = \sqrt{(x_B - x_D)^2 + (y_B - y_D)^2} \end{cases}$$

其中第 1、2 个式子是平行四边形的要求，再加上式 3 可为矩形. 表示出点坐标后，代入点坐标解方程即可.

无论是“2 定 1 半 1 全”还是“1 定 3 半”，对于我们列方程来解都没什么区别，能得到的都是三元一次方程组.

考点 2 菱形存在性问题

1. **菱形的判定**：有一组邻边相等的平行四边形是菱形.

2. **坐标系中的菱形：**

$$\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \\ \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} \end{cases}$$

有 3 个等式，故菱形存在性问题点坐标最多可以有 3 个未知量，与矩形相同.

3. **解题思路：**

（1）思路 1：先等腰，再菱形

在构成菱形的 4 个点中任取 3 个点，必构成等腰三角形，根据等腰存在性方法可先确定第 3 个点，再确定第 4 个点.

（2）思路 2：先平行，再菱形

设点坐标，根据平行四边形的存在性要求列出“”（*AC*、*BD* 为对角线），再结合一组邻边相等，得到方程组.

方法总结：

菱形有一个非常明显的特点：任意三个顶点所构成的三角形必然是等腰三角形。



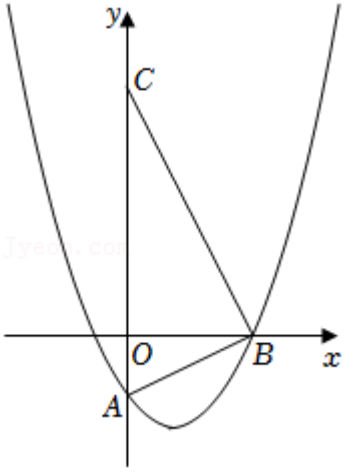
【典例分析】

【考点 1　矩形的存在性问题】

【典例 1】（2022•鱼峰区模拟）如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 与坐标轴交于 A（0，﹣2），B（4，0）两点，直线 BC：$y=-2x+8$ 交 y 轴于点 C.

（1）求该抛物线的解析式；

（2）在第二象限内是否存在一点 M，使得四边形 $ABCM$ 为矩形？如果存在，求出点 M 的坐标；如果不存在，请说明理由.



【答案】（1）$y=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x-2$；　（2）点 M 坐标为（﹣4，6）

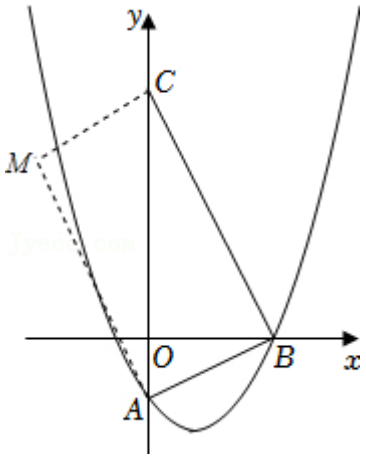
【解答】解：（1）把 A（0，﹣2），B（4，0）代入抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2+bx+c$，

得 $\begin{cases} c=-2 \\ \frac{1}{2}\times 16+4b+c=0 \end{cases}$，

解得：$\begin{cases}c=-2\\ b=-\frac{3}{2}\end{cases}$，

∴该抛物线的解析式为 $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x-2$；

（2）存在．过点 C 作 AB 的平行线，过点 A 作 BC 的平行线，两条直线相较于 M，则 M 即为所求．



在 $y=-2x+8$ 中，令 $x=0$，则 $y=8$，

∴C（0，8），

∵A（0，－2），B（4，0），

∴$AB^2=4^2+2^2=20$，$BC^2=4^2+8^2=80$，$AC^2=10^2=100$，

∴$AC^2=AB^2+BC^2$，

∴$\angle ABC=90°$，

∵$CM\parallel AB$，$AM\parallel BC$，

∴四边形 $ABCM$ 是矩形，

设直线 AB 的解析式为 $y=kx+m$，

则$\begin{cases}m=-2\\ 4k+m=0\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=\frac{1}{2}\\ m=-2\end{cases}$，

∴直线 AB 的解析式为 $y=\frac{1}{2}x-2$，

∵$CM\parallel AB$，

∴直线 CM 的解析式为 $y=\frac{1}{2}x+8$，

∵$AM\parallel BC$，

∴直线 BC 的解析式为 $y=-2x-2$，

联立方程组 $\begin{cases} y=\frac{1}{2}x+8 \\ y=-2x-2 \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} x=-4 \\ y=6 \end{cases}$，

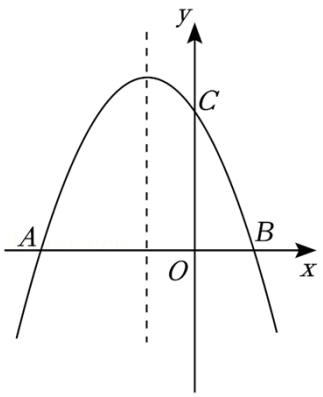
∴点 M 坐标为（-4，6）.

【变式 1-1】（2022•随州）如图 1，平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+c$（$a<0$）与 x 轴分别交于点 A 和点 B（1，0），与 y 轴交于点 C，对称轴为直线 $x=-1$，且 $OA=OC$，P 为抛物线上一动点.

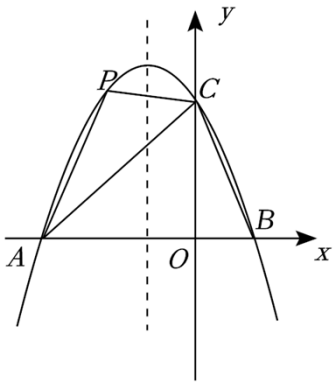
（1）直接写出抛物线的解析式；

（2）如图 2，连接 AC，当点 P 在直线 AC 上方时，求四边形 $PABC$ 面积的最大值，并求出此时 P 点的坐标；

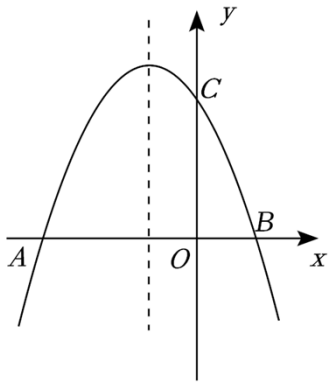
（3）设 M 为抛物线对称轴上一动点，当 P，M 运动时，在坐标轴上是否存在点 N，使四边形 $PMCN$ 为矩形？若存在，直接写出点 P 及其对应点 N 的坐标；若不存在，请说明理由.



（图1）



（图2）



（备用图）

【答案】（1）$y=-x^2-2x+3$；（2）当 $m=-\frac{3}{2}$ 时，S 的值最大，最大值为 $\frac{75}{8}$，此时 P（$-\frac{3}{2}$，$\frac{15}{4}$）；（3）P（-1，4），N（0，4）或 P（$\frac{-5+\sqrt{145}}{6}$，$\frac{-\sqrt{145}-1}{18}$），N（$\frac{1+\sqrt{145}}{6}$，0）或 P'（$\frac{-5-\sqrt{145}}{6}$，$\frac{\sqrt{145}-1}{18}$），N'（$\frac{1-\sqrt{145}}{6}$，0）.

【解答】解：（1）∵抛物线的对称轴是直线 $x=-1$，抛物线交 x 轴于点 A，B（1，0），

∴A（﹣3，0），

∴$OA=OC=3$，

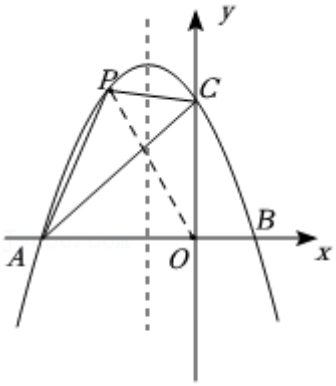
∴C（0，3），

∴可以假设抛物线的解析式为$y=a(x+3)(x-1)$，

把（0，3）代入抛物线的解析式，得$a=-1$，

∴抛物线的解析式为$y=-x^2-2x+3$；

（2）如图（2）中，连接OP．设$P(m，-m^2-2m+3)$，



（图2）

$S=S_{\triangle PAO}+S_{\triangle POC}+S_{\triangle OBC}$，

$=\frac{1}{2}\times3\times(-m^2-2m+3)\times\frac{1}{2}\times3\times(-m)+\frac{1}{2}\times1\times3$

$=\frac{3}{2}(-m^2-3m+4)$

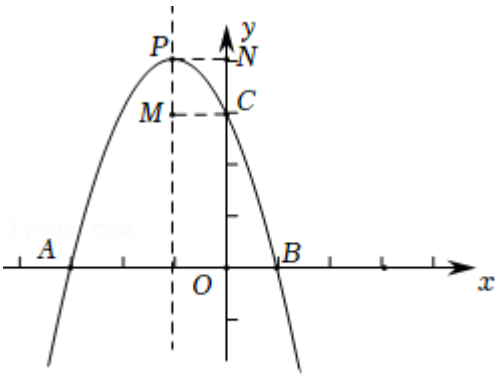
$=-\frac{3}{2}(m+\frac{3}{2})^2+\frac{75}{8}$，

∵$-\frac{3}{2}<0$，

∴当$m=-\frac{3}{2}$时，S的值最大，最大值为$\frac{75}{8}$，此时$P(-\frac{3}{2}，\frac{15}{4})$；

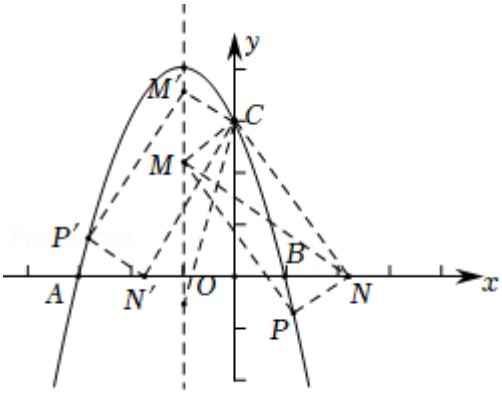
（3）存在，理由如下：

如图3﹣1中，当点N在y轴上时，四边形$PMCN$是矩形，此时P（﹣1，4），N（0，4）；



(图3—1)

如图 3﹣2 中，当四边形 $PMCN$ 是矩形时，设 M（﹣1，n），P（t，$-t^2-2t+3$），则 N（$t+1$，0），



(图3—2)

由题意，$\begin{cases} n-(-t^2-2t+3)=3 \\ \dfrac{1}{3-n}=\dfrac{3}{t+1} \end{cases}$，

解得，消去 n 得，$3t^2+5t-10=0$，

解得 $t=\dfrac{-5\pm\sqrt{145}}{6}$，

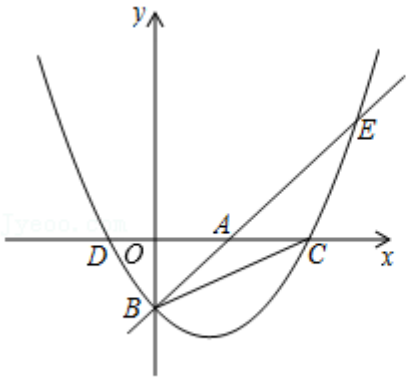
∴P（$\dfrac{-5+\sqrt{145}}{6}$，$\dfrac{-\sqrt{145}-1}{18}$），$N$（$\dfrac{1+\sqrt{145}}{6}$，0）或 P'（$\dfrac{-5-\sqrt{145}}{6}$，$\dfrac{\sqrt{145}-1}{18}$），N'（$\dfrac{1-\sqrt{145}}{6}$，0）.

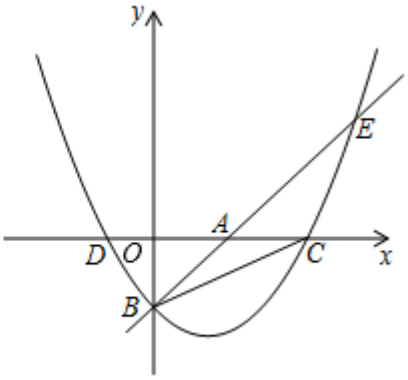
综上所述，满足条件的点 P（﹣1，4），N（0，4）或 P（$\dfrac{-5+\sqrt{145}}{6}$，$\dfrac{-\sqrt{145}-1}{18}$），$N$（$\dfrac{1+\sqrt{145}}{6}$，0）或 P'（$\dfrac{-5-\sqrt{145}}{6}$，$\dfrac{\sqrt{145}-1}{18}$），N'（$\dfrac{1-\sqrt{145}}{6}$，0）.

【变式 1-2】（辽阳）如图，直线 $y=x-3$ 与坐标轴交于 A、B 两点，抛物线 $y=\dfrac{1}{4}x^2+bx+c$ 经过点 B，与直线 $y=x-3$ 交于点 E（8，5），且与 x 轴交于 C，D 两点.

（1）求抛物线的解析式；

（2）点 P 在抛物线上，在坐标平面内是否存在点 Q，使得以点 P，Q，B，C 为顶点的四边形是矩形？若存在，请直接写出点 Q 的坐标；若不存在，请说明理由．





备用图

【答案】（1） $y=\frac{1}{4}x^2-x-3$ （2）点 Q 的坐标为：（2，8）或（﹣16，29）．

【解答】解：（1）直线 $y=x-3$ 与坐标轴交于 A、B 两点，

则 A（3，0）B（0，﹣3），

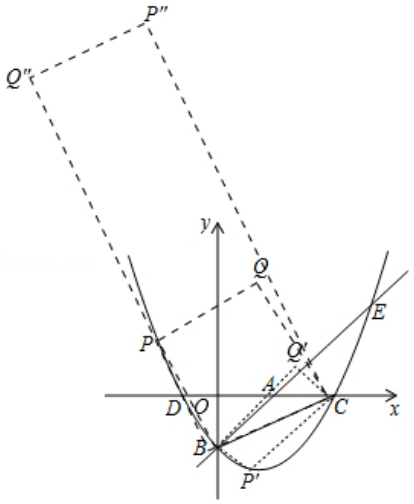
把 B、E 点坐标代入二次函数方程，解得：

抛物线的解析式 $y=\frac{1}{4}x^2-x-3\cdots①$，

则：C（6，0）；

（2）存在．

①当 BC 为矩形对角线时，矩形 $BP'CQ'$ 所在的位置如图所示，



设：P'（m，n），

$n=\frac{1}{4}m^2-m-3\cdots③$，

$P'C$ 所在直线的 $k_1=\frac{n}{m-6}$，

$P'B$ 所在的直线 $k_2=\frac{n+3}{m}$，则：$k_1\cdot k_2=-1\cdots④$，

③、④联立得：$\frac{1}{16}m(m-6)(m^2-2m+8)=0$，

解得：$m=0$ 或 6，

这两个点分别和点 B、C 重合，

与题意不符，故：这种情况不存在，舍去．

②当 BC 为矩形一边时，

情况一：矩形 $BCQP$ 所在的位置如图所示，

直线 BC 所在的方程为：$y=\frac{1}{2}x-3$，

则：直线 BP 的 k 为 -2，所在的方程为 $y=-2x-3\cdots$⑤，

联立①⑤解得点 P（-4，5），

则 Q（2，8），

情况二：矩形 $BCP''Q''$ 所在的位置如图所示，

此时，P'' 在抛物线上，其坐标为：（-10，32），Q'' 坐标为（-16，29）．

故：存在矩形，点 Q 的坐标为：（2，8）或（-16，29）．

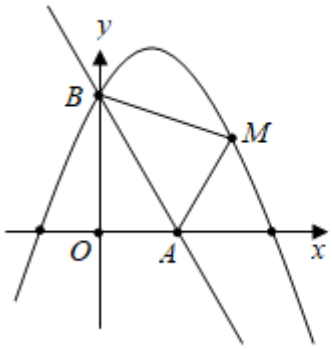
【考点 2　菱形的存在性问题】

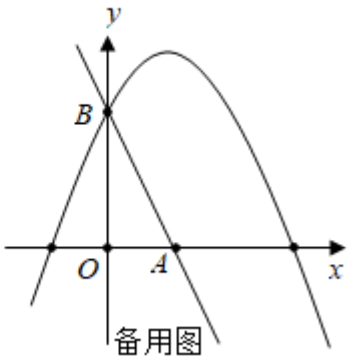
【典例 2】（10 分）直线 l：$y=-3x+3$ 与 x 轴、y 轴分别相交于 A、B 两点，与抛物线 $y=ax^2-2ax+a+4$（$a<0$）交于点 B，如图所示．

（1）求该抛物线的解析式；

（2）已知点 M 是抛物线上的一个动点，并且点 M 在第一象限内，连接 AM、BM，设点 M 的横坐标为 m，四边形 $OAMB$ 的面积为 S，求 S 与 m 的函数表达式，并求出 S 的最大值；

（3）若点 D 在平面内，点 C 在直线 AB 上，平面内是否存在点 D 使得以 O，B，C，D 为顶点的四边形是菱形．若存在，请直接写出点 D 的坐标；若不存在，请说明理





【答案】（1）$y=-x^2+2x+3$；（2）S 与 m 的函数表达式为 $S=-\frac{1}{2}m^2+\frac{5}{2}m+\frac{3}{2}$，$S$ 的最大值是$\frac{37}{8}$；（3）点 D 的坐标为（$-\frac{3\sqrt{10}}{10}$，$\frac{9\sqrt{10}}{10}$）或（$\frac{3\sqrt{10}}{10}$，$-\frac{9\sqrt{10}}{10}$）或（$\frac{9}{5}$，$\frac{3}{5}$）或（$-\frac{1}{2}$，$\frac{3}{2}$）

【解答】解：（1）∵直线 l：$y=-3x+3$ 与 x 轴、y 轴分别相交于 A、B 两点，

∴A（1，0）、B（0，3）；

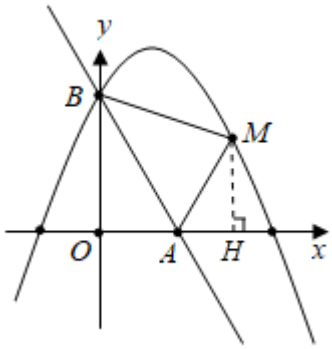
∵抛物线 $y=ax^2-2ax+a+4$（$a<0$）经过点 B，

∴$a+4=3$，

∴$a=-1$，

∴该抛物线的解析式为 $y=-x^2+2x+3$；

（2）过点 M 作 $MH\perp x$ 轴于点 H，如图所示：



设点 M（m，$-m^2+2m+3$），

则 $S=S_{梯形BOHM}-S_{\triangle AMH}$

$=\frac{1}{2}$（$3-m^2+2m+3$）$\times m-\frac{1}{2}$（$m-1$）$\times$（$-m^2+2m+3$）

$=-\frac{1}{2}m^2+\frac{5}{2}m+\frac{3}{2}$，

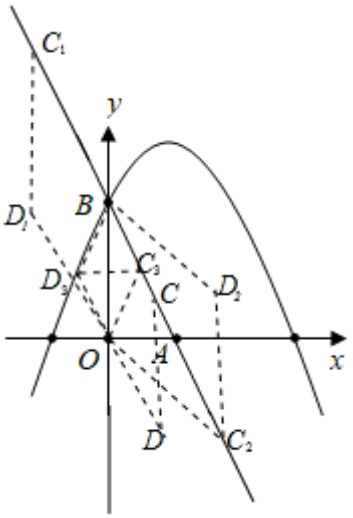
∵$-\frac{1}{2}<0$，

∴S 有最大值，当 $m=\frac{5}{2}$时，S 的最大值是$\frac{37}{8}$.

∴S 与 m 的函数表达式为 $S=-\frac{1}{2}m^2+\frac{5}{2}m+\frac{3}{2}$，$S$ 的最大值是$\frac{37}{8}$；

（3）设点 C 的坐标为（m，$-3m+3$），而点 B 和点 O 的坐标分别为（0，3）和（0，0），

①当 OB 是菱形的一条边时，



∵$OB=BC=3$，或 $OB=OC=3$，

∴$9=(m-0)^2+(-3m+3-3)^2$，或 $m^2+(-3m+3)^2=9$，

∴$m=\pm\frac{3\sqrt{10}}{10}$或 $m=\frac{9}{5}$或 $m=0$（舍），

∴点 D 的坐标为（$-\frac{3\sqrt{10}}{10}$，$\frac{9\sqrt{10}}{10}$）或（$\frac{3\sqrt{10}}{10}$，$-\frac{9\sqrt{10}}{10}$）或（$\frac{9}{5}$，$\frac{3}{5}$）；

②当 OB 是菱形的对角线时，CD 必在 OB 的中垂线上，

∴$y_C=\frac{3}{2}$，

∴点 C（$\frac{1}{2}$，$\frac{3}{2}$），

此时 $BC^2=(\frac{1}{2})^2+(\frac{3}{2})^2=\frac{5}{2}=CO^2$，

此时以 O、C、B、D 为顶点的四边形是菱形，则点 D（$-\frac{1}{2}$，$\frac{3}{2}$）.

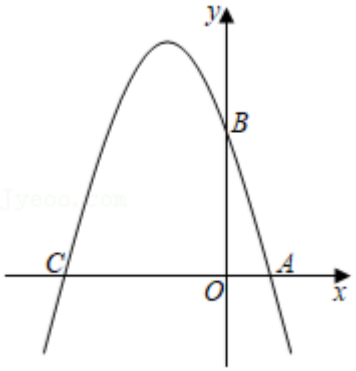
综上所述，点 D 的坐标为（$-\frac{3\sqrt{10}}{10}$，$\frac{9\sqrt{10}}{10}$）或（$\frac{3\sqrt{10}}{10}$，$-\frac{9\sqrt{10}}{10}$）或（$\frac{9}{5}$，$\frac{3}{5}$）或（$-\frac{1}{2}$，$\frac{3}{2}$）

【变式 2-1】（2020 秋•西林县期末）如图，在平面直角坐标系 xOy 中，A、B、C 为坐标轴上的三个点，且 $OA=1$，$OB=3$，$OC=4$.

（1）求经过 A、B、C 三点的抛物线的解析式

（2）在平面直角坐标系 xOy 中是否存在一点 P，使得以 A、B、C、P 为顶点的四边形为菱形？若存在，请求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由．

（3）若 M 为该抛物线上的一动点，在（2）的条件下，求$|PM-AM|$的最大值．



【答案】（1）$y=\frac{3}{4}(x+4)(x-1)=-\frac{3}{4}x^2-\frac{9}{4}x+3$　（2）P（5，3）；

（3）$|PM-AM|$的最大值为 5．

【解答】解：（1）由题意得：A（1，0），B（0，3），C（－4，0），

设抛物线的解析式为 $y=a(x+4)(x-1)$，

代入点 B（0，3），得：$-4a=3$，

解得 $a=-\frac{3}{4}$，

∴ $y=\frac{3}{4}(x+4)(x-1)=-\frac{3}{4}x^2-\frac{9}{4}x+3$；

（2）若 AP 为菱形的对角线，则 AB 和 AC 为邻边，

∵$AB=\sqrt{10}\neq AC=5$，

∴此种情况不能构成菱形，

若 BP 为菱形的对角线，则 AB 和 BC 为邻边，

∵$AB=\sqrt{10}\neq BC=5$，

∴此种情况不能构成菱形，

若 CP 为菱形的对角线，则 AC 和 BC 为邻边，

∵$AC=BC=5$，

∴此种情况可以构成菱形，

设 P（x，y），由中点坐标公式得：

$\begin{cases}x-4=1+0\\y+0=0+3\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}x=5\\y=3\end{cases}$，

∴P（5，3）；

（3）当 A，P，M 不共线时，点 A，P，M 构成三角形，

∴$|PM-AM|<AP$，

当 A，P，M 共线时，$|PM-AM|=AP$，

∴$|PM-AM|$的最大值为 AP，

∵A（1，0），P（5，3），

∴$AP=\sqrt{(1-5)^2+(0-3)^2}=5$，

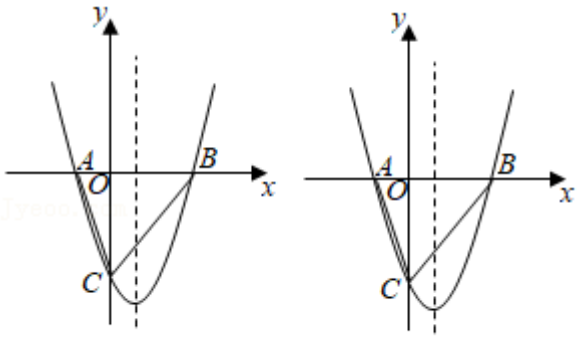
∴$|PM-AM|$的最大值为 5．

【变式 2-2】（2021•柳南区校级模拟）综合与探究：

如图，抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 x 轴交于 A、B 两点，与 y 轴交于 C 点，$OA=2$，$OC=6$，连接 AC 和 BC．

（1）求抛物线的解析式；

（2）若点 M 是 y 轴上的动点，在坐标平面内是否存在点 N，使以点 A、C、M、N 为顶点的四边形是菱形？若存在，请直接写出点 N 的坐标；若不存在，请说明理由．



备用图

【答案】（1）$y=x^2-x-6$

（2）存在；点 N 坐标为 $(-2,2\sqrt{10})$，$(-2,-2\sqrt{10})$，（2，0），$(-2,-\frac{10}{3})$．

【解答】解：（1）∵$OA=2$，$OC=6$，

∴A（-2，0），C（0，-6），

将 A（-2，0），C（0，-6），代入 $y=x^2+bx+c$，

得$\begin{cases}4-2b+c=0\\c=-6\end{cases}$，

解得：$b=-1$，$c=-6$，

∴抛物线得解析式为：$y=x^2-x-6$.

（2）存在；点 N 坐标为 $(-2，2\sqrt{10})$，$(-2，-2\sqrt{10})$，（2，0），$(-2，-\frac{10}{3})$.

∵A（-2，0），C（0，-6），

∴$AC=\sqrt{2^2+6^2}=2\sqrt{10}$.

①若 AC 为菱形的边长，如图 2，

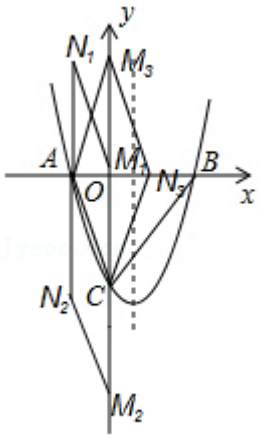


图2

则 $MN/\!/AC$，且 $MN=AC=2\sqrt{10}$.

N_1（$-2，2\sqrt{10}$），N_2（$-2，-2\sqrt{10}$），N_3（2，0）.

②若 AC 为菱形的对角线，如图 3，

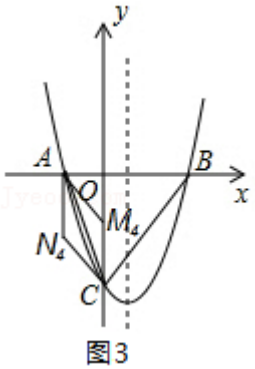


图3

则 $AN_4/\!/CM_4$，$AN_4=CN_4$，

设 N_4（-2，n），

则 $-n=\sqrt{2^2+(n+6)^2}$，

解得：$n=-\frac{10}{3}$.

$\therefore N_4(-2,-\frac{10}{3})$.

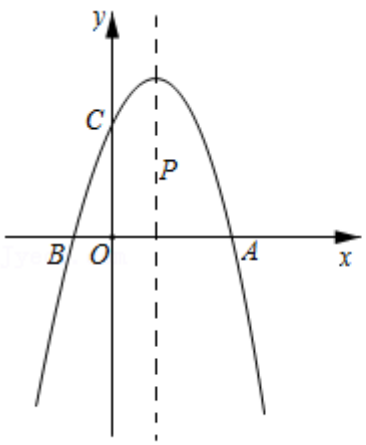
综上所述，点 N 坐标为 $(-2,2\sqrt{10})$或 $(-2,-2\sqrt{10})$或（2，0）或 $(-2,-\frac{10}{3})$.

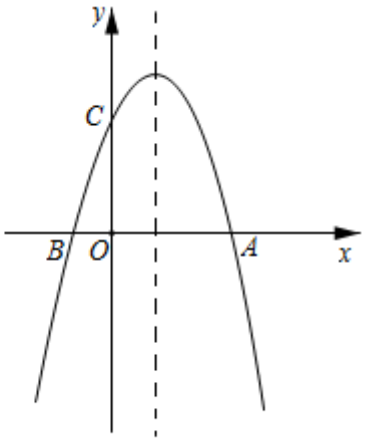
【变式 2-3】（2021•通辽）如图，抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 交 x 轴于 A（3，0），B（﹣1，0）两点，交 y 轴于点 C，动点 P 在抛物线的对称轴上.

（1）求抛物线的解析式；

（2）当以 P，B，C 为顶点的三角形周长最小时，求点 P 的坐标及△PBC 的周长；

（3）若点 Q 是平面直角坐标系内的任意一点，是否存在点 Q，使得以 A，C，P，Q 为顶点的四边形是菱形？若存在，请直接写出所有符合条件的点 Q 的坐标；若不存在，请说明理由.





备用图

【答案】（1）$y=-x^2+2x+3$；　（2）P（1，2）；

（3）Q 的坐标为：Q_1（4，$-\sqrt{17}$），Q_2（4，$\sqrt{17}$），Q_3（2，2），Q_4（﹣2，$3+\sqrt{14}$），Q_5（﹣2，$3-\sqrt{14}$）.

【解答】解：（1）∵抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 交 x 轴于 A（3，0），B（﹣1，0）两点，

∴$\begin{cases}9a+3b+3=0\\a-b+3=0\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}a=-1\\b=2\end{cases}$，

∴该抛物线的解析式为 $y=-x^2+2x+3$；

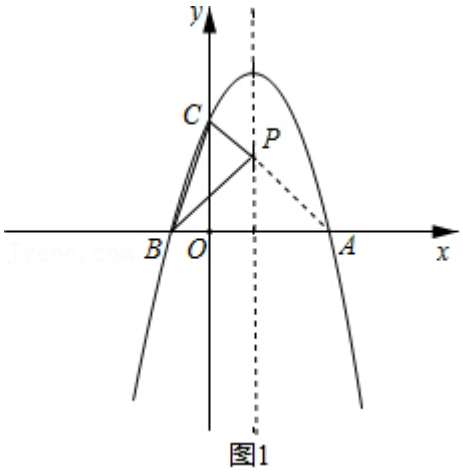


图1

（2）在 $y=-x^2+2x+3$ 中，令 $x=0$，得 $y=3$，

∴C（0，3），

∵△PBC 的周长为：$PB+PC+BC$，BC 是定值，

∴当 $PB+PC$ 最小时，△PBC 的周长最小．

如图 1，点 A、B 关于对称轴 l 对称，连接 AC 交 l 于点 P，则点 P 为所求的点．

∵$AP=BP$，

∴△PBC 周长的最小值是 $AC+BC$，

∵A（3，0），B（-1，0），C（0，3），

∴$AC=3\sqrt{2}$，$BC=\sqrt{10}$．

∴△PBC 周长的最小值是：$3\sqrt{2}+\sqrt{10}$．

抛物线对称轴为直线 $x=-\frac{2}{2\times(-1)}=1$，

设直线 AC 的解析式为 $y=kx+c$，将 A（3，0），C（0，3）代入，得：

$\begin{cases}3k+c=0\\c=3\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=-1\\c=3\end{cases}$，

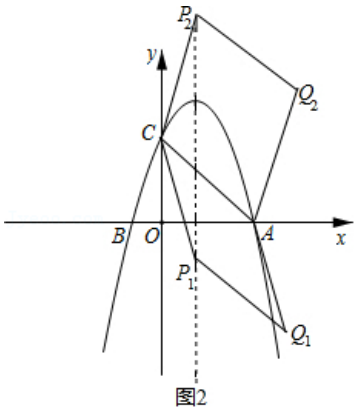


图2

∴直线 AC 的解析式为 $y=-x+3$，

∴P（1，2）；

（3）存在．

设 P（1，t），Q（m，n）

∵A（3，0），C（0，3），

则 $AC^2=3^2+3^2=18$，

$AP^2=(1-3)^2+t^2=t^2+4$，

$PC^2=1^2+(t-3)^2=t^2-6t+10$，

∵四边形 $ACPQ$ 是菱形，

∴分三种情况：以 AP 为对角线或以 AC 为对角线或以 CP 为对角线，

①当以 AP 为对角线时，则 $CP=CA$，如图 2，

$\therefore t^2-6t+10=18$，

解得：$t=3\pm\sqrt{17}$，

$\therefore P_1$（1，$3-\sqrt{17}$），P_2（1，$3+\sqrt{17}$），

∵四边形 $ACPQ$ 是菱形，

$\therefore AP$ 与 CQ 互相垂直平分，即 AP 与 CQ 的中点重合，

当 P_1（1，$3-\sqrt{17}$）时，

$\therefore \frac{m+0}{2}=\frac{3+1}{2}$，$\frac{n+3}{2}=\frac{0+3-\sqrt{17}}{2}$，

解得：$m=4$，$n=-\sqrt{17}$，

$\therefore Q_1$（4，$-\sqrt{17}$），

当 P_2（1，$3+\sqrt{17}$）时，

$\therefore \frac{m+0}{2}=\frac{3+1}{2}$，$\frac{n+3}{2}=\frac{0+3+\sqrt{17}}{2}$，

解得：$m=4$，$n=\sqrt{17}$，

$\therefore Q_2$（4，$\sqrt{17}$），

②以 AC 为对角线时，则 $PC=AP$，如图 3，

$\therefore t^2-6t+10=t^2+4$，

解得：$t=1$，

$\therefore P_3$（1，1），

∵四边形 $APCQ$ 是菱形，

$\therefore AC$ 与 PQ 互相垂直平分，即 AC 与 CQ 中点重合，

$\therefore \frac{m+1}{2}=\frac{3+0}{2}$，$\frac{n+1}{2}=\frac{0+3}{2}$，

解得：$m=2$，$n=2$，

$\therefore Q_3$（2，2），

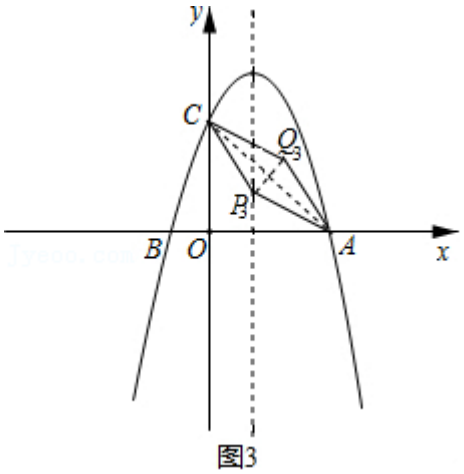


图3

③当以 CP 为对角线时，则 $AP=AC$，如图 4，

$\therefore t^2+4=18$，

解得：$t=\pm\sqrt{14}$，

$\therefore P_4$（1，$\sqrt{14}$），P_5（1，$-\sqrt{14}$），

∵四边形 $ACQP$ 是菱形，

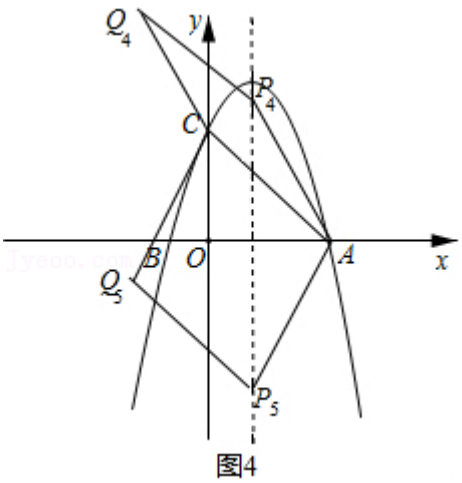


图4

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/415124132203011311