

武山县第一高级中学2024-2025学年高一上学期11月月考数学试卷

学校：_____ 姓名：_____ 班级：_____ 考号：_____

一、选择题

1. 已知向量 $\vec{a} = (1, 2, -\sqrt{3})$, $\vec{b} = (1, 1, \sqrt{3})$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} = ()$

A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

2. 经过 $A(-2, 0)$, $B(-2, 3)$ 两点的直线的倾斜角是()

A. 30° B. 60° C. 90° D. 120°

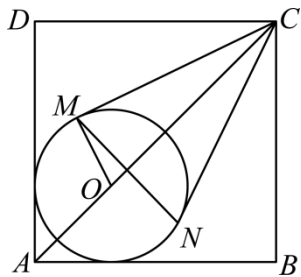
3. 已知圆 C 的方程是 $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 11 = 0$, 则圆心 C 的坐标是()

A. $(-2, 1)$ B. $(2, -1)$ C. $(-4, 2)$ D. $(4, -2)$

4. 抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点到其准线的距离为()

A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. 4

5. 我国古代数学家朱世杰所著《四元玉鉴》记载有“锁套吞容”之“方田圆池结角池图”，意思是说，有一块正方形田地，在其一角有一个圆形的水池（其中圆与正方形一角的两边均相切），如图所示已知圆 O 的半径为2丈，过 C 作圆 O 的两条切线，切点分别为 M , N , 若 $MN = \sqrt{3}OM$, 则对角线 AC 长度为()



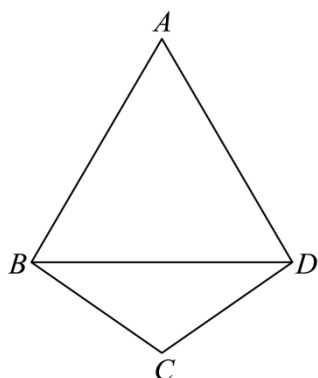
A. $4 + 2\sqrt{2}$ 丈 B. $2 + \sqrt{2}$ 丈
C. $10 - 2\sqrt{2}$ 丈 D. $2 + 4\sqrt{2}$ 丈

6. 设椭圆的两个焦点分别为 F_1 , F_2 , 过 F_2 作椭圆长轴的垂线交椭圆于点 P , 若 $\triangle F_1PF_2$ 为等腰直角三角形, 则椭圆的离心率是()

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ C. $\sqrt{2}-1$ D. $\frac{\sqrt{2}-1}{4}$

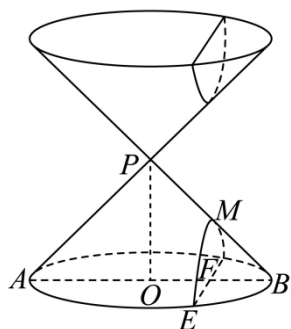
7. 如图, 四边形 $ABCD$, $AB = BD = DA = 4$, $BC = CD = 2\sqrt{2}$ 现将 $\triangle ABD$ 沿 BD

折起, 当二面角 $A-BD-C$ 的大小在 $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ 时, 直线 AB 和 CD 所成角为 α , 则 $\cos \alpha$ 的最大值为()



- A. $\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{6}}{16}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{8}$ C. $\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{6}}{16}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{8}$

8. 如图所示. 用过 M 点且垂直于圆锥底面的平面截两个全等的对顶圆锥得到双曲线的一部分, 已知高 $PO=2$, 底面圆的半径为 4, M 为母线 PB 的中点, 平面与底面的交线 $EF \perp AB$, 则双曲线的两条渐近线所成角的余弦值为()



- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{5}{6}$ D. $\frac{6}{7}$

二、多项选择题

9. 古代数学问题——

“将军饮马”, 即将军在观望烽火之后从山脚下某处出发, 先到河边饮马后再回军营, 怎样走才能使总路程最短? 在平面直角坐标系中, 设将军的出发点是 $A(2,4)$. 军营所在位置为 $B(6,2)$, 河岸线所在直线的方程为 $x+y-3=0$, 若将军从出发点到河边饮马, 再回到军营 (“将军饮马”) 的总路程最短, 则()

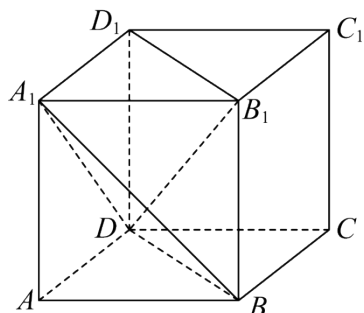
A. 将军从出发点到河边的路线所在直线的方程是 $6x-y-8=0$

B. 将军在河边饮马的地点的坐标为 $(\frac{13}{8}, \frac{11}{8})$

C.将军从河边回军营的路线所在直线的方程是 $x - 6y + 6 = 0$

D.“将军饮马”走过的总路程为 $5\sqrt{2}$

10. 如图, 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 a , 则下列选项中正确的有()



A. 异面直线 B_1D 与 AA_1 的夹角的正弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$

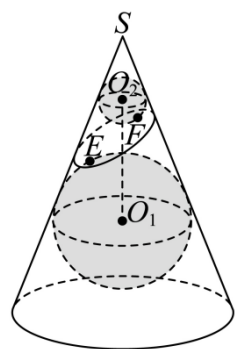
B. 二面角 $A_1 - BD - A$ 的平面角的正切值为 $\sqrt{3}$

C. 四棱锥 $A_1 - BB_1D_1D$ 的外接球体积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3\pi$

D. 三棱锥 $A - BC_1D$ 与三棱锥 $A_1 - B_1D_1D$ 体积相等

11. 如图是数学家GerminalDandelin用来证明一个平面截圆锥侧面得到的截口曲线是椭圆的模型（称为“Dandelin双球”）在圆锥内放两个大小不同的小球，使得它们分别与圆锥的侧面、截面相切，截面分别与球 O_1 , 球 O_2 切于点 E, F (E, F 是截口椭圆 C 的焦点)

设图中球 O_1 , 球 O_2 的半径分别为4和1, 球心距 $|O_1O_2| = \sqrt{34}$, 则()



A. 椭圆 C 的中心不在直线 O_1O_2 上

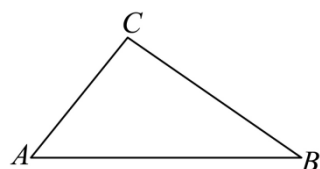
B. $|EF| = 4$

C. 直线 O_1O_2 与椭圆 C 所在平面所成的角的正弦值为 $\frac{5\sqrt{34}}{34}$

D. 椭圆 C 的离心率为 $\frac{3}{5}$

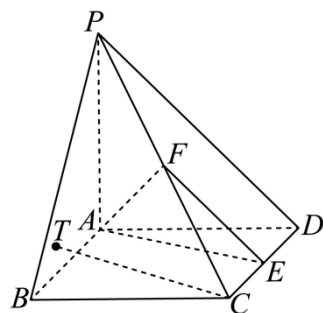
三、填空题

12. 如图一直角三角形 ABC 的“勾”“股”分别为 6, 8, 以 AB 所在的直线为 x 轴, AB 的中垂线为 y 轴, 建立平面直角坐标系, 则以 A, B 为焦点, 且过点 C 的双曲线方程为_____.



13. 过点 $A(-1, -1)$, $B(0, -2)$, $C(3, 1)$ 三点的圆的标准方程为_____.

14. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 为正方形, $PA = AB = 2$, 点 E, F 分别为 CD, CP 的中点, 点 T 为 $\triangle PAB$ 内的一个动点 (包括边界), 若 $CT \parallel$ 平面 AEF , 则点 T 的轨迹的长度为_____.



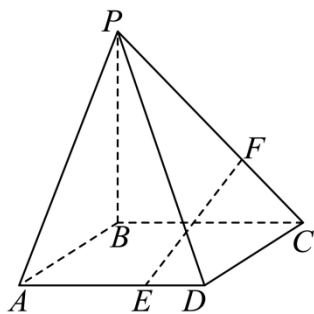
四、解答题

15. 已知点 $M(-2, 3)$, $N(4, -3)$.

- (1) 求直线 MN 的一般式方程;
- (2) 求以线段 MN 为直径的圆的标准方程;
- (3) 求(2)中的圆在点 $P(4, 3)$ 处的切线方程

16. 如图所示, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是矩形, $PB \perp$ 底面 $ABCD$,

$$AB = BC = 3, \quad BP = 3, \quad CF = \frac{1}{3}CP, \quad DE = \frac{1}{3}DA$$



(1)证明：直线 $EF \parallel$ 平面 ABP ；

(2)求点 P 到平面 ADF 的距离

17. 设向量 $\vec{s} = (x + \sqrt{3}, y)$, $\vec{t} = (y, x - \sqrt{3})$ ($x, y \in \mathbf{R}$) 满足 $|\vec{s}| + |\vec{t}| = 4$.

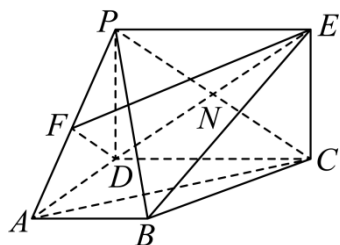
(1)求动点 $M(x, y)$ 的轨迹 C 的方程；

(2)若点 $F_1(-\sqrt{3}, 0)$, $F_2(\sqrt{3}, 0)$, 设斜率为 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ 且过 F_2 的直线 l 与 (1) 中的轨迹交于 P, Q

两点, 求 $\triangle F_1PQ$ 的面积

18. 如图所示的几何体中, PD 垂直于梯形 $ABCD$ 所在的平面, $\angle ADC = \angle BAD = \frac{\pi}{2}$, F

为 PA 的中点, $PD = \sqrt{2}$, $AB = AD = \frac{1}{2}CD = 1$, 四边形 $PDCE$ 为矩形, 线段 PC 交 DE 于点 N .



(1)求证: $AC \parallel$ 平面 DEF ;

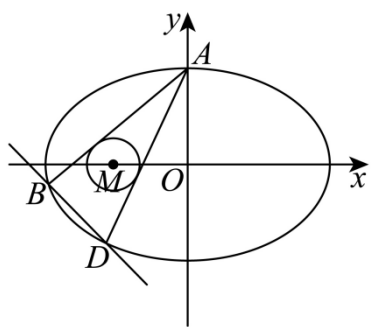
(2)求二面角 $A-PB-C$ 的余弦值;

(3)在线段 EF 上是否存在一点 Q , 使得 BQ 与平面 BCP 所成角的大小为 $\frac{\pi}{6}$? 若存在, 求出

FQ 的长; 若不存在, 请说明理由

19. 如图, 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的上顶点为 $A(0, 3)$, 离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 若过

点 A 作圆 $M: (x+3)^2 + y^2 = r^2$ ($0 < r < 3$) 的两条切线分别与椭圆 C 相交于点 B, D (不同于点 A).



- (1)求椭圆 C 的方程;
(2)设直线 AB 和 AD 的斜率分别为 k_1 , k_2 , 求证: $k_1 \cdot k_2$ 为定值;
(3)求证: 直线 BD 过定点

参考答案

1. 答案：B

解析： $\because \vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \times 1 + 2 \times 1 + (-\sqrt{3}) \times \sqrt{3} = 0$,

故选：B

2. 答案：C

解析：因为 $A(-2, 0)$, $B(-2, 3)$,

所以经过 A, B 两点的直线与 x 轴垂直，所以其倾斜角为 90° .

故选：C.

3. 答案：A

解析：圆 C 的方程可化为 $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 16$,

圆心 C 的坐标是 $(-2, 1)$.

故选：A.

4. 答案：C

解析：因为抛物线的焦点到准线的距离为 p ,

所以由抛物线 $y^2 = 4x$ 可得 $p = 2$,

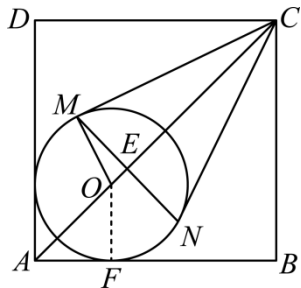
则焦点到其准线的距离为 2.

故选：C

5. 答案：A

解析：记 OC 与 MN 相交于 E ,

过 O 作 AB 的垂线，与 AB 相交于 F 点，如图所示，



$OM = 2$ 丈, $MN = \sqrt{3}OM = 2\sqrt{3}$ 丈,

则 $ME = \frac{1}{2}MN = \sqrt{3}$ 丈,

在 $\text{Rt}\triangle MOE$ 中, $\sin \angle MOE = \frac{ME}{MO} = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

则 $\angle MOE = 60^\circ$,

$\text{Rt}\triangle MOC$ 中, $OC = 2OM = 4$ 丈,

$\text{Rt}\triangle AOF$ 中, $OF = 2$ 丈,

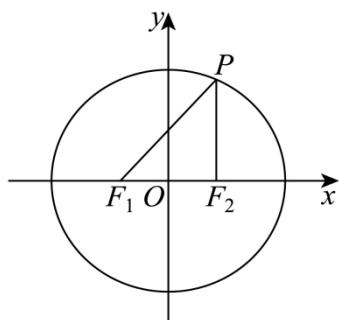
$\angle OAF = 45^\circ$, 则 $OA = 2\sqrt{2}$ 丈,

所以 $AC = OC + OA = 4 + 2\sqrt{2}$ 丈

故选: A.

6. 答案: C

解析: 依题意,



设椭圆的长轴长为 $2a$, 半焦距为 c , 则 $|F_1F_2| = 2c$,

则 $|PF_2| = 2c$, $|PF_1| = 2\sqrt{2}c$,

于是 $2a = |PF_1| + |PF_2| = 2\sqrt{2}c + 2c$,

$$\therefore e = \frac{c}{a} = \frac{2c}{2a} = \frac{2c}{2\sqrt{2}c + 2c} = \sqrt{2} - 1.$$

故选: C

7. 答案: B

解析: 取 BD 中点 O , 连接 AO , CO ,

$$AB = BD = DA = 4, \quad BC = CD = 2\sqrt{2}$$

则 $CO \perp BD$, $AO \perp BD$ 且 $CO = 2$, $AO = 2\sqrt{3}$

于是 $\angle AOC$ 是二面角 $A-BD-C$ 的平面角,

显然 $BD \perp$ 平面 AOC ,

在平面 AOC 内过点 O 作 $Oz \perp OC$, 则 $BD \perp Oz$,

直线 OC , OD , Oz 两两垂直,

以 O 为原点，直线 OC ， OD ， Oz

分别为 x ， y ， z 轴建立空间直角坐标系，

$B(0, -2, 0)$ ， $C(2, 0, 0)$ ， $D(0, 2, 0)$

设二面角 $A-BD-C$ 的大小为 θ ， $\theta \in [\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ ，

因此 $A(2\sqrt{3}\cos\theta, 0, 2\sqrt{3}\sin\theta)$ ，

$\overrightarrow{BA} = (2\sqrt{3}\cos\theta, 2, 2\sqrt{3}\sin\theta)$ ，

$\overrightarrow{CD} = (-2, 2, 0)$ ，

于是 $\cos\alpha = \left| \cos \langle \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CD} \rangle \right| = \frac{|\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CD}|}{|\overrightarrow{BA}| |\overrightarrow{CD}|}$

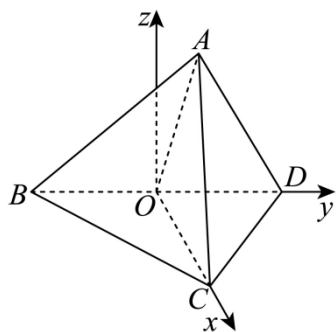
$$= \frac{|4 - 4\sqrt{3}\cos\theta|}{4 \times 2\sqrt{2}} = \frac{|1 - \sqrt{3}\cos\theta|}{2\sqrt{2}},$$

显然 $\cos\theta \in [\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}]$ ，

则当 $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 时， $(\cos\alpha)_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{8}$ ，

所以 $\cos\alpha$ 的最大值为 $\frac{\sqrt{2}}{8}$ 。

故选：B

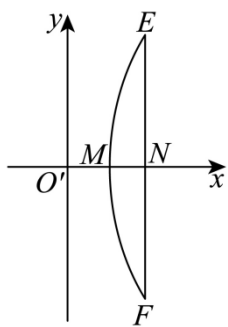


8. 答案：B

解析：设 EF 交 OB 于 N ，

以过点 M 且垂直于圆锥底面的平面的中心为原点，

平行于圆锥的轴为 x 轴建立如图所示坐标系，



因为圆锥的高 $|PO|=|O'N|=2$ ， M 是 PB 中点，且截面垂直于底面，

所以 $|MN|=\frac{1}{2}|PO|=1$ ，所以 $M(1,0)$ ，

又因为底面圆半径 $|OB|=4$ ，

所以 $|ON|=\frac{1}{2}|OB|=2$ ， $|EN|=\sqrt{|OE|^2-|ON|^2}=2\sqrt{3}$ ，

所以 $E(2,2\sqrt{3})$ ，

设双曲线方程为 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ ，

将 $M(1,0)$ ， $E(2,2\sqrt{3})$ 代入双曲线方程得
$$\begin{cases} \frac{1}{a^2}=1 \\ \frac{4}{a^2}-\frac{12}{b^2}=1 \end{cases}$$
，

解得
$$\begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}$$
，

则双曲线的两条渐近线方程为 $y=\pm 2x$ ，

由对称性可知两条渐近线所夹锐角的正切值为 $\left|\frac{2 \times 2}{1-2^2}\right|=\frac{4}{3}$ ，

所以双曲线两渐近线所夹锐角的余弦值为 $\sqrt{\frac{1}{\left(\frac{4}{3}\right)^2+1}}=\frac{3}{5}$ 。

故选：B.

9. 答案：BD

解析：由题可知 A ， B 在 $x+y-3=0$ 的同侧，

设点 B 关于直线 $x+y-3=0$ 的对称点为 $B'(a,b)$ ，如下图所示：

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/416011032134011012>