

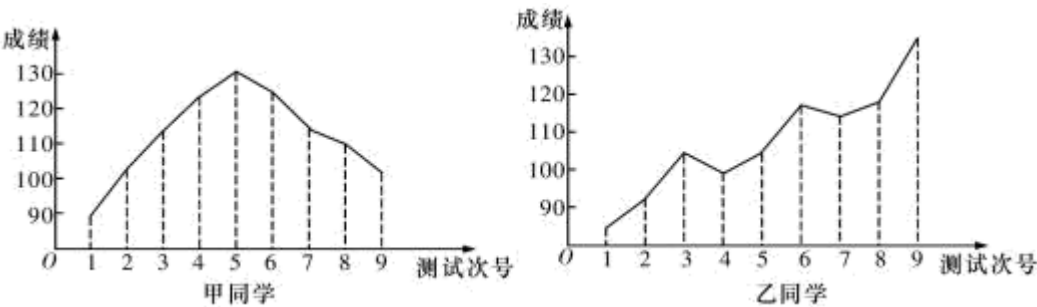
2023-2024 学年广东省湛江市达标名校高三下学期第二次阶段检测试题-数学试题试卷

注意事项：

- 1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
- 2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
- 3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 对某两名高三学生在连续 9 次数学测试中的成绩（单位：分）进行统计得到折线图，下面是关于这两位同学的数学成绩分析。



- ①甲同学的成绩折线图具有较好的对称性，故平均成绩为 130 分；
- ②根据甲同学成绩折线图提供的数据进行统计，估计该同学平均成绩在区间 $[110,120]$ 内；
- ③乙同学的数学成绩与测试次号具有比较明显的线性相关性，且为正相关；
- ④乙同学连续九次测验成绩每一次均有明显进步。

其中正确的个数为（ ）

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

2. 某公园新购进 3 盆锦紫苏、2 盆虞美人、1 盆郁金香，6 盆盆栽，现将这 6 盆盆栽摆成一排，要求郁金香不在两边，任两盆锦紫苏不相邻的摆法共（ ）种

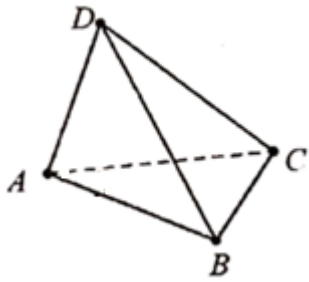
- A. 96 B. 120 C. 48 D. 72

3. 我国古代数学著作《九章算术》有如下问题：“今有蒲生一日，长三尺莞生一日，长一尺蒲生日自半，莞生日自倍. 问几何日而长倍？”意思是：“今有蒲草第 1 天长高 3 尺，莞草第 1 天长高 1 尺以后，蒲草每天长高前一天的一半，莞草每天长高前一天的 2 倍. 问第几天莞草是蒲草的二倍？”你认为莞草是蒲草的二倍长所需要的天数是（ ）

（结果采取“只入不舍”的原则取整数，相关数据： $\lg 3 \approx 0.4771$ ， $\lg 2 \approx 0.3010$ ）

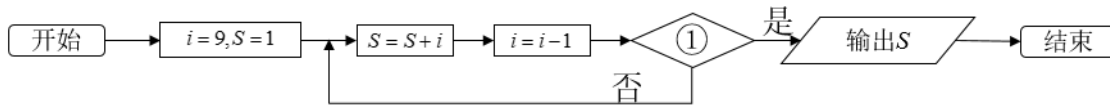
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

4. 如图，已知三棱锥 $D-ABC$ 中，平面 $DAB \perp$ 平面 ABC ，记二面角 $D-AC-B$ 的平面角为 α ，直线 DA 与平面 ABC 所成角为 β ，直线 AB 与平面 ADC 所成角为 γ ，则（ ）



- A. $\alpha \geq \beta \geq \gamma$ B. $\beta \geq \alpha \geq \gamma$ C. $\alpha \geq \gamma \geq \beta$ D. $\gamma \geq \alpha \geq \beta$

5. 如图所示的程序框图，当其运行结果为 31 时，则图中判断框①处应填入的是 ()



- A. $i \leq 3?$ B. $i \leq 4?$ C. $i \leq 5?$ D. $i \leq 6?$

6. 已知向量 $\vec{a} = (1, \sqrt{3})$ ， $\vec{b}$ 是单位向量，若 $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{3}$ ，则 $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle =$ ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

7. $F(-c, 0)$ 为双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的左焦点，过点 F 的直线与圆 $x^2 + y^2 = \frac{3}{4}c^2$ 交于 A 、 B 两点，(A 在 F 、 B

之间) 与双曲线 E 在第一象限的交点为 P ， O 为坐标原点，若 $\vec{FA} = \vec{BP}$ ，且 $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = -\frac{3}{100}c^2$ ，则双曲线 E 的离心

率为 ()

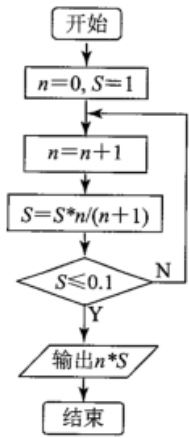
- A. $\sqrt{5}$ B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. 5

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x \ln x - 2x, & x > 0 \\ x^2 + \frac{3}{2}x, & x \leq 0 \end{cases}$ 的图像上有且仅有四个不同的点关于直线 $y = -1$ 的对称点在 $y = kx - 1$ 的图像

上，则实数 k 的取值范围是 ()

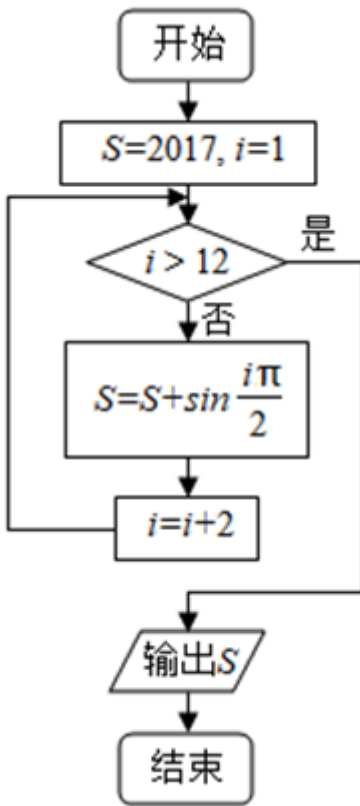
- A. $(\frac{1}{2}, 1)$ B. $(\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$ C. $(\frac{1}{3}, 1)$ D. $(\frac{1}{2}, 2)$

9. 阅读下面的程序框图，运行相应的程序，程序运行输出的结果是 ()



- A. 1. 1 B. 1 C. 2. 9 D. 2. 8

10. 运行如图程序，则输出的 S 的值为 ()



- A. 0 B. 1 C. 2018 D. 2017

11. 已知抛物线 $C: x^2 = 8y$ ，点 P 为 C 上一点，过点 P 作 $PQ \perp x$ 轴于点 Q ，又知点 $A(5, 2)$ ，则 $|PQ| + |PA|$ 的最小值为 ()

- A. $\frac{13}{2}$ B. $4\sqrt{10} - 2$ C. 3 D. 5

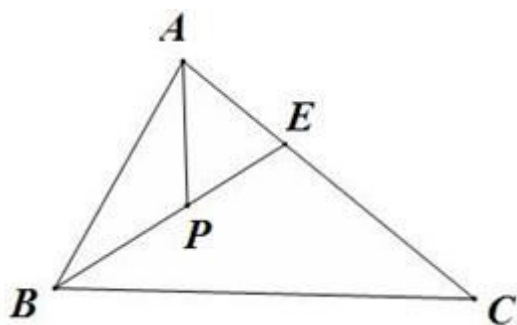
12. 用一个平面去截正方体，则截面不可能是 ()

- A. 正三角形 B. 正方形 C. 正五边形 D. 正六边形

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，E 为边 AC 上一点，且 $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AE}$ ，P 为 BE 上一点，且满足

$\vec{AP} = m\vec{AB} + n\vec{AC} (m > 0, n > 0)$, 则 $\frac{1}{n} + \frac{3}{m} + 3$ 的最小值为_____.

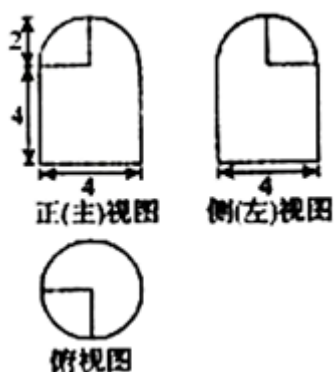


14. 若存在实数 k, b 使得不等式 $f(x) \leq kx + b \leq g(x)$ 在某区间上恒成立, 则称 $f(x)$ 与 $g(x)$ 为该区间上的一对“分离函数”, 下列各组函数中是对应区间上的“分离函数”的有_____。(填上所有正确答案的序号)

- ① $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right)$, $f(x) = \sin x$, $g(x) = \tan x$;
 ② $x \in [1, +\infty)$, $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$, $g(x) = \sqrt{x^2 + 1}$;
 ③ $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2$, $g(x) = e^x + e^{-x}$;
 ④ $x \in (0, +\infty)$, $f(x) = x - \frac{1}{x}$, $g(x) = 2x \ln x$.

15. 已知点 M 是曲线 $y = 2\ln x + x^2 - 3x$ 上一动点, 当曲线在 M 处的切线斜率取得最小值时, 该切线的方程为_____.

16. 如图是某几何体的三视图, 俯视图中圆的两条半径长为 2 且互相垂直, 则该几何体的体积为_____.



三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 若养殖场每个月生猪的死亡率不超过 1%, 则该养殖场考核为合格, 该养殖场在 2019 年 1 月到 8 月养殖生猪的相关数据如下表所示:

月份	1 月	2 月	3 月	4 月	5 月	6 月	7 月	8 月
月养殖量/千只	3	4	5	6	7	9	10	12

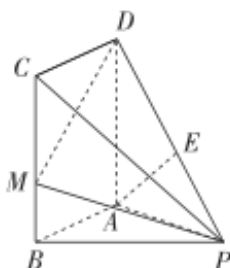
月利润/十万元	3.6	4.1	4.4	5.2	6.2	7.5	7.9	9.1
生猪死亡数/只	29	37	49	53	77	98	126	145

- (1) 从该养殖场 2019 年 2 月到 6 月这 5 个月中任意选取 3 个月，求恰好有 2 个月考核获得合格的概率；
- (2) 根据 1 月到 8 月的数据，求出月利润 y (十万元) 关于月养殖量 x (千只) 的线性回归方程 (精确到 0.001)。
- (3) 预计在今后的养殖中，月利润与月养殖量仍然服从 (2) 中的关系，若 9 月份的养殖量为 1.5 万只，试估计：该月利润约为多少万元？

附：线性回归方程 $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}x$ 中斜率和截距用最小二乘法估计计算公式如下：
$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}$$

参考数据： $\sum_{i=1}^8 x_i^2 = 460, \sum_{i=1}^8 x_i y_i = 379.5$.

18. (12 分) 如图，已知四棱锥 $P-ABCD$ ， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ，底面 $ABCD$ 为矩形， $AB = 3, AP = 4$ ， E 为 PD 的中点， $AE \perp PC$ 。



- (1) 求线段 AD 的长.
- (2) 若 M 为线段 BC 上一点，且 $BM = 1$ ，求二面角 $M-PD-A$ 的余弦值.
19. (12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$)，点 A 是 C 的左顶点，点 $P(2,3)$ 为 C 上一点，离心率 $e = \frac{1}{2}$ 。

- (1) 求椭圆 C 的方程；
- (2) 设过点 A 的直线 l 与 C 的另一个交点为 B (异于点 P)，是否存在直线 l ，使得以 AB 为直径的圆经过点 P ，若存在，求出直线 l 的方程；若不存在，说明理由。

20. (12 分) 某中学的甲、乙、丙三名同学参加高校自主招生考试，每位同学彼此独立的从 A, B, C, D, E 五所高校中任选 2 所。

- (1) 求甲、乙、丙三名同学都选 D 高校的概率；
- (2) 若已知甲同学特别喜欢 A 高校，他必选 A 校，另在 B, C, D, E

四校中再随机选 1 所；而同学乙和丙对五所高校没有偏爱，因此他们每人在五所高校中随机选 2 所。

(i) 求甲同学选 D 高校且乙、丙都未选 D 高校的概率；

(ii) 记 X 为甲、乙、丙三名同学中选 D 高校的人数，求随机变量 X 的分布列及数学期望。

21. (12 分) 已知集合 $A = \left\{ x \mid y = \sqrt{\frac{2x-1}{x+1}} - 1 \right\}$, 集合 $B = \{x \mid -1, x+a, 2\}$.

(1) 求集合 A ;

(2) 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

22. (10 分) 已知函数 $f(x) = |x+1| - |4-2x|$.

(1) 求不等式 $f(x) \leq \frac{1}{3}(x-1)$ 的解集;

(2) 若函数 $f(x)$ 的最大值为 m , 且 $2a+b=m(a>0, b>0)$, 求 $\frac{2}{a} + \frac{1}{b}$ 的最小值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

利用图形，判断折线图平均分以及线性相关性，成绩的比较，说明正误即可。

【详解】

①甲同学的成绩折线图具有较好的对称性，最高 130 分，平均成绩为低于 130 分，①错误；

②根据甲同学成绩折线图提供的数据进行统计，估计该同学平均成绩在区间 $[110, 120]$ 内，②正确；

③乙同学的数学成绩与测试次号具有比较明显的线性相关性，且为正相关，③正确；

④乙同学在这连续九次测验中第四次、第七次成绩较上一次成绩有退步，故④不正确。

故选：C。

【点睛】

本题考查折线图的应用，线性相关以及平均分的求解，考查转化思想以及计算能力，属于基础题。

2、B

【解析】

间接法求解，两盆锦紫苏不相邻，被另 3 盆隔开有 $A_3^3 A_4^3$ ，扣除郁金香在两边有 $2A_2^2 A_3^3$ ，即可求出结论.

【详解】

使用插空法，先排 2 盆虞美人、1 盆郁金香有 A_3^3 种，

然后将 3 盆锦紫苏放入到 4 个位置中有 A_4^3 种，

根据分步乘法计数原理有 $A_3^3 A_4^3$ ，扣除郁金香在两边，

排 2 盆虞美人、1 盆郁金香有 $2A_2^2$ 种，

再将 3 盆锦紫苏放入到 3 个位置中有 A_3^3 ，

根据分步计数原理有 $2A_2^2 A_3^3$ ，

所以共有 $A_3^3 A_4^3 - 2A_2^2 A_3^3 = 120$ 种.

故选:B.

【点睛】

本题考查排列应用问题、分步乘法计数原理，不相邻问题插空法是解题的关键，属于中档题.

3、C

【解析】

由题意可利用等比数列的求和公式得莞草与蒲草 n 天后长度，进而可得： $2 \times \frac{3\left(1-\frac{1}{2^n}\right)}{1-\frac{1}{2}} = \frac{2^n-1}{2-1}$ ，解出即可得出.

【详解】

由题意可得莞草与蒲草第 n 天的长度分别为 $a_n = 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ ， $b_n = 1 \times 2^{n-1}$

据题意得： $2 \times \frac{3\left(1-\frac{1}{2^n}\right)}{1-\frac{1}{2}} = \frac{2^n-1}{2-1}$ ，解得 $2^n=12$ ，

$$\therefore n = \frac{\lg 12}{\lg 2} = 2 + \frac{\lg 3}{\lg 2} \approx 3.58$$

故选：C.

【点睛】

本题考查了等比数列的通项公式与求和公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题.

4、A

【解析】

作 $DD' \perp AB$ 于 D' , $DE \perp AC$ 于 E , 分析可得 $\alpha = \angle DED'$, $\beta = \angle DAD'$, 再根据正弦的大小关系判断分析得 $\alpha \geq \beta$, 再根据线面角的最小性判定 $\beta \geq \gamma$ 即可.

【详解】

作 $DD' \perp AB$ 于 D' , $DE \perp AC$ 于 E .

因为平面 $DAB \perp$ 平面 ABC , $DD' \perp$ 平面 ABC . 故 $AC \perp DE$, $AC \perp DD'$,

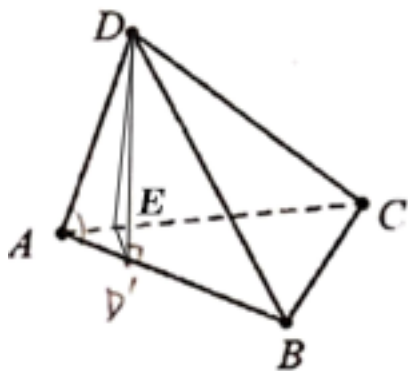
故 $AC \perp$ 平面 DED' . 故二面角 $D-AC-B$ 为 $\alpha = \angle DED'$.

又直线 DA 与平面 ABC 所成角为 $\beta = \angle DAD'$, 因为 $DA \geq DE$,

故 $\sin \angle DED' = \frac{DD'}{DE} \geq \frac{DD'}{DA} = \sin \angle DAD'$. 故 $\alpha \geq \beta$, 当且仅当 A, E 重合时取等号.

又直线 AB 与平面 ADC 所成角为 γ , 且 $\beta = \angle DAD'$ 为直线 AB 与平面 ADC 内的直线 AD 所成角, 故 $\beta \geq \gamma$, 当且仅当 $BD \perp$ 平面 ADC 时取等号.

故 $\alpha \geq \beta \geq \gamma$.



故选: A

【点睛】

本题主要考查了线面角与线线角的大小判断, 需要根据题意确定角度的正弦的关系, 同时运用线面角的最小性进行判定. 属于中档题.

5、C

【解析】

根据程序框图的运行, 循环算出当 $S = 31$ 时, 结束运行, 总结分析即可得出答案.

【详解】

由题可知, 程序框图的运行结果为 31,

当 $S=1$ 时, $i=9$;

当 $S=1+9=10$ 时, $i=8$;

当 $S=1+9+8=18$ 时, $i=7$;

当 $S=1+9+8+7=25$ 时, $i=6$;

当 $S=1+9+8+7+6=31$ 时, $i=5$.

此时输出 $S=31$.

故选: C.

【点睛】

本题考查根据程序框图的循环结构, 已知输出结果求条件框, 属于基础题.

6、C

【解析】

设 $\vec{b} = (x, y)$, 根据题意求出 x, y 的值, 代入向量夹角公式, 即可得答案;

【详解】

设 $\vec{b} = (x, y)$, $\therefore \vec{a} - \vec{b} = (1-x, \sqrt{3}-y)$,

Q $\vec{b}$ 是单位向量, $\therefore x^2 + y^2 = 1$,

Q $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{3}$, $\therefore (1-x)^2 + (\sqrt{3}-y)^2 = 3$,

联立方程解得: $\begin{cases} x = -\frac{1}{2}, \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2}, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 1, \\ y = 0, \end{cases}$

当 $\begin{cases} x = -\frac{1}{2}, \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2}, \end{cases}$ 时, $\cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}}{2 \times 1} = \frac{1}{2}$; $\therefore \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\pi}{3}$

当 $\begin{cases} x = 1, \\ y = 0, \end{cases}$ 时, $\cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{1}{2 \times 1} = \frac{1}{2}$; $\therefore \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\pi}{3}$

综上所述: $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\pi}{3}$.

故选: C.

【点睛】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/416112153040010232>