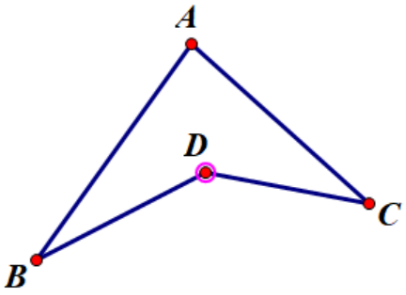
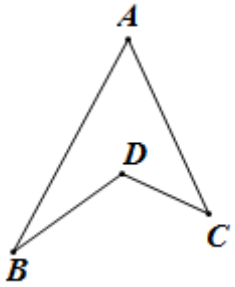
专题 1.16 三角形几何模型-燕尾角（专项练习）

【知识模型】如图：这样的图形称之为“燕尾角模型”



结论：∠BDC=∠A+∠B+∠C

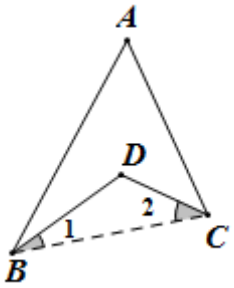


【模型证明】

1．如图所示，已知四边形 $ABDC$，

求证 $\angle BDC=\angle A+\angle B+\angle C$.

证法 1：如图一所示，连接 BC.



在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A+\angle ABC+\angle ACB=180^{\circ}$，

即 $\angle A+\angle ABD+\angle 1+\angle ACD+\angle 2=180^{\circ}$.

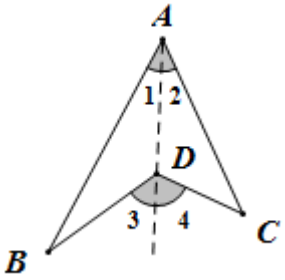
在 $\triangle BCD$ 中，

$\because \angle BDC+\angle 1+\angle 2=180^{\circ}$，

$\therefore \angle BDC=\angle A+\angle ABD+\angle ACD$；

图一

证法 2：如图二所示，连接 AD 并延长.



$\because \angle 3$ 是 $\triangle ABD$ 的外角，

$\therefore \angle 3=\angle 1+\angle ABD$.

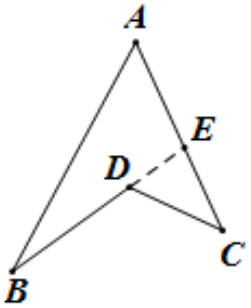
同理，$\angle 4=\angle 2+\angle ACD$.

$\therefore \angle 3+\angle 4=\angle 1+\angle 2+\angle ABD+\angle ACD$.

即 $\angle BDC=\angle A+\angle ABD+\angle ACD$.

图二

证法 3：如图所示，延长 BD，交 AC 于点 E.



$\because \angle DEC$ 是 $\triangle ABE$ 的外角，

$\therefore \angle DEC=\angle A+\angle ABD$.

$\because \angle BDC$ 是 $\triangle DEC$ 的外角，

$\therefore \angle BDC = \angle DEC + \angle ACD$.

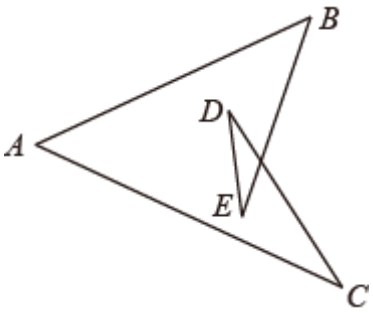
$\therefore \angle BDC = \angle A + \angle ABD + \angle ACD$.

图三

【点拨】本题考查了三角形的外角性质：解题的关键是知道三角形的任一外角等于与之不相邻的两内角的和．也考查了三角形内角和定理．

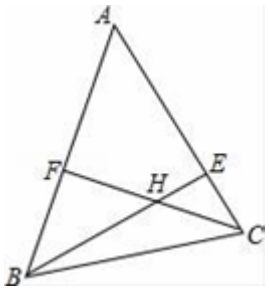
一、单选题

1．如图所示，∠A+∠B+∠C+∠D+∠E 的结果为（　　）



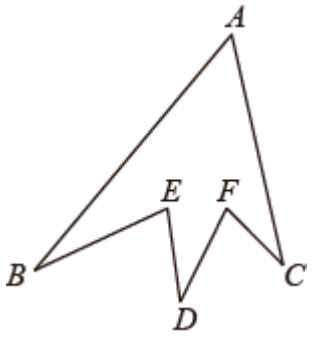
A．90°　　B．360°　　C．180°　　D．无法确定

2．如图，已知 BE，CF 分别为△ABC 的两条高，BE 和 CF 相交于点 H，若∠BAC=50°，则∠BHC 为（　　）



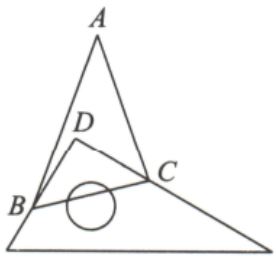
A．115°　　B．120°　　C．125°　　D．130°

3．在社会实践手工课上，小茗同学设计了一个形状如图所示的零件，如果 $\angle A = 52°, \angle B = 25°$ ， $\angle C = 30°, \angle D = 35°, \angle E = 72°$ ，那么 $\angle F$ 的度数是（　　）.



A．72°　　B．70°　　C．65°　　D．60°

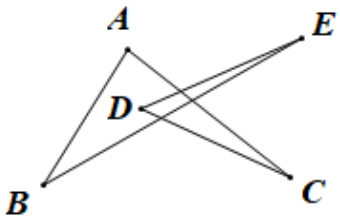
4．如图，已知在$\triangle ABC$中，$\angle A=40°$，现将一块直角三角板放在$\triangle ABC$上，使三角板的两条直角边分别经过点B,C，直角顶点D落在$\triangle ABC$的内部，则$\angle ABD+\angle ACD=$（　　）.



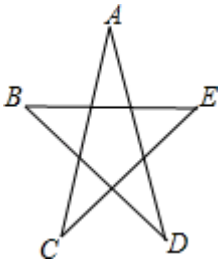
A．90°　　B．60°　　C．50°　　D．40°

二、填空题

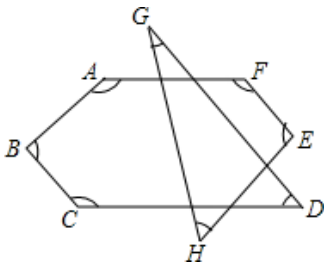
5．如图，$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E=$_____.



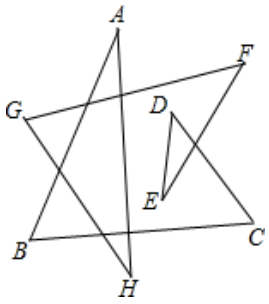
6．如图，则$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E$的度数是__.



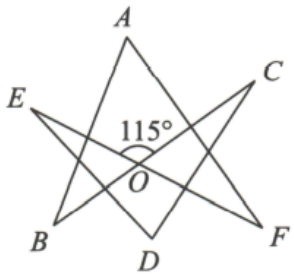
7．如图，$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F+\angle G+\angle H=$__.



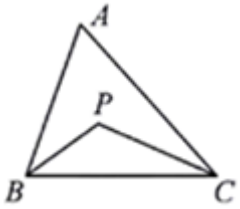
8．如图，$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F+\angle G+\angle H=$__.



9．如图，若 $\angle EOC=115°$，则 $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F=$_____.



10．如图，在 ΔABC 中，$\angle ABC=80°$，$\angle ACB=50°$，BP 平分 $\angle ABC$，CP 平分 $\angle ACB$，则 $\angle BPC=$_____.



三、解答题

11．如图(1)所示的图形，像我们常见的学习用品——圆规．我们不妨把这样图形叫做‘规形图”，那么在这一个简单的图形中，到底隐藏了哪些数学知识呢？下面就请你发挥你的聪明才智，解决以下问题：

（1）观察“规形图”,试探究∠BDC 与∠A、∠B、∠C 之间的关系，并说明理由；

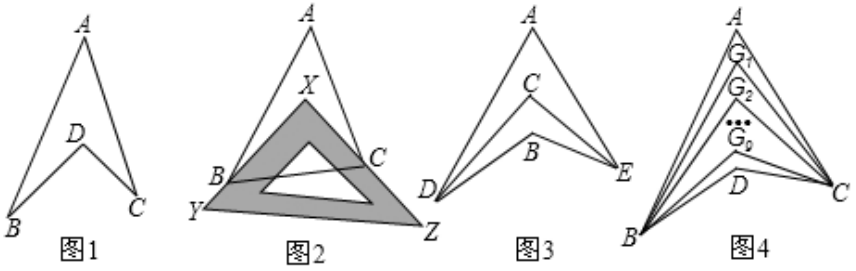
（2）请你直接利用以上结论，解决以下三个问题：

①如图(2)，把一块三角尺 XYZ 放置在△ABC 上，使三角尺的两条直角边 XY、图(1)XZ

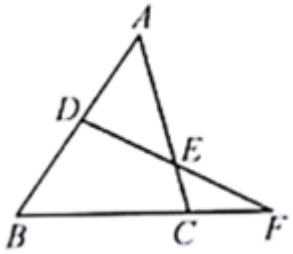
恰好经过点 B、C，若∠A=50°，则∠ABX+∠ACX =_____°；

②如图(3)DC 平分∠ADB,EC 平分∠AEB,若∠DAE=50°，∠DBE=130°，求∠DCE 的度数；（写出解答过程）

③如图（4），∠ABD，∠ACD 的 10 等分线相交于点 G_1、G_2…、G_9，若∠BDC=140°，∠BG_1C=77°，则∠A 的度数=_____°.

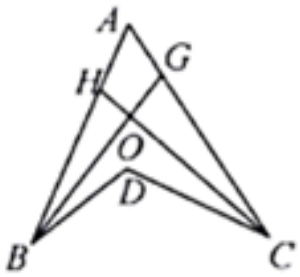


12．如图，已知 DE 分别交 ΔABC 的边 AB 、 AC 于 D 、 E ，交 BC 的延长线于 F ，$\angle B=62°$ ， $\angle ACB=76°$ ， $\angle ADE=93°$ ，求 $\angle DEC$ 的度数.

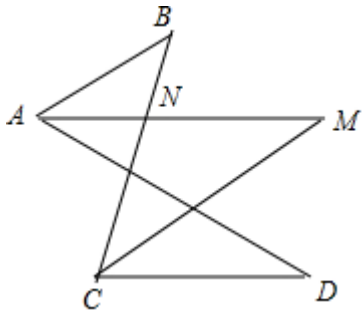


13．如图， BG 是 $\angle ABD$ 的平分线，CH 是 $\angle ACD$ 的平分线， BG 与 CH 交于点 O ，若

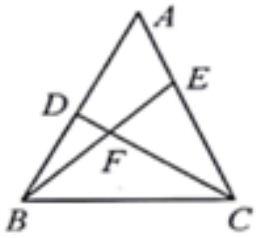
$\angle BDC=150°$，$\angle BOC=110°$，求$\angle A$的度数.



14．如图，AM、CM分别平分$\angle BAD$和$\angle BCD$，若$\angle B=42°$，$\angle D=54°$，求$\angle M$的度数.



15．如图，D是AB上一点，E是AC上一点，BE，CD相交于点F，$\angle A=62°$，$\angle ACD=35°$，$\angle ABE=20°$，求$\angle BFD$的度数.



16．模型规律：如图1，延长CO交AB于点D，则

$\angle BOC=\angle 1+\angle B=\angle A+\angle C+\angle B$．因为凹四边形 $ABOC$ 形似箭头，其四角具有“$\angle BOC=\angle A+\angle B+\angle C$”这个规律，所以我们把这个模型叫做“箭头四角形”.

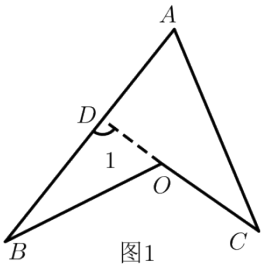


图1

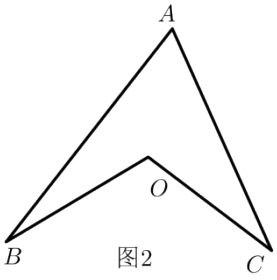


图2

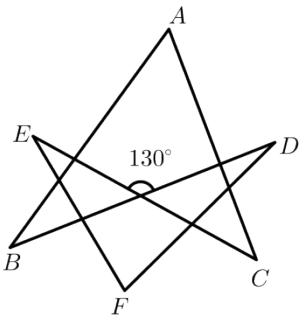


图3

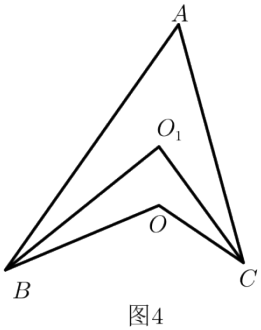


图4

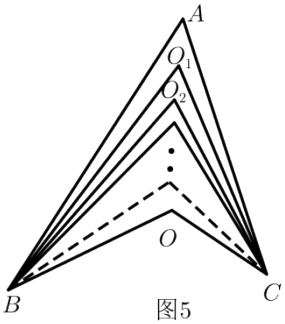


图5

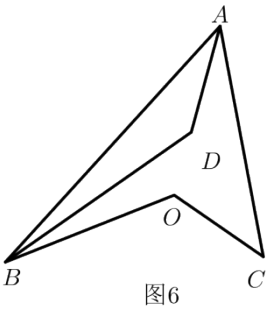


图6

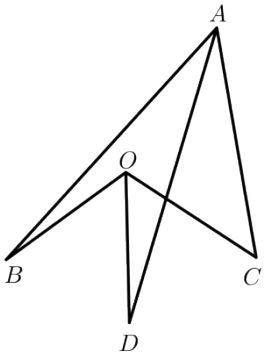


图7

模型应用

（1）直接应用：

①如图 2，$\angle A=60°,\angle B=20°,\angle C=30°$，则 $\angle BOC=$_____°；

②如图 3，$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F=$_____°；

（2）拓展应用：

①如图 4，$\angle ABO$、$\angle ACO$ 的 2 等分线（即角平分线）BO_1、CO_1 交于点 O_1，已知 $\angle BOC=120°$，$\angle BAC=50°$，则 $\angle BO_1C=$_____°；

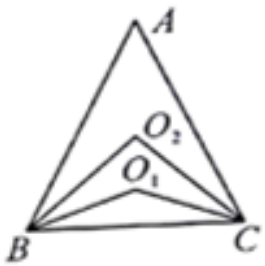
②如图 5，BO、CO 分别为 $\angle ABO$、$\angle ACO$ 的 10 等分线 $(i=1,2,3,\ldots,8,9)$．它们的交

点从上到下依次为O_1、O_2、O_3、…、O_9．已知$\angle BOC=120°$，$\angle BAC=50°$，则$\angle BO_7C=$_____°；

③如图6，$\angle ABO$、$\angle BAC$的角平分线BD、AD交于点D，已知$\angle BOC=120°,\angle C=44°$，则$\angle ADB=$_____°；

④如图7，$\angle BAC$、$\angle BOC$的角平分线AD、OD交于点D，则$\angle B$、$\angle C$、$\angle D$之同的数量关系为_____.

17．如图，ΔABC中，（1）若$\angle ABC$、$\angle ACB$的三等分线交于点O_1、O_2，请用$\angle A$表示$\angle BO_1C$、$\angle BO_2C$；（2）若$\angle ABC$、$\angle ACB$的n等分线交于点O_1、$O_2\cdots\cdots O_{n-1}$（O_1、$O_2\cdots\cdots O_{n-1}$依次从下到上），请用$\angle A$表示$\angle BO_1C$，$\angle BO_{n-1}C$.



参考答案

1．C

解：如图，连接 BC，

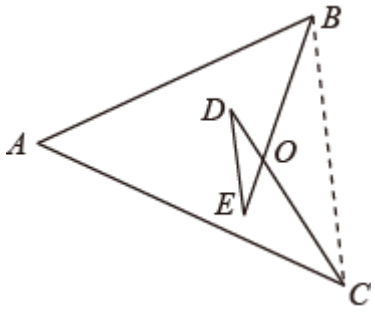
∵∠D+∠E+∠DOE=∠BOC+∠OCB+∠BOC=180°，∠DOE=∠BOC，

∴∠D+∠E=∠OBC+∠OCB，

又∵∠A+∠ABO+∠ACO+∠OBC+∠OCB=180°，

∴∠A+∠ABO+∠ACO+∠D+∠E=180°.

故选 C.



2．D

解：∵BE 为△ABC 的高，∠BAC=50°，

∴∠ABE=90°-50°=40°，

∵CF 为△ABC 的高，

∴∠BFC=90°，

∴∠BHC=∠ABE+∠BFC=40°+90°=130°.

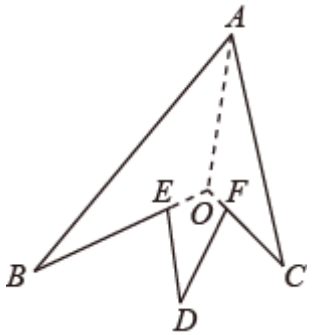
故选 D.

3．A

【分析】

延长 *BE* 交 *CF* 的延长线于 *O*，连接 *AO*，根据三角形内角和定理求出 $\angle BOC$，再利用邻补角的性质求出 $\angle DEO$，再根据四边形的内角和求出 $\angle DFO$，根据邻补角的性质即可求出 $\angle DFC$ 的度数.

解：延长 *BE* 交 *CF* 的延长线于 *O*，连接 *AO*，如图，



$\because \angle OAB+\angle B+\angle AOB=180°,$

$\therefore \angle AOB=180°-\angle B-\angle OAB,$

同理得 $\angle AOC=180°-\angle OAC-\angle C,$

$\because \angle AOB+\angle AOC+\angle BOC=360°,$

$\therefore \angle BOC=360°-\angle AOB-\angle AOC$

$=360°-(180°-\angle B-\angle OAB)-(180°-\angle OAC-\angle C)$

$=\angle B+\angle C+\angle BAC=107°,$

$\because \angle BED=72°,$

$\therefore \angle DEO=180°-\angle BED=108°,$

$\therefore \angle DFO=360°-\angle D-\angle DEO-\angle EOF$

$=360°-35°-108°-107°=110°,$

$\therefore \angle DFC=180°-\angle DFO=180°-110°=70°,$

故选：A.

【点拨】本题考查三角形内角和定理，多边形内角和，三角形的外角的性质，邻补角的性质，解题关键是会添加辅助线，将已知条件联系起来进行求解．三角形外角的性质：三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和；邻补角性质：邻补角互补；多边形内角和：$180°(n-2)$.

4．C

【分析】

由三角形内角和定理可得$\angle ABC+\angle ACB+\angle A=180°$，即$\angle ABC+\angle ACB=180-\angle A=140°$，再说明$\angle DBC+\angle DCB=90°$，进而完成解答．

解：∵在△ABC 中，$\angle A=40°$

∴$\angle ABC+\angle ACB=180-\angle A=140°$

∵在△DBC 中，$\angle BDC=90°$

∴$\angle DBC+\angle DCB=180°-90°=90°$

$\therefore \angle ABD+\angle ACD=40°-90°=50°$

故选 C.

【点拨】本题主要考查三角形内角和定理，灵活运用三角形内角和定理成为解答本题的关键．

5．$180°$ ##180 度

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/416213011052010112