2024-2025学年上海市闵行区高三上学期10月月考数学检测试题

注：请将试题的解答全部写在答题纸的相应位置，写在试卷上无效.

一、填空题（本大题共有12小题，第1-6题每题4分，第7-12题每题5分，满分54分）考生应在答题纸的相应位置直接填写结果.

1. 不等式$\dfrac{3-x}{x+4}\le 0$的解集是__________.

【答案】$\left(-\infty,-4\right)\cup\left[3,+\infty\right)$

【解析】

【分析】根据分式不等式的解法求得正确答案.

【详解】$\dfrac{3-x}{x+4}\le 0\Leftrightarrow\begin{cases}\left(3-x\right)\left(x+4\right)\le 0\\ x+4\ne 0\end{cases}$，解得$x<-4$或$x\ge 3$，

所以不等式的解集为$\left(-\infty,-4\right)\cup\left[3,+\infty\right)$.

故答案为：$\left(-\infty,-4\right)\cup\left[3,+\infty\right)$

2. 已知集合$A=\left(-1,1\right)$，集合$B=\{y\mid y=2^x,x\in A\}$，则$A\cap B=$____.

【答案】$\left(\dfrac{1}{2},1\right)$

【解析】

【分析】先求出集合B，即可求出交集.

【详解】因为$A=\left(-1,1\right)$，$B=\{y\mid y=2^x,x\in A\}$，

$x\in A$，即$x\in\left(-1,1\right)$，则$2^x\in\left(\dfrac{1}{2},2\right)$，

所以$B=\left(\dfrac{1}{2},2\right)$，则$A\cap B=\left(\dfrac{1}{2},1\right)$.

故答案为：$\left(\dfrac{1}{2},1\right)$

3. 若一个球的表面积为$9\pi\ \mathrm{cm}^2$，则该球的体积为____________cm^3.（结果中保留π）

【答案】$\dfrac{9}{2}\pi$ ##4.5π

【解析】

【分析】根据球的表面积公式求出球的半径，再求球的体积.

【详解】由球的表面积是$9\pi\ \mathrm{cm}^2$，

有$S=4\pi r^2=9\pi$，得$r=\frac{3}{2}$.

所以球的体积为$V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{9\pi}{2}$.

故答案为：$\frac{9}{2}\pi$

4. 第 33 届夏季奥林匹克运动会女子 10 米跳台跳水决赛中，全红禅以 425.60 分的高分拿下冠军.下面统计某社团一位运动员 10 次跳台跳水的训练成绩：68，80，74，63，66，84，78，66，70，76，则这组数据的 60%分位数为__________.

【答案】75

【解析】

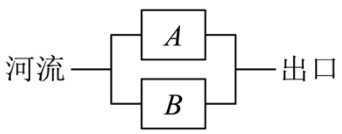
【分析】先进行排序，后按照百分位数概念计算可得.

【详解】先将成绩进行排序：63，66，66，68，70，74，76，78， 80， 84.

由于$10\times 0.6=6$，60%分位数为第 6 和第 7 个数据的平均值. 即$\frac{74+76}{2}=75$.

故答案为：75.

5. 如图，一条河流上的 A ，B是两个独立的水闸，设它们打开的概率分别为$\frac{2}{5},\frac{2}{3}$，则出口处通水的概率为_____________.



【答案】$\frac{4}{5}$##0.8

【解析】

【分析】根据给定条件，利用独立事件和对立事件的概率公式计算即可求解.

【详解】依题意，令A,B水闸打开的事件分别为事件A,B，则$P(A)=\frac{2}{5},P(B)=\frac{2}{3}$，且$A,B$相互独立，

所以出口处通水的概率$P(A+B)=1-P(\overline{A}\overline{B})=1-P(\overline{A})P(\overline{B})=1-\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{4}{5}$.

故答案为：$\frac{4}{5}$

6. 已知$\alpha\in(0,\frac{\pi}{2}),\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$，则$\sin(\alpha+\frac{\pi}{6})=$____________.

【答案】$\dfrac{3\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6}$

【解析】

【分析】利用和角的正弦公式，结合同角公式计算即得.

【详解】由$\alpha\in(0,\dfrac{\pi}{2}),\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，得$\sin\alpha=\sqrt{1-(\dfrac{\sqrt{3}}{3})^2}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，

所以$\sin(\alpha+\dfrac{\pi}{6})=\sin\alpha\cos\dfrac{\pi}{6}+\cos\alpha\sin\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{3}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{3\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6}$.

故答案为：$\dfrac{3\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6}$

7. 已知函数$f(x)=\log_a x(a>1)$的导函数为$y=f'(x)$，记

$A=f'\left(a\right),B=f'\left(a+1\right),C=\dfrac{f\left(a+1\right)-f\left(a\right)}{\left(a+1\right)-a}$，则$A$，$B$，$C$的大小关系是_____.（按从小到大的顺序排列）

【答案】$B<C<A$

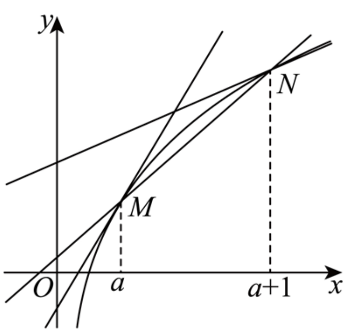
【解析】

【分析】对A,B利用导数的几何意义，再结合$C=\dfrac{f\left(a+1\right)-f\left(a\right)}{\left(a+1\right)-a}$的几何意义，问题转化为比较三条直线的斜率大小，利用数形结合的方法得到答案.

【详解】$A=f'\left(a\right),B=f'\left(a+1\right)$分别为函数$f(x)=\log_a x(a>1)$在$x=a,x=a+1$处的切线斜率，

$C=\dfrac{f\left(a+1\right)-f\left(a\right)}{\left(a+1\right)-a}$时点$M\left(a,f\left(a\right)\right),N\left(a+1,f\left(a+1\right)\right)$两点连线的斜率，

如图，自左向右，三条直线的斜率分别为A,C,B，其倾斜角从左到右，依次减小，



且均为锐角，根据正切函数单调性可知，$B<C<A$.

故答案为：$B<C<A$

8. 若双曲线$\frac{y^2}{4}-x^2=1$的一条渐近线与圆$\left(x-1\right)^2+y^2=1$交于A,B两点， 则$|AB|=$____.

【答案】$\frac{2\sqrt{5}}{5}$

【解析】

【分析】根据双曲线的标准方程，得到a,b,c的值，结合双曲线的几何性质，求得双曲线的渐近线方程，再利用圆的弦长公式，即可求解.

【详解】由双曲线$\frac{y^2}{4}-x^2=1$，可得$a=2,b=1$，

又由双曲线的其中一条渐近线方程为$y=\frac{a}{b}=2x$，即$2x-y=0$，

因为圆$\left(x-1\right)^2+y^2=1$的圆心为$(1,0)$，半径$r=1$，

所以圆心到渐近线的距离为$d=\frac{\left|2\times1-0\right|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，

由圆的弦长公式，可得$\left|AB\right|=2\sqrt{r^2-d^2}=2\sqrt{1-(\frac{2\sqrt{5}}{5})^2}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

故答案为：$\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

9. 已知函数$f(x)$是定义在R上的奇函数，且$f(2)=0$，若对任意的$x_1,x_2\in(-\infty,0)$，当$x_1\neq x_2$时，有$\frac{x_1\cdot f(x_1)-x_2\cdot f(x_2)}{x_1-x_2}<0$成立，则不等式$xf(x)>0$的解集为______.

【答案】$(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$

【解析】

【分析】根据给定条件，求出函数$xf(x)$的单调性、奇偶性，再利用性质解不等式.

【详解】令$g(x)=xf(x)$，由$f(x)$是定义在$\mathbf{R}$上的奇函数，得$g(-x)=-xf(-x)=g(x)$，则$g(x)$为偶函数，

由对任意的$x_1,x_2\in(-\infty,0)$，当$x_1\neq x_2$时，有$\frac{x_1\cdot f(x_1)-x_2\cdot f(x_2)}{x_1-x_2}<0$成立，

得$g(x)$在$(-\infty,0)$上单调递减，

因此函数 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，由 $f(2)=0$，得 $g(2)=0$，

不等式 $xf(x)>0 \Leftrightarrow g(x)>0 \Leftrightarrow g(|x|)>g(2)$，因此 $|x|>2$，解得 $x<-2$ 或 $x>2$，

所以不等式 $xf(x)>0$ 的解集为 $(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$.

故答案为：$(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n=2n-1$，记 b_m 为 $\{a_n\}$ 在区间 $\left[m,2^m\right)\left(m\in\mathrm{N},m>0\right)$ 内项的个数，则使得不等式 $b_{m+1}-b_m>2062$ 成立的 m 的最小值为______.

【答案】13

【解析】

【分析】分别谈论 m 为奇数和偶数时，$b_{m+1}-b_m>2062$ 的解，得 m 的最小值.

【详解】由 $m\le 2n-1<2^m \Rightarrow \frac{m+1}{2}\le n<\frac{2^m+1}{2}=2^{m-1}+\frac{1}{2}$.

当 m 为奇数时，$b_m=2^{m-1}-\frac{m+1}{2}+1=2^{m-1}-\frac{m}{2}+\frac{1}{2}$；

当 m 为偶数时，$b_m=2^{m-1}-\frac{m+2}{2}+1=2^{m-1}-\frac{m}{2}$.

所以当 m 为奇数时，$b_{m+1}-b_m=\left(2^m-\frac{m+1}{2}\right)-\left(2^{m-1}-\frac{m}{2}+\frac{1}{2}\right)=2^{m-1}-1$，

由 $2^{m-1}-1>2062 \Rightarrow m\ge 13$.

当 m 为偶数时，$b_{m+1}-b_m==\left(2^m-\frac{m+1}{2}+\frac{1}{2}\right)-\left(2^{m-1}-\frac{m}{2}\right)=2^{m-1}$，

由 $2^{m-1}>2062 \Rightarrow m\ge 13$.

又 m 为偶数，所以 $m\ge 14$

综上可知：m 的最小值为 13.

故答案为：13

11. 已知函数 $f\left(x\right)=\cos 2x-m\sin x\left(m>1\right)$，若函数 $y=f\left(x\right)$ 在区间 $\left(0,n\pi\right)$ 上恰有 2024 个零点，则所有可能的正整数 n 的值组成的集合为_____.

【答案】$\{2023,2024\}$

【解析】

【分析】化简函数得 $f\left(x\right)=-2\sin^{2}x-m\sin x+1$，令 $t=\sin x$，换元得 $g\left(t\right)=-2t^{2}-mt+1$，根据二次函数零点可得：原题意等价于 $\sin x=t_{2}\in\left(0,1\right)$ 在区间 $\left(0,n\pi\right)$ 上恰有 2024 个零点，结合正弦函数的图象性质分析求解.

【详解】$f\left(x\right)=\cos 2x-m\sin x=-2\sin^{2}x-m\sin x+1$，

令 $t=\sin x$，$t\in\left[-1,1\right]$，可得 $g\left(t\right)=-2t^{2}-mt+1$，$\Delta=m^{2}+8>0$，

记 $g\left(t\right)=-2t^{2}-mt+1$ 的两零点为 t_{1}、t_{2}，

则 $t_{1}t_{2}=-\dfrac{1}{2}<0$，不妨设 $t_{1}<0<t_{2}$，

且 $m>1$，则 $g\left(-1\right)=-1+m>0$，$g\left(0\right)=1>0$，$g\left(1\right)=-m-1<0$，

可知 $t_{1}<-1$（舍去），$0<t_{2}<1$，

原题意等价于 $\sin x=t_{2}\in\left(0,1\right)$ 在区间 $\left(0,n\pi\right)$ 上恰有 2024 个零点，

可知 $\sin x=t_{2}$ 在 $\left(0,2k\pi\right)$ 和 $\left(0,\left(2k-1\right)\pi\right)$（$k$ 为正整数）内不同根的个数均为 $2k$，

所以 $n=\left\{2023,2024\right\}$.

故答案为：$\left\{2023,2024\right\}$.

12. 将 12 张完全相同的卡牌分成 3 组，每组 4 张. 第一组的卡牌左上角都标 1，右下角分别标上 1，2，3，4；第二组的卡牌左上角都标 2，右下角分别标上 2，3，4，5； 第三组的卡牌左上角都标 3，右下角分别标上 3，4，5、6. 将这 12 张卡牌打乱放在一起，从中随机依次不放回地抽取 3 张，其中满足左上角数字依次不减小，且右下角数字依次构成等差数列的不同的抽取方式有_____种.

【答案】50

【解析】

【分析】根据题意，通过对公差所有可能 2，-2，0，1，-1 进行讨论，使用列举法，即可求解.

【详解】为方便讨论，将左上角的 1，2，3 改记为 *A*，*B*，*C*，对公差 d 讨论

当 $d=2$ 时，共 10 种：

1	3	5		2	4	6
A	*A*	*BC*		*A*	*A*	*C*
	B	*BC*		*AB*	*B*	

	C	C		AB	C	

当 $d=-2$ 时，不可能；

当 $d=0$ 时，共 2 种：3，3，3 和 4，4，4；

当 $d=1$ 时，共 29 种，分别如下：

1	2	3
A	A	ABC
	B	BC

此时有 5 种；

2	3	4
A	A	ABC
	B	BC
	C	C
B	B	BC
	C	C

此时有 9 种；

3	4	5
A	A	BC
	B	BC
	C	C
B	B	BC
	C	C
C	C	C

此时有 9 种；

4	5	6

ABC	C	C
AB	B	
A	A	

此时有 6 种

当 $d=-1$ 时

6，5，4 是 1 种

5	4	3
B	B	BC
	C	C
C	C	C

此时为 4 种；

4	3	2
A	A	AB
	B	B

此时有 3 种；

3	2	1
A	A	A

此时有 1 种，总计有 50 种

故答案为：50.

二、选择题（本大题共有 4 小题，第 13-14 题每题 4 分，第 15-16 题每题 5 分）考生应在答题纸的相应位置直接填写结果.只有一个正确选项.考生应在答题纸的相应位置，将正确选项用 2B 铅笔涂黑.

13. 下列命题中正确的是（　　）

A. 若 $a>b$，则 $ac^2>bc^2$

B. 若 $a>b$，则 $a^2>b^2$

C. 若 $a>b>0$，$m>0$，则 $\dfrac{b+m}{a+m}<\dfrac{b}{a}$

D. 若 $-1<a<5$, $2<b<3$，则 $-4<a-b<3$

【答案】D

【解析】

【分析】通过举反例排除 A,B 两项；利用作差法判断 C 项，结论错误；运用不等式的性质可推理得到 D 项结论.

【详解】对于 A，若 $a>b$，当 $c=0$ 时，则 $ac^2=bc^2$，故 A 错误；

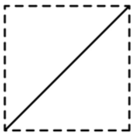
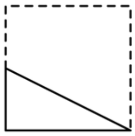
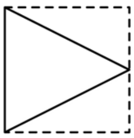
对于 B，若 $a=-2,b=-3$，满足 $a>b$，但 $a^2<b^2$，故 B 错误；

对于 C，因 $a>b>0$，$m>0$，由 $\frac{b+m}{a+m}-\frac{b}{a}=\frac{m\left(a-b\right)}{a\left(a+m\right)}>0$，可得 $\frac{b+m}{a+m}>\frac{b}{a}$，故 C 错误；

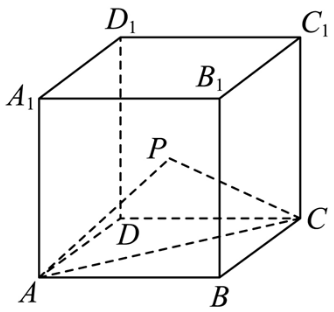
对于 D，由 $2<b<3$，得 $-3<-b<-2$，因 $-1<a<5$，则 $-4<a-b<3$，故 D 正确.

故选：D.

14. 如图，P 为正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中 AC_1 与 A_1C 的交点，则 $\triangle PAC$ 在该正方体各个面上的射影可能是（　　）


①

②

③

④



A. ①②③④　　　　B. ①③　　　　C. ①④　　　　D. ②④

【答案】C

【解析】

【分析】从三个角度对正方体进行平行投影，首先确定关键点 P、A，C 在各个面上的投影，再把它们连接起来，即得△PAC 在该正方体各个面上的射影.

【详解】由题意知，P 为正方体 $ABCD$ - $A_1B_1C_1D_1$ 的中心，

则从上向下投影时，点 P 的影子落在对角线 AC 上，故△PAC 在下底面上的射影是线段 AC，是第一个图形；

当从前向后投影时，点 P 的影子应落在侧面 CDC_1D_1 的中心上，A 点的影子落在 D 上，故故△PAC 在面 CDC_1D_1 上的射影是三角形，是第四个图形；

当从左向右投影时，点 P 的影子应落在侧面 BCB_1C_1 的中心上，A 点的影子落在 B 上，故△PAC 在面 CDC_1D_1 上的射影是三角形，是第四个图形.

故选：C.

15. 已知抛物线$E:y^2=4x$，圆$C:x^2+y^2=2x$，过圆心C作斜率为k的直线l与抛物线E和圆C交于四点，自上而下依次为A,M,N,B，若$|AM|+|NB|=2|MN|$，则k的值为（　　）

A. $\pm\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据给定条件，可得圆心C为抛物线的焦点，求出弦AB长，设出直线AB方程并与抛物线方程联立，结合韦达定理求解作答.

【详解】如图，圆$C:(x-1)^2+y^2=1$的圆心为$C(1,0)$，半径$r=1$，

且$C(1,0)$为抛物线$E:y^2=4x$的焦点，抛物线E的准线方程为$x=-1$.

设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，则$|AB|=|AC|+|BC|=x_1+1+x_2+1=x_1+x_2+2$.

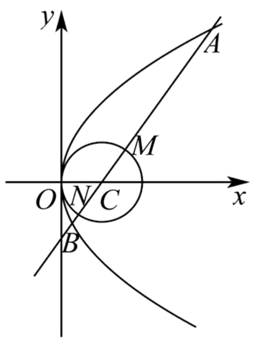
因为$|AM|+|NB|=2|MN|=4$，则$|AB|=6$，可得$x_1+x_2=4$.

设直线l的方程为$y=k(x-1)$，显然$k\neq 0$，且直线l与抛物线E必相交，

由$\begin{cases}y=k(x-1)\\y^2=4x\end{cases}$得$k^2x^2-(2k^2+4)x+k^2=0$，易知$\Delta>0$，

所以$x_1+x_2=\frac{2k^2+4}{k^2}=4$，解得$k=\pm\sqrt{2}$.

故选：A.



16. 已知函数$y=f(x),y=g(x),y=h(x)$依次是定义在$\mathbf{R}$上的严格增函数、严格减函数以及周期函数，记$k(x)=\max\{f(x),g(x),h(x)\}$，其中$\max\{a,b,c\}$表示$a,b,c$三数中的最大者.考虑如下三个命题：

①若$y=K(x)$是严格增函数，则$K(x)=f(x)$；