2024届内蒙古北重公司第三中学高三下学期模拟考试数学试题试卷

注意事项：

1． 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。

2．选择题必须使用2B铅笔填涂；非选择题必须使用0．5毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。

3．请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。

4．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．若$a\in[1,6]$，则函数$y=\dfrac{x^2+a}{x}$在区间$[2,+\infty)$内单调递增的概率是（ ）

A．$\dfrac{4}{5}$ B．$\dfrac{3}{5}$ C．$\dfrac{2}{5}$ D．$\dfrac{1}{5}$

2．某校团委对“学生性别与中学生追星是否有关”作了一次调查，利用2×2列联表，由计算得$K^2\approx7.218$,参照下表:

$P(K^2\geq k_0)$	0.01	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

得到正确结论是( )

A．有99%以上的把握认为“学生性别与中学生追星无关”

B．有99%以上的把握认为“学生性别与中学生追星有关”

C．在犯错误的概率不超过0.5%的前提下，认为“学生性别与中学生追星无关”

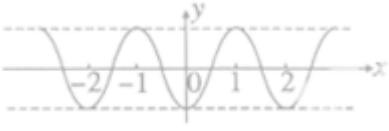
D．在犯错误的概率不超过0.5%的前提下，认为“学生性别与中学生追星有关”

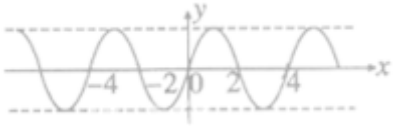
3．已知$a=(\dfrac{1}{2})^{0.2},b=\log_{\frac{1}{2}}0.2,c=a^b$，则$a,b,c$的大小关系是（ ）

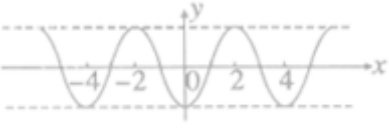
A．$a<b<c$ B．$c<a<b$ C．$a<c<b$ D．$b<c<a$

4．设函数$f(x)(x\in R)$满足$f(-x)=f(x),f(x+2)=f(x)$，则$y=f(x)$的图像可能是

A． 

B． 

C． 

D． 

5．已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$S_{25}=50$，则$a_{11}+a_{15}=$（ ）

A．4 B．8 C．16 D．2

6．已知双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的焦距为 8，一条渐近线方程为 $y=\sqrt{3}x$，则 C 为（　　）

A．$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$　　B．$\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{4}=1$

C．$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{48}=1$　　D．$\frac{x^2}{48}-\frac{y^2}{16}=1$

7．公元前 5 世纪，古希腊哲学家芝诺发表了著名的阿基里斯悖论：他提出让乌龟在跑步英雄阿基里斯前面 1000 米处开始与阿基里斯赛跑，并且假定阿基里斯的速度是乌龟的 10 倍.当比赛开始后，若阿基里斯跑了 1000 米，此时乌龟便领先他 100 米，当阿基里斯跑完下一个 100 米时，乌龟先他 10 米，当阿基里斯跑完下-个 10 米时，乌龟先他 1 米....所以，阿基里斯永远追不上乌龟.按照这样的规律，若阿基里斯和乌龟的距离恰好为 0.1 米时，乌龟爬行的总距离为（　　）

A．$\frac{10^5-1}{900}$ 米　　B．$\frac{10^5-9}{90}$ 米

C．$\frac{10^4-9}{900}$ 米　　D．$\frac{10^4-1}{90}$ 米

8．已知函数 $f(x)=\sin 2x+a\cos 2x$ 的图象的一条对称轴为 $x=\frac{\pi}{12}$，将函数 $f(x)$ 的图象向右平行移动 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 图象，则函数 $g(x)$ 的解析式为（　　）

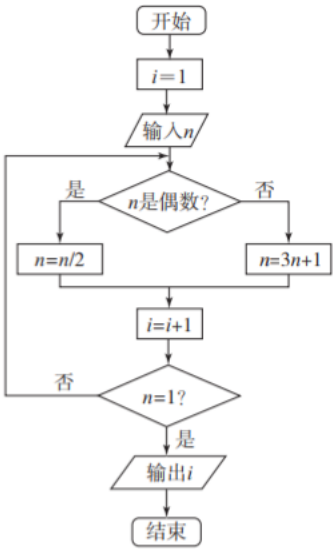
A．$g(x)=2\sin(2x-\frac{\pi}{12})$　　B．$g(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{12})$

C．$g(x)=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})$　　D．$g(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$

9．已知直线 m,n 和平面 α，若 $m\perp\alpha$，则“$m\perp n$”是“$n//\alpha$”的（　　）

A．充分不必要条件　B．必要不充分条件　C．充分必要条件　　D．不充分不必要

10．“角谷猜想”的内容是：对于任意一个大于 1 的整数 n，如果 n 为偶数就除以 2，如果 n 是奇数，就将其乘 3 再加 1，执行如图所示的程序框图，若输入 $n=10$，则输出 i 的（　　）



A．6 **B．7** **C．8** **D．9**

11．已知随机变量 X 的分布列是

X	1	2	3
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	a

则 $E\left(2X+a\right)=$（　　）

A． $\frac{5}{3}$ **B．** $\frac{7}{3}$ **C．** $\frac{7}{2}$ **D．** $\frac{23}{6}$

12．若函数 $f(x)=x^3+ax^2+3x-9$ 在 $x=-3$ 时取得极值，则 $a=$（　　）

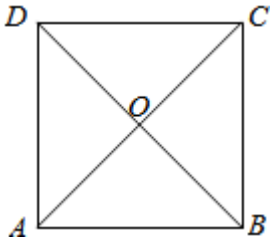
A．2 **B．3** **C．4** **D．5**

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．验证码就是将一串随机产生的数字或符号，生成一幅图片，图片里加上一些干扰象素（防止 OCR），由用户肉眼识别其中的验证码信息，输入表单提交网站验证，验证成功后才能使用某项功能.很多网站利用验证码技术来防止恶意登录，以提升网络安全.在抗疫期间，某居民小区电子出入证的登录验证码由 0，1，2，…，9 中的五个数字随机组成.将中间数字最大，然后向两边对称递减的验证码称为“钟型验证码”（例如：如 14532，12543），已知某人收到了一个“钟型验证码”，则该验证码的中间数字是 7 的概率为_____.

14．已知 ΔABC 内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c．$a=4$，$b=\sqrt{6}$，$A=\frac{\pi}{3}$ 则 $\cos 2B=$_____.

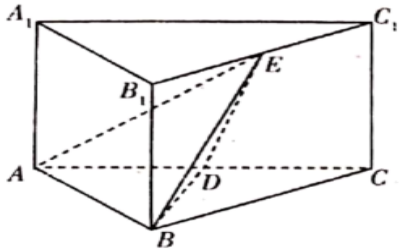
15．如图所示，在边长为 4 的正方形纸片 $ABCD$ 中，AC 与 BD 相交于 O.剪去 ΔAOB，将剩余部分沿 OC，OD 折叠，使 OA、OB 重合，则以 $A(B)$、C、D、O 为顶点的四面体的外接球的体积为_____.



16．已知 $f(x)=x|x|$，则满足 $f(2x-1)+f(x)\geq 0$ 的 x 的取值范围为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=BC=AA_1=1$，$AC=\sqrt{3}$，点 D，E 分别为 AC 和 B_1C_1 的中点.



（Ⅰ）棱 AA_1 上是否存在点 P 使得平面 $PBD\perp$ 平面 ABE？若存在，写出 PA 的长并证明你的结论；若不存在，请说明理由.

（Ⅱ）求二面角 $A-BE-D$ 的余弦值.

18．（12 分）已知在平面直角坐标系 xOy 中，直线 C_2 的参数方程为 $\begin{cases}x=2-t\\y=2+t\end{cases}$（$t$ 为参数），以坐标原点为极点，x 轴的非负半轴为极轴且取相同的单位长度建立极坐标系，曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho=\cos\theta\left(\rho\cos\theta+2\right)$.

（1）求曲线 C_1 与直线 C_2 的直角坐标方程；

（2）若曲线 C_1 与直线 C_2 交于 A,B 两点，求 $|AB|$ 的值.

19．（12 分）已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$ 的右顶点为 D，E 为上顶点，点 A 为椭圆 C 上一动点.

（1）若 $DE\perp AE$，求直线 AD 与 y 轴的交点坐标；

（2）设 F 为椭圆 C 的右焦点，过点 $M\left(4,0\right)$ 与 x 轴垂直的直线为 l_0，FM 的中点为 N，过点 A 作直线 l_0 的垂线，垂足为 B，求证：直线 AF 与直线 BN 的交点在椭圆 C 上.

20．（12 分）已知函数 $f(x)=e^x+be^{-x}-2a\sin x(a,b\in R)$.

（1）若 $a=0$，$b=1$，求函数 $f(x)$ 的单调区间；

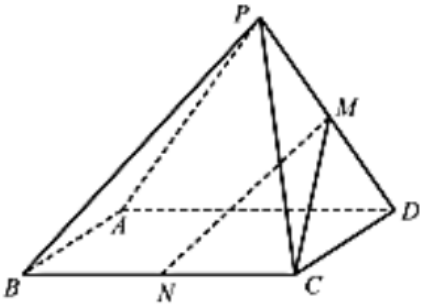
（2）$b=-1$ 时，若 $f(x)>0$ 对一切 $x\in(0,\pi)$ 恒成立，求 a 的取值范围.

21.（12 分）已知等比数列$\{a_n\}$是递增数列，且$a_1+a_5=\frac{17}{2}$，$a_2a_4=4$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）若$b_n=na_n\left(n\in \mathrm{N}^*\right)$，求数列$\{b_n\}$的前$n$项和$S_n$.

22.（10 分）如图，在四棱锥 ***P-ABCD*** 中，底面 ***ABCD*** 是边长为 2 的菱形，$\angle ADC=60°$，$\triangle PAD$ 为等边三角形，平面 $PAD\perp$ 平面 ***ABCD***，***M***，***N*** 分别是线段 ***PD*** 和 ***BC*** 的中点.



（1）求直线 ***CM*** 与平面 ***PAB*** 所成角的正弦值；

（2）求二面角 ***D-AP-B*** 的余弦值；

（3）试判断直线 ***MN*** 与平面 ***PAB*** 的位置关系，并给出证明.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**B**

【解析】Q 函数$y=\frac{x^2+a}{x}$在区间$\left[2,+\infty\right)$内单调递增，$\therefore y'=1-\frac{a}{x^2}=\frac{x^2-a}{x^2}\geq 0$，在$\left[2,+\infty\right)$恒成立，$\therefore a\leq x^2$

在$\left[2,+\infty\right)$恒成立，$\therefore a\leq 4$，Q$a\in\left[1,6\right],\therefore a\in\left[1,4\right],\therefore$函数$y=\frac{x^2+a}{x}$在区间$\left[2,+\infty\right)$内单调递增的概率是

$\frac{4-1}{6-1}=\frac{3}{5}$，故选 **B.**

2、**B**

【解析】

通过$K^2\approx 7.218$与表中的数据 **6.635** 的比较，可以得出正确的选项.

【详解】

解: $K^2 \approx 7.218 > 6.635$，可得有 99%以上的把握认为“学生性别与中学生追星有关”，故选 B.

【点睛】

本题考查了独立性检验的应用问题，属于基础题.

3、B

【解析】

利用函数 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 与函数 $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ 互为反函数，可得 $0<a<b<1$，再利用对数运算性质比较 *a,c* 进而可得结论.

【详解】

依题意，函数 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 与函数 $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ 关于直线 $y=x$ 对称，则 $0<\left(\frac{1}{2}\right)^{0.2}<\log_{\frac{1}{2}} 0.2$，

即 $0<a<b<1$，又 $c=a^b=\left(\frac{1}{2}\right)^{0.2\times\log_{\frac{1}{2}} 0.2}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{\frac{1}{2}} 0.2^{0.2}}=0.2^{0.2}=\left(\frac{1}{5}\right)^{0.2}<\left(\frac{1}{2}\right)^{0.2}=a$，

所以，$c<a<b$.

故选：B.

【点睛】

本题主要考查对数、指数的大小比较，属于基础题.

4、B

【解析】

根据题意，确定函数 $y=f(x)$ 的性质，再判断哪一个图像具有这些性质.

由 $f(-x)=f(x)$ 得 $y=f(x)$ 是偶函数，所以函数 $y=f(x)$ 的图象关于 y 轴对称，可知 B，D 符合；由 $f(x+2)=f(x)$ 得 $y=f(x)$ 是周期为 2 的周期函数，选项 D 的图像的最小正周期是 4，不符合，选项 B 的图像的最小正周期是 2，符合，故选 B.

5、A

【解析】

利用等差的求和公式和等差数列的性质即可求得.

【详解】

$S_{25}=\frac{25\left(a_1+a_{25}\right)}{2}=50\Rightarrow a_1+a_{25}=4\Rightarrow a_{11}+a_{15}=4$.

故选: A.

【点睛】

本题考查等差数列的求和公式和等差数列的性质,考查基本量的计算,难度容易.

6、A

【解析】

由题意求得 c 与 $\frac{b}{a}$ 的值，结合隐含条件列式求得 a^2，b^2，则答案可求.

【详解】

由题意，$2c=8$，则 $c=4$，

又 $\frac{b}{a}=\sqrt{3}$，且 $a^2+b^2=c^2$，

解得 $a^2=4$，$b^2=12$.

∴双曲线 C 的方程为 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$.

故选：A.

【点睛】

本题考查双曲线的简单性质，属于基础题.

7、D

【解析】

根据题意，是一个等比数列模型，设 $a_1=100, q=\frac{1}{10}, a_n=0.1$，由 $a_n=0.1=100\times\left(\frac{1}{10}\right)^{n-1}$，解得 $n=4$，

再求和.

【详解】

根据题意，这是一个等比数列模型，设 $a_1=100, q=\frac{1}{10}, a_n=0.1$，

所以 $a_n=0.1=100\times\left(\frac{1}{10}\right)^{n-1}$，

解得 $n=4$，

所以 $S_4=\frac{a_1\left(1-q^4\right)}{1-q}=\frac{100\left(1-\left(\frac{1}{10}\right)^4\right)}{1-\frac{1}{10}}=\frac{10^4-1}{90}$.

故选：D

【点睛】

本题主要考查等比数列的实际应用，还考查了建模解模的能力，属于中档题.

8、C

【解析】

根据辅助角公式化简三角函数式，结合$x=\frac{\pi}{12}$为函数$f(x)$的一条对称轴可求得a，代入辅助角公式得$f(x)$的解析式.

根据三角函数图像平移变换，即可求得函数$g(x)$的解析式.

【详解】

函数$f(x)=\sin 2x+a\cos 2x$，

由辅助角公式化简可得$f(x)=\sqrt{1+a^2}\sin\left(2x+\theta\right),\tan\theta=a$，

因为$x=\frac{\pi}{12}$为函数$f(x)=\sin 2x+a\cos 2x$图象的一条对称轴，

代入可得$\sin\left(2\times\frac{\pi}{12}\right)+a\cos\left(2\times\frac{\pi}{12}\right)=\pm\sqrt{1+a^2}$，

即$\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}a=\pm\sqrt{1+a^2}$，化简可解得$\left(a-\sqrt{3}\right)^2=0$，

即$a=\sqrt{3}$，

所以$f(x)=\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x$

$=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$

将函数$f(x)$的图象向右平行移动$\frac{\pi}{4}$个单位长度可得$g(x)$，

则$g(x)=2\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+\frac{\pi}{3}\right]=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$,

故选：C.

【点睛】

本题考查了辅助角化简三角函数式的应用，三角函数对称轴的应用，三角函数图像平移变换的应用，属于中档题.

9、B

【解析】

由线面关系可知$m\perp n$，不能确定n与平面α的关系，若$n//\alpha$一定可得$m\perp n$，即可求出答案.

【详解】

Q$m\perp\alpha,m\perp n$,

不能确定$n\subset\alpha$还是$n\not\subset\alpha$，

$\therefore m \perp n$¿ $n//\alpha$，

当$n//\alpha$时，存在$a \subset \alpha$， $n//a,$，

由$m \perp \alpha \Rightarrow m \perp a,$

又$n//a,$可得$m \perp n$，

所以“$m \perp n$”是“$n//\alpha$”的必要不充分条件，

故选：***B***

【点睛】

本题主要考查了必要不充分条件，线面垂直，线线垂直的判定，属于中档题.

10、B

【解析】

模拟程序运行，观察变量值可得结论.

【详解】

循环前$i=1,n=10$，循环时：$n=5,i=2$，不满足条件$n=1$；$n=16,i=3$，不满足条件$n=1$；$n=8,i=4$，不满足条件$n=1$；$n=4,i=5$，不满足条件$n=1$；$n=2,i=6$，不满足条件$n=1$；$n=1,i=7$，满足条件$n=1$，退出循环，输出$i=7$.

故选：B.

【点睛】

本题考查程序框图，考查循环结构，解题时可模拟程序运行，观察变量值，从而得出结论.

11、C

【解析】

利用分布列求出a，求出期望$E(X)$，再利用期望的性质可求得结果.

【详解】

由分布列的性质可得$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+a=1$，得$a=\frac{1}{6}$，所以，$E(X)=1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{3}+3\times\frac{1}{6}=\frac{5}{3}$，

因此，$E(2X+a)=E\left(2X+\frac{1}{6}\right)=2E(X)+\frac{1}{6}=2\times\frac{5}{3}+\frac{1}{6}=\frac{7}{2}$.

故选：C.

【点睛】

本题考查离散型随机变量的分布列以及期望的求法，是基本知识的考查.

12、D

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/418010122131006116