华师一附中一轮复习补充作业 20《数列递推式，数列求和》

1.已知函数$f(x)=(2x+2)^2$，数列$\{a_n\}$的前n项和S_n满足$f(n)=S_{n+1}+S_n$，下列说法正确的是（ ）

A.$a_1+a_2=12$

B.数列$\{a_n\}$的偶数项成等差数列，奇数项成等比数列

C.若$a_1=4$，则数列的通项公式为$a_n=4n$

D.若$a_1=a$，则数列的通项公式为$a_n=4n+(8-2a)\times(-1)^{n-2}$

2.高斯是德国著名的数学家，近代数学奠基者之一，享有“数学王子”的称号。用他名字定义的函数称为高斯函数$f(x)=[x]$，其中$[x]$表示不超过x的最大整数，已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=2,a_2=5,a_{n+2}+4a_n=5a_{n+1}$，若$b_n=[\log_2 a_{n+1}]$，$\{S_n\}$为数列$\left\{\frac{1000}{b_nb_{n+1}}\right\}$的前$n$项和，则$[S_{2022}]=$_________

3．已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1,a_{2n}=a_{2n-1}+(-1)^n$，$a_{2n+1}=a_{2n}+3^n$（$n\in N^*$），则数列$\{a_n\}$的前 202 项和为_________

4．已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1,a_{n+1}=2a_n+1(n\in N^*)$，记数列$\{\frac{a_n+1}{(a_n+2)(a_{n+1}+2)}\}$的前$n$项和为$T_n$，若对于任意的$n\in N^*$，不等式$k>T_n$恒成立，则实数$k$的取值范围是_________

5.已知数列$\{a_n\}$的首项$a_1=1$，且满足$a_{n+1}-a_n=(-\frac{1}{2})^n(n\in N^*)$，则存在正整数$n$，使得$(a_n-\lambda)(a_{n+1}-\lambda)<0$成立的实数$\lambda$组成的集合为_________

6.（多选）已知数列$\{a_n\}$满足$a_2=8,a_n=2^{(-1)^n}.a_{n-1}+na_{n-1}$，数列$\{b_n\}$的前$n$项和为$S_n$，且$b_n=\log_2(a_{2n+2}.a_{2n-1})-\log_2(a_{2n}.a_{2n+1})$，则（　　）

A.$\frac{a_4}{a_3}=8$　　　　B.$a_1.a_4=336$

C.数列$\{\frac{a_{2n}}{a_{2n-1}}\}$为单调递增的等差数列　　　D. $S_n > 4$，正整数n的最小值为 31

7.大衍数列来源于《乾坤谱》中对易传“大衍之数五十”的推论，主要用于解释中国传统文化

中的太极衍生原理，数列中的每一项都代表太极衍生过程.已知大衍数列$\{a_n\}$满足$a_1 = 0$，

$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + n + 1, n为奇数 \\ a_n + n, n为偶数 \end{cases}$，则（　）

A．$a_4 = 6$　　B．$a_{n+2} = a_n + 2(n+1)$

C．$a_n = \begin{cases} \frac{n^2-1}{2}, n为奇数 \\ \frac{n^2}{2}, n为偶数 \end{cases}$　　D．数列$\{(-1)^n a_n\}$的前$2n$项和为$n(n+1)$

8.已知数列$\{a_n\}$满足$a_n + a_{n+1} = 2 \times (-1)^n$，$n \in N^*$，且$a_5 = 1$，则（　）

A．$a_1 = -7$　　B．数列$\{a_{2n-1}\}$是等比数列

C．数列$\{|a_n|\}$是等差数列　　D．数列$\left\{\frac{1}{a_n a_{n+1}}\right\}$的前$n$项和为$\frac{n}{14n \quad 49}$

9.数列$\{a_n\}$首项$a_1 = 2$，对一切正整数n，都有$a_{n+1}a_n = 2a_n - 1$，则（　）

A．对一切正整数n都有$a_n > 1$　　B．数列$\{a_n\}$单调递减

C．存在正整数n，使得$a_n = 2a_{2n}$　　D．$\frac{10^n}{10^n \quad 1}(n \in N^*)$都是数列$\{a_n\}$的项

10.（多选）斐波那契数列$\{a_n\}$满足$a_1 = a_2 = 1, a_n = a_{n-1} + a_{n-2} (n > 3)$，边长为斐波那契数$a_n$的正方形所对应扇形面积记为$b_n (n \in N^*)$，则（　）

A. $3a_n = a_{n-2} + a_{n+2} (n > 3)$　　B. $a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{2019} = a_{2021} + 1$

C. $\frac{\pi}{4}(b_{2020} - b_{2019}) = a_{2018} . a_{2021}$　　D. $b_1 + b_2 + b_3 + \ldots + b_{2020} = \frac{\pi}{4} a_{2020} . a_{2021}$

11.（1）已知数列$\{a_n\}$满足$5a_{n+2} + 4a_{n+1} - a_n = 0$，若$a_1 = \frac{1}{5}, a_2 = \frac{1}{25}$，则$\{a_n\}$的通项公式为____________

（2）已知数列$\{a_n\}$满足$a_1 = 1, a_n = \frac{n a_{n-1}}{a_{n-1} + 2n - 2} (n > 2, n \in N^*)$，则$\{a_n\}$的通项公式为____________

（3）已知数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1} = \frac{a_n - 8}{a_n \quad 5}, a_1 = 1$，则$\{a_n\}$的通项公式为____________

（4）已知数列 $\{a_n\}$中，$a_1=1, a_n=\frac{n}{n-1}a_{n-1}+2n\cdot3^{n-2}\,(n\geq2, n\in N^*)$，则 $\{a_n\}$的通项公式为______

（5）已知数列 $\{a_n\}$和 $\{b_n\}$满足 $a_1=b_1$，且对任意$n\in N^*$都有 $a_n+b_n=1, \frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{b_n}{1-a_n^2}$，则数列$\{a_n\}$的通项公式为______

（6）已知数列 $\{a_n\}$和 $\{b_n\}$满足$b_{n+1}=\frac{a_n+4b_n}{5}, a_{n+1}=\frac{5a_n+b_{n+1}}{6}$，且 $a_1=2, b_1=1$，则数列 $\{a_n\}$的通项公式为______ ，$\{b_n\}$的通项公式为______

12.分形几何在计算机生成图形和游戏中有广泛应用．按照如图 1 所示的分形规律可得如图 2 所示的一个树形图．设图 2 中第 n 行黑圈的个数为 a_n，则 $a_5=$______，数列$\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n=$______.

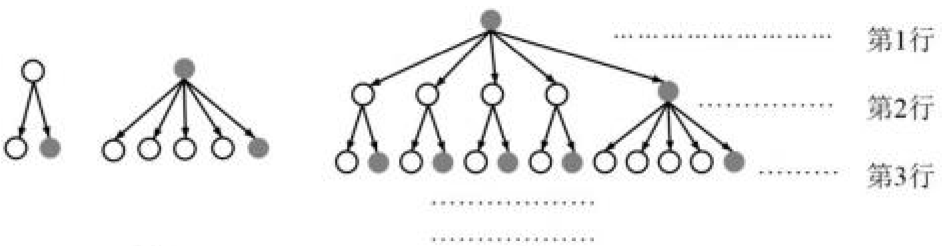

图1　　　　图2

13.如图是瑞典数学家科赫$(H.V.Koch)$在 1904 年构造的能够描述雪花形状的图案.图形的作法是：从一个正三角形开始，把每条边分成三等份，然后以各边的中间一段为底边分别向外作正三角形，再去掉底边.反复进行这一过程，就得到一条“雪花”状的曲线.

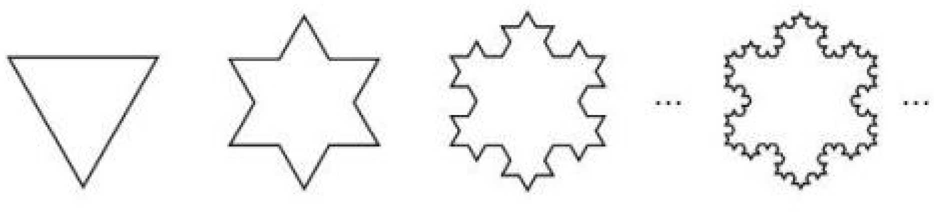
图1　　图2　　图3

设原三角形（图1）的边长为1，把图1，图 2 ，图 3 ，$\cdots$ 中的图形依次记为M_1 ，M_2 ，M_3，...，M_n ，...，则 M_3 的边数 $N_3=$______，M_n 所围成的面积$S_n=$______.

14.在数列$\{a_n\}$中，$a_1=1, a_{n+1}+(-1)^n a_n=n, n\in N^*$，则$a_4=$________，$\{a_n\}$的前2022项