2023-2024学年福建省龙岩市漳平第一中学高三“一模”考试数学试题

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

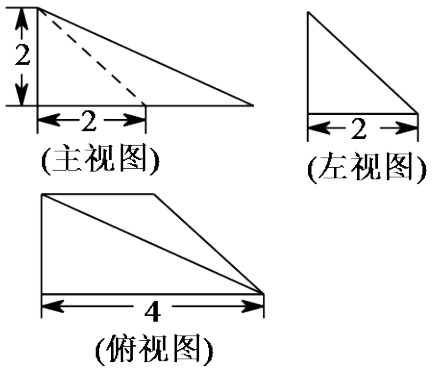
1．已知数列 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的等比数列，且 a_1 ， a_3 ， a_2 成等差数列，则公比 q 的值为（　）

A．$-\frac{1}{2}$　　B．-2　　C．-1 或 $\frac{1}{2}$　　D．1 或 $-\frac{1}{2}$

2．已知 $f(x)=\begin{cases}2^x-1, x\geq 0\\ -x, x<0\end{cases}$，则 $f\left[f\left(\log_2\frac{1}{3}\right)\right]=$（　　）

A．2　　B．$\frac{2}{3}$　　C．$-\frac{2}{3}$　　D．3

3．一个四棱锥的三视图如图所示（其中主视图也叫正视图，左视图也叫侧视图），则这个四棱锥中最最长棱的长度是（　　）．

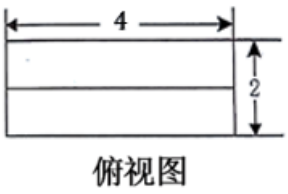


A．$2\sqrt{6}$　　B．4　　C．$2\sqrt{3}$　　D．$2\sqrt{2}$

4．已知 $\{a_n\}$ 为等比数列，$a_5+a_8=-3$，$a_4a_9=-18$，则 $a_2+a_{11}=$（　　）

A．9　　B．−9　　C．$\frac{21}{2}$　　D．$-\frac{21}{4}$

5．一个空间几何体的正视图是长为4，宽为 $\sqrt{3}$ 的长方形，侧视图是边长为2的等边三角形，俯视图如图所示，则该几何体的体积为（　　）



A．$\frac{4\sqrt{3}}{3}$　　B．$4\sqrt{3}$　　C．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　D．$2\sqrt{3}$

6．关于函数$f(x)=|\cos x|+\cos|2x|$，有下列三个结论:①π是$f(x)$的一个周期；②$f(x)$在$\left[\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right]$上单调递增；③$f(x)$的值域为$[-2,2]$.则上述结论中，正确的个数为（）

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

7．已知平面向量$\vec{a},\vec{b}$满足$|\vec{a}|=|\vec{b}|$，且$(\sqrt{2}\vec{a}-\vec{b})\perp\vec{b}$，则$\vec{a},\vec{b}$所夹的锐角为（　　）

A．$\frac{\pi}{6}$　　B．$\frac{\pi}{4}$　　C．$\frac{\pi}{3}$　　D．0

8．若复数z满足$zi=1-i$（i为虚数单位），则其共轭复数$\bar{z}$的虚部为（　　）

A．$-i$　　B．i　　C．-1　　D．1

9．若$\left(\sqrt[3]{x}+\frac{1}{x}\right)^n$的展开式中二项式系数和为256，则二项式展开式中有理项系数之和为（　　）

A．85　　B．84　　C．57　　D．56

10．在区间$[-1,1]$上随机取一个实数k，使直线$y=k(x+3)$与圆$x^2+y^2=1$相交的概率为（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{4}$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{2}}{4}$

11．设集合$M=\{x|1<x\le 2\}$，$N=\{x|x<a\}$，若$M\cap N=M$，则a的取值范围是（　　）

A．$(-\infty,1)$　　B．$(-\infty,1]$　　C．$(2,+\infty)$　　D．$[2,+\infty)$

12．已知双曲线$C:x^2-\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$的一条渐近线方程为$y=2\sqrt{2}x$，$F_1$，$F_2$分别是双曲线*C*的左、右焦点，点*P*在双曲线*C*上，且$|PF_1|=3$，则$|PF_2|=$(　　)

A．9　　B．5　　C．2或9　　D．1或5

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．在平面直角坐标系xOy中，若双曲线$x^2-\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$经过点（3,4），则该双曲线的准线方程为_____.

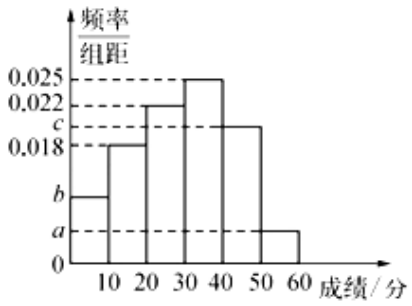
14．在平面直角坐标系xOy中，点A的坐标为$(0,5)$，点B是直线l：$y=\frac{1}{2}x$上位于第一象限内的一点．已知以AB为直径的圆被直线l所截得的弦长为$2\sqrt{5}$，则点B的坐标_____.

15．已知函数 $f(x)=\ln x+x^2$，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程为_____.

16．过直线 $4x+3y-10=0$ 上一点 P 作圆 $x^2+y^2=1$ 的两条切线，切点分别为 A，B，则 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 的最小值是_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）为调研高中生的作文水平.在某市普通高中的某次联考中，参考的文科生与理科生人数之比为 $1:4$，且成绩分布在 $[0,60]$ 的范围内，规定分数在 50 以上（含 50）的作文被评为“优秀作文”，按文理科用分层抽样的方法抽取 400 人的成绩作为样本，得到成绩的频率分布直方图，如图所示.其中 a,b,c 构成以 2 为公比的等比数列.



（1）求 a,b,c 的值；

（2）填写下面 2×2 列联表，能否在犯错误的概率不超过 0.01 的情况下认为“获得优秀作文”与“学生的文理科”有关？

	文科生	理科生	合计
获奖	6		
不获奖			
合计			400

（3）将上述调查所得的频率视为概率，现从全市参考学生中，任意抽取 2 名学生，记“获得优秀作文”的学生人数为 X，求 X 的分布列及数学期望.

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

$P\left(K^2\geq k\right)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

18．（12 分）已知数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$，数列 $\{c_n\}$ 满足 $c_n=\begin{cases}a_n，& n\text{为奇数}\\ b_n，& n\text{为偶数}\end{cases}$，$n\in\mathrm{N}^*$.

（1）若 $a_n=n$，$b_n=2^n$，求数列 $\{c_n\}$ 的前 **2n** 项和 T_{2n}；

（2）若数列 $\{a_n\}$ 为等差数列，且对任意 $n\in \mathrm{N}^*$，$c_{n+1}>c_n$ 恒成立.

①当数列 $\{b_n\}$ 为等差数列时，求证：数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 的公差相等；

②数列 $\{b_n\}$ 能否为等比数列？若能，请写出所有满足条件的数列 $\{b_n\}$；若不能，请说明理由.

19.（12 分）已知在平面直角坐标系 xoy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=\dfrac{1}{2}m\\ y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}m\end{cases}$（$m$ 为参数），以坐标原点为极点，x 轴非负半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2-2\rho\cos\theta-2=0$，点 A 的极坐标为 $\left(\dfrac{2\sqrt{15}}{3},\dfrac{2\pi}{3}\right)$.

（1）求直线 l 的极坐标方程；

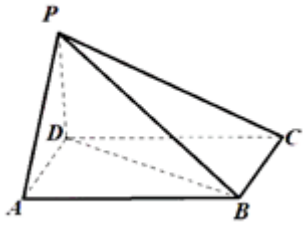
（2）若直线 l 与曲线 C 交于 B，C 两点，求 $\triangle ABC$ 的面积.

20.（12 分）已知函数 $f(x)=xe^x-\frac{a}{2}x^2-ax$

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）当 $x\geq -1$ 时，$f(x)+\frac{a}{2}x^2-x+1\geq 0$，求 a 的取值范围.

21.（12 分）在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是平行四边形，$PD\perp$ 底面 $ABCD$，$PD=AD=1,AB=\sqrt{5}$，$\sin\angle ABD=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.



（1）证明：$PA\perp BD$；

（2）求二面角 $A-PB-C$ 的正弦值.

22.（10 分）已知函数 $f(x)=\sqrt{3x+6}$，$g(x)=\sqrt{14-x}$，若存在实数 x 使 $f(x)+g(x)>a$ 成立，求实数 a 的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

由 a_1，a_3，a_2 成等差数列得 $2a_3=a_1+a_2$，利用等比数列的通项公式展开即可得到公比 q 的方程.

【详解】

由题意 $2a_3=a_1+a_2$，$\therefore 2a_1q^2=a_1q+a_1$，$\therefore 2q^2=q+1$，$\therefore q=1$ 或 $q=-\frac{1}{2}$

故选：D.

【点睛】

本题考查等差等比数列的综合，利用等差数列的性质建立方程求 q 是解题的关键，对于等比数列的通项公式也要熟练.

2、A

【解析】

利用分段函数的性质逐步求解即可得答案.

【详解】

$Q\ \log_2\frac{1}{3}<0$，$\therefore f(\log_2\frac{1}{3})=-\log_2\frac{1}{3}=\log_2 3>0$；

$\therefore f[f(\log_2\frac{1}{3})]=f(\log_2 3)=3-1=2$；

故选：A.

【点睛】

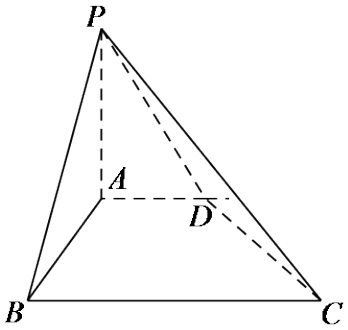
本题考查了函数值的求法，考查对数的运算和对数函数的性质，是基础题，解题时注意函数性质的合理应用.

3、A

【解析】

作出其直观图，然后结合数据根据勾股定定理计算每一条棱长即可.

【详解】



根据三视图作出该四棱锥的直观图，如图所示，其中底面是直角梯形，且 $AD=AB=2$ ， $BC=4$ ，

$PA\perp$ 平面 $ABCD$ ，且 $PA=2$ ，

$\therefore PB=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$ ， $PD=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$ ， $CD=2\sqrt{2}$ ， $PC=\sqrt{PA^2+AC^2}=\sqrt{4+20}=2\sqrt{6}$ ，

∴这个四棱锥中最长棱的长度是 $2\sqrt{6}$.

故选 A .

【点睛】

本题考查了四棱锥的三视图的有关计算，正确还原直观图是解题关键，属于基础题.

4、C

【解析】

根据等比数列的下标和性质可求出 a_5,a_8 ,便可得出等比数列的公比,再根据等比数列的性质即可求出 a_2+a_{11} .

【详解】

$\because 4+9=5+8,\therefore a_4a_9=a_5a_8=-18$,又 $a_5+a_8=-3$,可解得 $\begin{cases}a_5=-6\\a_8=3\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a_5=3\\a_8=-6\end{cases}$

设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q ,则

当 $\begin{cases}a_5=-6\\a_8=3\end{cases}$ 时, $q^3=\dfrac{a_8}{a_5}=-\dfrac{1}{2},\therefore a_2+a_{11}=\dfrac{a_5}{q^3}+a_8q^3=\dfrac{-6}{-\frac{1}{2}}+3\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{21}{2}$ ；

当 $\begin{cases}a_5=3\\a_8=-6\end{cases}$ 时， $q^3=\dfrac{a_8}{a_5}=-2,\therefore a_2+a_{11}=\dfrac{a_5}{q^3}+a_8q^3=\dfrac{3}{-2}+(-6)\times(-2)=\dfrac{21}{2}.$

故选：C.

【点睛】

本题主要考查等比数列的性质应用,意在考查学生的数学运算能力,属于基础题.

5、B

【解析】

由三视图确定原几何体是正三棱柱，由此可求得体积.

【详解】

由题意原几何体是正三棱柱，$V=\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{3}\times 4=4\sqrt{3}$.

故选：B.

【点睛】

本题考查三视图，考查棱柱的体积．解题关键是由三视图不愿出原几何体.

6、B

【解析】

利用三角函数的性质，逐个判断即可求出.

【详解】

①因为$f(x)=f(x+\pi)$，所以π是$f(x)$的一个周期，①正确；

②因为$f\left(\pi\right)=2$，$f\left(\frac{5\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}<2$，所以$f(x)$在$\left[\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right]$上不单调递增，②错误；

③因为$f(-x)=f(x)$，所以$f(x)$是偶函数，又π是$f(x)$的一个周期，所以可以只考虑$x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$时，$f(x)$的值域．当$x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$时，$t=\cos x\in[0,1]$，

$f(x)=|\cos x|+\cos|2x|=\cos x+\cos 2x=2\cos^2 x+\cos x-1=2t^2+t-1$

$y=2t^2+t-1$在$[0,1]$上单调递增，所以$f(x)\in[-1,2]$，$f(x)$的值域为$[-1,2]$，③错误；

综上，正确的个数只有一个，故选 B.

【点睛】

本题主要考查三角函数的性质应用.

7、B

【解析】

根据题意可得$(\sqrt{2}\vec{a}-\vec{b})\cdot\vec{b}=0$，利用向量的数量积即可求解夹角.

【详解】

因为$(\sqrt{2}\vec{a}-\vec{b})\perp\vec{b}\Rightarrow(\sqrt{2}\vec{a}-\vec{b})\cdot\vec{b}=0$

即$\sqrt{2}\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{b}|^2$

而 $\cos\left\langle \vec{a},\vec{b}\right\rangle =\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

所以 $\vec{a},\vec{b}$ 夹角为 $\frac{\pi}{4}$

故选：B

【点睛】

本题考查了向量数量积求夹角，需掌握向量数量积的定义求法，属于基础题.

8、D

【解析】

由已知等式求出 z，再由共轭复数的概念求得 $\bar{z}$，即可得 $\bar{z}$的 虚部.

【详解】

由 zi=1- i，∴z= $\frac{1-i}{i}=\frac{-i(1-i)}{i\cdot(-i)}=-1-i$ ，所以共轭复数 $\bar{z}$=-1+i，虚部为 1

故选 D.

【点睛】

本题考查复数代数形式的乘除运算和共轭复数的基本概念，属于基础题.

9、A

【解析】

先求 n，再确定展开式中的有理项，最后求系数之和.

【详解】

解：$\left(\sqrt[3]{x}+\frac{1}{x}\right)^n$ 的展开式中二项式系数和为 256

故 $2^n=256$， $n=8$

$T_{r+1}=C_8^r x^{\frac{8-r}{3}}x^{-r}=C_8^r x^{\frac{8-4r}{3}}$

要求展开式中的有理项，则 $r=2,5,8$

则二项式展开式中有理项系数之和为：$C_8^2+C_8^5+C_8^8=85$

故选：A

【点睛】

考查二项式的二项式系数及展开式中有理项系数的确定，基础题.

10、D

【解析】

利用直线$y=k\left(x+3\right)$与圆$x^2+y^2=1$相交求出实数k的取值范围，然后利用几何概型的概率公式可求得所求事件的概率.

【详解】

由于直线$y=k\left(x+3\right)$与圆$x^2+y^2=1$相交，则$\frac{|3k|}{\sqrt{k^2+1}}<1$，解得$-\frac{\sqrt{2}}{4}<k<\frac{\sqrt{2}}{4}$.

因此，所求概率为$P=\frac{2\times\frac{\sqrt{2}}{4}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{4}$.

故选：D.

【点睛】

本题考查几何概型概率的计算，同时也考查了利用直线与圆相交求参数，考查计算能力，属于基础题.

11、C

【解析】

由$M\cap N=M$得出$M\subseteq N$，利用集合的包含关系可得出实数a的取值范围.

【详解】

$\because M=\left\{x\middle|1<x\le 2\right\}$，$N=\left\{x\middle|x<a\right\}$且$M\cap N=M$，$\therefore M\subseteq N$，$\therefore a>2$.

因此，实数a的取值范围是$\left(2,+\infty\right)$.

故选：C.

【点睛】

本题考查利用集合的包含关系求参数，考查计算能力，属于基础题.

12、B

【解析】

根据渐近线方程求得b，再利用双曲线定义即可求得PF_2.

【详解】

由于$\frac{b}{a}=2\sqrt{2}$，所以$b=2\sqrt{2}$，

又$\left||PF_1|-|PF_2|\right|=2$且$|PF_2|\ge c-a=2$，

故选：B.

【点睛】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/418031123131006116