

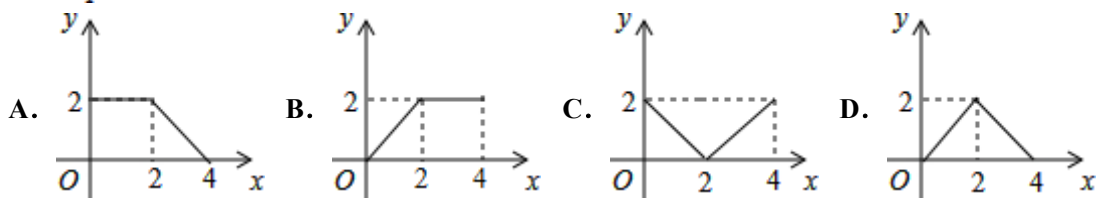
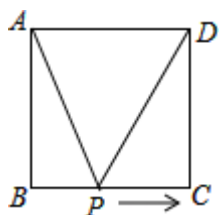
浙江省杭州市临安区 2024 年十校联考最后数学试题

考生请注意：

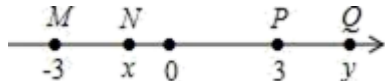
1. 答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。
2. 第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。
3. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题（每小题只有一个正确答案，每小题 3 分，满分 30 分）

1. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 2cm ，动点 P 从点 A 出发，在正方形的边上沿 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 的方向运动到点 C 停止，设点 P 的运动路程为 $x(\text{cm})$ ，在下列图象中，能表示 $\triangle ADP$ 的面积 $y(\text{cm}^2)$ 关于 $x(\text{cm})$ 的函数关系的图象是()



2. 如图，实数 -3 、 x 、 3 、 y 在数轴上的对应点分别为 M 、 N 、 P 、 Q ，这四个数中绝对值最小的数对应的点是()



- A. 点 M B. 点 N C. 点 P D. 点 Q

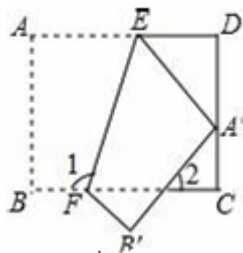
3. 已知一元二次方程 $x^2 - 3x - 1 = 0$ 的两个实数根分别是 x_1 、 x_2 则 $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$ 的值为()

- A. -6 B. -3 C. 3 D. 6

4. 已知 $\odot O$ 的半径为 5 ，且圆心 O 到直线 l 的距离是方程 $x^2 - 4x - 12 = 0$ 的一个根，则直线 l 与圆的位置关系是()

- A. 相交 B. 相切 C. 相离 D. 无法确定

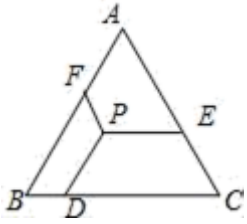
5. 如图，把一张矩形纸片 $ABCD$ 沿 EF 折叠后，点 A 落在 CD 边上的点 A' 处，点 B 落在点 B' 处，若 $\angle 2 = 40^\circ$ ，则图中 $\angle 1$ 的度数为()



- A. 115° B. 120° C. 130° D. 140°

6. 如图， $\triangle ABC$ 是等边三角形，点 P 是三角形内的任意一点， $PD \parallel AB$ ， $PE \parallel BC$ ， $PF \parallel AC$ ，若 $\triangle ABC$ 的周长为 12 ，则

$PD+PE+PF=(\quad)$

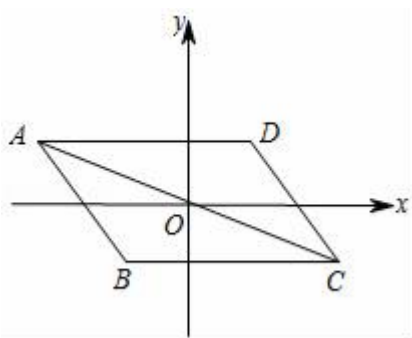


- A. 12 B. 8 C. 4 D. 3

7. 某美术社团为练习素描，他们第一次用 120 元买了若干本相同的画册，第二次用 240 元在同一家商店买与上一次相同的画册，这次商家每本优惠 4 元，结果比上次多买了 20 本．求第一次买了多少本画册？设第一次买了 x 本画册，列方程正确的是（ ）

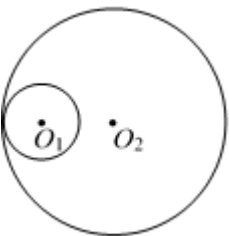
- A. $\frac{120}{x} - \frac{240}{x+20} = 4$ B. $\frac{240}{x+20} - \frac{120}{x} = 4$
C. $\frac{120}{x} - \frac{240}{x-20} = 4$ D. $\frac{240}{x-20} - \frac{120}{x} = 4$

8. 如图，在平面直角坐标系中，把 $\triangle ABC$ 绕原点 O 旋转 180° 得到 $\triangle CDA$ ，点 A ， B ， C 的坐标分别为 $(-5, 2)$ ， $(-2, -2)$ ， $(5, -2)$ ，则点 D 的坐标为（ ）



- A. $(2, 2)$ B. $(2, -2)$ C. $(2, 5)$ D. $(-2, 5)$

9. 如图，半径为 1 的圆 O_1 与半径为 3 的圆 O_2 相内切，如果半径为 2 的圆与圆 O_1 和圆 O_2 都相切，那么这样的圆的个数是（ ）



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

10. 已知二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象与 x 轴相交于 A 、 B 两点，其顶点为 P ，若 $S_{\triangle APB}=1$ ，则 b 与 c 满足的关系是（ ）

- A. $b^2-4c+1=0$ B. $b^2-4c-1=0$ C. $b^2-4c+4=0$ D. $b^2-4c-4=0$

二、填空题（共 7 小题，每小题 3 分，满分 21 分）

11. 分解因式： $(2a+b)^2 - (a+2b)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 已知袋中有若干个小球，它们除颜色外其它都相同，其中只有 2 个红球，若随机从中摸出一个，摸到红球的概率是 $\frac{1}{4}$ ，则袋中小球的总个数是 $\underline{\hspace{2cm}}$

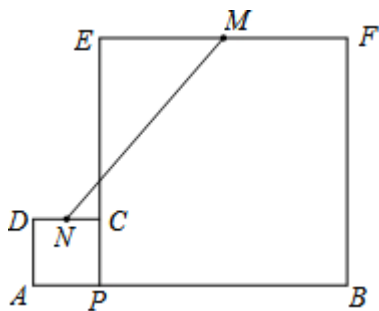
13. 因式分解： $x^3 - 4x = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 对于实数 x ，我们规定 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数，例如 $[1.1]=1$ ， $[3]=3$ ， $[-2.2]=-3$ ，若 $[\frac{x+4}{3}]=5$ ，则 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 分解因式： $2a^4 - 4a^2 + 2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. 在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 BC 上，且 $BD:DC=1:2$ ，如果设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ，那么 $\overrightarrow{AD}$ 等于 $\underline{\hspace{2cm}}$ （结果用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的线性组合表示）.

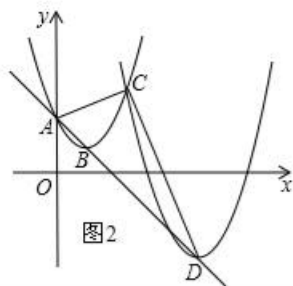
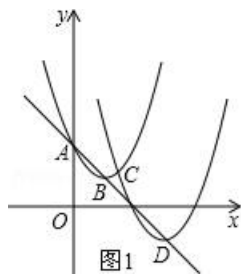
17. 如图，线段 $AB=10$ ，点 P 在线段 AB 上，在 AB 的同侧分别以 AP 、 BP 为边长作正方形 $APCD$ 和 $BPEF$ ，点 M 、 N 分别是 EF 、 CD 的中点，则 MN 的最小值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



三、解答题（共 7 小题，满分 69 分）

18. (10 分) $\frac{2}{9}$ 的 $\frac{9}{10}$ 除以 20 与 18 的差，商是多少？

19. (5 分) 如图 1，已知直线 $l: y = -x + 2$ 与 y 轴交于点 A ，抛物线 $y = (x-1)^2 + m$ 也经过点 A ，其顶点为 B ，将该抛物线沿直线 l 平移使顶点 B 落在直线 l 的点 D 处，点 D 的横坐标 n ($n > 1$).



(1) 求点 B 的坐标；

(2) 平移后的抛物线可以表示为 $\underline{\hspace{2cm}}$ (用含 n 的式子表示)；

(3) 若平移后的抛物线与原抛物线相交于点 C ，且点 C 的横坐标为 a .

①请写出 a 与 n 的函数关系式.

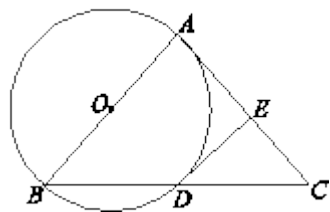
②如图 2, 连接 AC , CD , 若 $\angle ACD=90^\circ$, 求 a 的值.

20. (8 分) 甲班有 45 人, 乙班有 39 人. 现在需要从甲、乙班各抽调一些同学去参加歌咏比赛. 如果从甲班抽调的人数比乙班多 1 人, 那么甲班剩余人数恰好是乙班剩余人数的 2 倍. 请问从甲、乙两班各抽调了多少参加歌咏比赛?

21. (10 分) 如图, 以 $\triangle ABC$ 的一边 AB 为直径作 $\odot O$, $\odot O$ 与 BC 边的交点 D 恰好为 BC 的中点, 过点 D 作 $\odot O$ 的切线交 AC 边于点 E .

(1) 求证: $DE \perp AC$;

(2) 连结 OC 交 DE 于点 F , 若 $\sin \angle ABC = \frac{3}{4}$, 求 $\frac{OF}{FC}$ 的值.



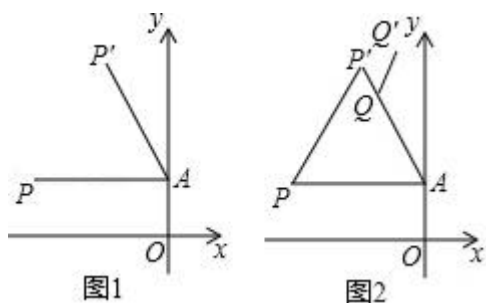
22. (10 分) 先化简, 再求值: $\left(1 - \frac{3}{x+2}\right) \div \frac{x-1}{x^2+2x} - \frac{x}{x+1}$, 其中 x 满足 $x^2 - x - 1 = 0$.

23. (12 分) 如图 1, 点 P 是平面直角坐标系中第二象限内的一点, 过点 P 作 $PA \perp y$ 轴于点 A , 点 P 绕点 A 顺时针旋转 60° 得到点 P' , 我们称点 P' 是点 P 的“旋转对应点”.

(1) 若点 $P(-4, 2)$, 则点 P 的“旋转对应点” P' 的坐标为 _____; 若点 P 的“旋转对应点” P' 的坐标为 $(-5, 16)$ 则点 P 的坐标为 _____; 若点 $P(a, b)$, 则点 P 的“旋转对应点” P' 的坐标为 _____;

(2) 如图 2, 点 Q 是线段 AP' 上的一点 (不与 A 、 P' 重合), 点 Q 的“旋转对应点”是点 Q' , 连接 PP' 、 QQ' , 求证: $PP' \parallel QQ'$;

(3) 点 P 与它的“旋转对应点” P' 的连线所在的直线经过点 $(\sqrt{3}, 6)$, 求直线 PP' 与 x 轴的交点坐标.



24. (14 分) 综合与探究:

如图 1, 抛物线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{2}{3}\sqrt{3}x + \sqrt{3}$ 与 x 轴分别交于 A 、 B 两点 (点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴交于 C 点. 经过

点 A 的直线 l 与 y 轴交于点 $D(0, -\sqrt{3})$.

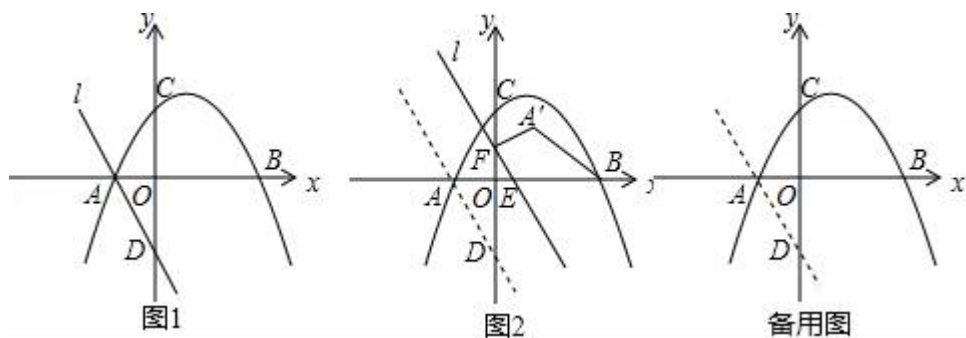
(1) 求 A、B 两点的坐标及直线 l 的表达式；

(2) 如图 2，直线 l 从图中的位置出发，以每秒 1 个单位的速度沿 x 轴的正方向运动，运动中直线 l 与 x 轴交于点 E，与 y 轴交于点 F，点 A 关于直线 l 的对称点为 A'，连接 FA'、BA'，设直线 l 的运动时间为 t (t>0) 秒。探究下列问题：

①请直接写出 A' 的坐标 (用含字母 t 的式子表示)；

②当点 A' 落在抛物线上时，求直线 l 的运动时间 t 的值，判断此时四边形 A'BEF 的形状，并说明理由；

(3) 在 (2) 的条件下，探究：在直线 l 的运动过程中，坐标平面内是否存在点 P，使得以 P，A'，B，E 为顶点的四边形为矩形？若存在，请直接写出点 P 的坐标； 若不存在，请说明理由。



参考答案

一、选择题 (每小题只有一个正确答案，每小题 3 分，满分 30 分)

1、B

【解析】

$\triangle ADP$ 的面积可分为两部分讨论，由 A 运动到 B 时，面积逐渐增大，由 B 运动到 C 时，面积不变，从而得出函数关系的图象。

【详解】

解：当 P 点由 A 运动到 B 点时，即 $0 \leq x \leq 2$ 时， $y = \frac{1}{2} \times 2x = x$ ，

当 P 点由 B 运动到 C 点时，即 $2 < x < 4$ 时， $y = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$ ，

符合题意的函数关系的图象是 B；

故选 B.

【点睛】

本题考查了动点函数图象问题，用到的知识点是三角形的面积、一次函数，在图象中应注意自变量的取值范围．

2、D

【解析】

∵实数-3，x，3，y 在数轴上的对应点分别为 M、N、P、Q，

∴原点在点 M 与 N 之间，

∴这四个数中绝对值最大的数对应的点是点 Q．

故选 D．

3、B

【解析】

根据根与系数的关系得到 $x_1+x_2=1$ ， $x_1 \cdot x_2=-1$ ，再把 $x_1^2x_2+x_1x_2^2$ 变形为 $x_1 \cdot x_2 (x_1+x_2)$ ，然后利用整体代入的方法计算即可．

【详解】

根据题意得： $x_1+x_2=1$ ， $x_1 \cdot x_2=-1$ ，所以原式= $x_1 \cdot x_2 (x_1+x_2) = -1 \times 1 = -1$ ．

故选 B．

【点睛】

本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根与系数的关系：若方程两个为 x_1 ， x_2 ，则 $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$ ， $x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a}$ ．

4、C

【解析】

首先求出方程的根,再利用半径长度,由点 O 到直线 a 的距离为 d,若 $d < r$,则直线与圆相交;若 $d = r$,则直线与圆相切;若 $d > r$,则直线与圆相离.

【详解】

∵ $x^2-4x-12=0$,

$(x+2)(x-6)=0$,

解得: $x_1=-2$ (不合题意舍去), $x_2=6$,

∵点 O 到直线 l 距离是方程 $x^2-4x-12=0$ 的一个根, 即为 6,

∴点 O 到直线 l 的距离 $d=6$, $r=5$,

∴ $d > r$,

∴直线 l 与圆相离.

故选: C

【点睛】

本题考核知识点：直线与圆的位置关系.解题关键点：理解直线与圆的位置关系的判定方法.

5、A

【解析】

解：∵把一张矩形纸片 $ABCD$ 沿 EF 折叠后，点 A 落在 CD 边上的点 A' 处，点 B 落在点 B' 处， $\therefore \angle BFE = \angle EFB'$ ， $\angle B' = \angle B = 90^\circ$ ． $\because \angle 2 = 40^\circ$ ， $\therefore \angle CFB' = 50^\circ$ ， $\therefore \angle 1 + \angle EFB' - \angle CFB' = 180^\circ$ ，即 $\angle 1 + \angle 1 - 50^\circ = 180^\circ$ ，解得： $\angle 1 = 115^\circ$ ，故选 A.

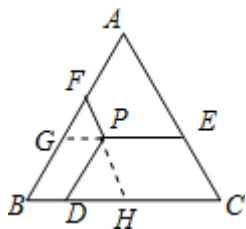
6、C

【解析】

过点 P 作平行四边形 $PGBD$ ， $EPHC$ ，进而利用平行四边形的性质及等边三角形的性质即可．

【详解】

延长 EP 、 FP 分别交 AB 、 BC 于 G 、 H ，



则由 $PD \parallel AB$ ， $PE \parallel BC$ ， $PF \parallel AC$ ，可得，

四边形 $PGBD$ ， $EPHC$ 是平行四边形，

$\therefore PG = BD$ ， $PE = HC$ ，

又 $\triangle ABC$ 是等边三角形，

又有 $PF \parallel AC$ ， $PD \parallel AB$ 可得 $\triangle PFG$ ， $\triangle PDH$ 是等边三角形，

$\therefore PF = PG = BD$ ， $PD = DH$ ，

又 $\triangle ABC$ 的周长为 12，

$$\therefore PD + PE + PF = DH + HC + BD = BC = \frac{1}{3} \times 12 = 4,$$

故选 C.

【点睛】

本题主要考查了平行四边形的判定及性质以及等边三角形的判定及性质，等边三角形的性质：等边三角形的三个内角都相等，且都等于 60° ．

7、A

【解析】

分析：由设第一次买了 x 本资料，则设第二次买了 $(x+20)$ 本资料，由等量关系：第二次比第一次每本优惠 4 元，即可得到方程．

详解：设他上月买了 x 本笔记本，则这次买了 $(x+20)$ 本，

根据题意得：
$$\frac{120}{x} - \frac{240}{x+20} = 4.$$

故选 A.

点睛：本题考查了分式方程的应用，解答本题的关键是读懂题意，设出未知数，找出合适的等量关系，列方程解答即可.

8、A

【解析】

分析：依据四边形 ABCD 是平行四边形，即可得到 BD 经过点 O，依据 B 的坐标为 $(-2, -2)$ ，即可得出 D 的坐标为 $(2, 2)$.

详解： $\because$ 点 A，C 的坐标分别为 $(-5, 2)$ ， $(5, -2)$ ，

$\therefore$ 点 O 是 AC 的中点，

$\because AB=CD$ ， $AD=BC$ ，

$\therefore$ 四边形 ABCD 是平行四边形，

$\therefore$ BD 经过点 O，

$\because$ B 的坐标为 $(-2, -2)$ ，

$\therefore$ D 的坐标为 $(2, 2)$ ，

故选 A.

点睛：本题主要考查了坐标与图形变化，图形或点旋转之后要结合旋转的角度和图形的特殊性质来求出旋转后的点的坐标.

9、C

【解析】

分析：

过 O_1 、 O_2 作直线，以 O_1O_2 上一点为圆心作一半径为 2 的圆，将这个圆从左侧与圆 O_1 、圆 O_2 同时外切的位置（即圆 O_3 ）开始向右平移，观察图形，并结合三个圆的半径进行分析即可得到符合要求的圆的个数.

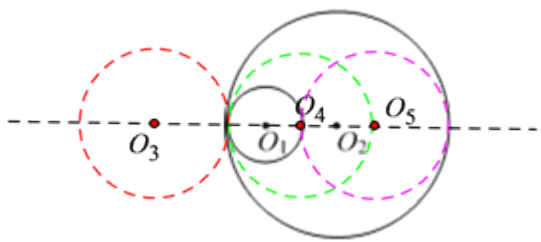
详解：如下图，（1）当半径为 2 的圆同时和圆 O_1 、圆 O_2 外切时，该圆在圆 O_3 的位置；

（2）当半径为 2 的圆和圆 O_1 、圆 O_2 都内切时，该圆在圆 O_4 的位置；

（3）当半径为 2 的圆和圆 O_1 外切，而和圆 O_2 内切时，该圆在圆 O_5 的位置；

综上所述，符合要求的半径为 2 的圆共有 3 个.

故选 C.



点睛: 保持圆 O_1 、圆 O_2 的位置不动, 以直线 O_1O_2 上一个点为圆心作一个半径为 2 的圆, 观察其从左至右平移过程中与圆 O_1 、圆 O_2 的位置关系, 结合三个圆的半径大小即可得到本题所求答案.

10、D

【解析】

抛物线的顶点坐标为 $P(-\frac{b}{2}, \frac{4c-b^2}{4})$, 设 A、B 两点的坐标为 A $(x_1, 0)$ 、B $(x_2, 0)$ 则 $AB=|x_1-x_2|$, 根据

根与系数的关系把 AB 的长度用 b、c 表示, 而 $S_{\triangle APB}=1$, 然后根据三角形的面积公式就可以建立关于 b、c 的等式.

【详解】

解: $\because x_1+x_2=-b, x_1x_2=c$,

$$\therefore AB=|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{b^2-4ac},$$

$\because S_{\triangle APB}=1$

$$\therefore S_{\triangle APB}=\frac{1}{2} \times AB \times \frac{|4c-b^2|}{4}=1,$$

$$\therefore -\frac{1}{2} \times \sqrt{b^2-4ac} \times \frac{4c-b^2}{4}=1$$

$$\therefore -\frac{1}{2} \times \sqrt{b^2-4ac} \times \frac{b^2-4c}{4}=1,$$

$$\therefore (b^2-4ac)\sqrt{b^2-4ac}=8,$$

$$\text{设 } \sqrt{b^2-4ac}=s,$$

$$\text{则 } s^3=8,$$

$$\text{故 } s=2,$$

$$\therefore \sqrt{b^2-4ac}=2,$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/418056072047006133>