



2025

北师大版高中数学一轮复习课件（新高考新教材）

课时规范练66 求曲线轨迹方程的方法

基础 巩固练

1. 已知点 $F_1(-5,0)$, $F_2(5,0)$, 动点 P 满足 $|PF_1|-|PF_2|=2a$, 当 a 为3和5时, 点 P 的轨迹分别是(**D**)

A. 双曲线的右支

B. 双曲线和一条射线

C. 双曲线的一支和一条直线

D. 双曲线的一支和一条射线

解析 依题意得 $|F_1F_2|=10$. 当 $a=3$ 时, $2a=6<|F_1F_2|$, 且 $|PF_1|-|PF_2|=6>0$, 所以点 P 的轨迹为双曲线的右支;

当 $a=5$ 时, $2a=10=|F_1F_2|$, 故点 P 的轨迹为一条射线.

2. 已知点 $A(-2,-1), B(2,1)$, 若动点 P 满足直线 PA 与直线 PB 的斜率之积为 $\frac{1}{2}$, 则

动点 P 的轨迹方程为(C)

A. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1, x \neq \pm 2$ B. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1, x \neq \pm \sqrt{6}$

C. $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1, x \neq \pm 2$ D. $y^2 - \frac{x^2}{2} = 1, x \neq \pm 2$

解析 设 $P(x,y)(x \neq \pm 2)$, 因为直线 PA 与直线 PB 的斜率之积为 $\frac{1}{2}$, 所以 $\frac{-1-y}{-2-x} \cdot \frac{1-y}{2-x} = \frac{1}{2}$

整理得 $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1 (x \neq \pm 2)$.

3. 已知 $\triangle ABC$ 的周长为20,且顶点 $B(0,-4),C(0,4)$,则顶点 A 的轨迹方程是 (B)

A. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1 (x \neq 0)$ B. $\frac{y^2}{36} + \frac{x^2}{20} = 1 (x \neq 0)$

C. $\frac{y^2}{20} + \frac{x^2}{6} = 1 (x \neq 0)$ D. $\frac{y^2}{36} + \frac{x^2}{20} = 1$

解析 $\because \triangle ABC$ 的周长为20,顶点 $B(0,-4),C(0,4),\therefore |BC|=8,|AB|+|AC|=20-8=12.\because 12>8,\therefore$ 点 A 到两个定点的距离之和等于定值, $\therefore$ 点 A 的轨迹是椭圆. $\because a=6,c=4,\therefore b^2=20,\therefore$ 椭圆的方程是 $\frac{y^2}{36} + \frac{x^2}{20} = 1 (x \neq 0).$

4.(多选题)(2024·湖南浏阳模拟)已知点 $A(-1,0)$, $B(1,0)$,直线 AP , BP 相交于点 P ,直线 AP , BP 的斜率分别为 k_1,k_2 ,则下列说法正确的是(**AB**)

A.当 $k_1 \cdot k_2 = -2$ 时,点 P 的轨迹为除去 A,B 两点的椭圆

B.当 $k_1 \cdot k_2 = 2$ 时,点 P 的轨迹为除去 A,B 两点的双曲线

C.当 $k_1 - k_2 = 2$ 时,点 P 的轨迹为抛物线

D.当 $\frac{k_1}{k_2} = 2$ 时,点 P 的轨迹为一条直线

解析 设 $P(x,y), x \neq \pm 1$. A 选项, $k_1 \cdot k_2 = -2$, 故 $\frac{y}{x+1} \cdot \frac{y}{x-1} = -2$, 变形为 $x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$, 且 $x \neq \pm 1$,

故点 P 的轨迹为除去 A, B 两点的椭圆, A 正确; B 选项, $k_1 \cdot k_2 = 2$, 故 $\frac{y}{x+1} \cdot \frac{y}{x-1} = 2$, 变

形为 $x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$, 且 $x \neq \pm 1$, 故点 P 的轨迹为除去 A, B 两点的双曲线, B 正确; C 选

项, $k_1 - k_2 = 2$, 故 $\frac{y}{x+1} - \frac{y}{x-1} = 2$, 变形为 $y = 1 - x^2$, 且 $x \neq \pm 1$, 故点 P 的轨迹为除去 A, B 两

点的抛物线, C 错误; D 选项, $\frac{k_1}{k_2} = 2$, 即 $\frac{y}{x+1} \cdot \frac{x-1}{y} = 2$, 变形为 $x = -3$, 且 $y \neq 0$, 故点 P 的轨

迹为除去点 $(-3, 0)$ 的直线, D 错误. 故选 AB.

5. 两条直线 $x-my-1=0$ 和 $mx+y-1=0$ 的交点的轨迹方程是 $x^2+y^2-x-y=0$.

解析 两直线的方程分别变形为 $x-1=my$, $1-y=mx$, 即 $x^2-x=mxy$, $y-y^2=mxy$, 故 $x^2-x=y-y^2$, 也就是 $x^2+y^2-x-y=0$.

6. 已知点 P 为椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 上的任意一点, O 为坐标原点, 点 M 满足 $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OP}$, 则点 M 的轨迹方程为 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$.

解析 设点 $M(x, y)$, 由 $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OP}$, 得点 $P(2x, 2y)$, 而点 P 为椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 上的任意一点, 于是得 $\frac{(2x)^2}{25} + \frac{(2y)^2}{16} = 1$, 整理得 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$, 所以点 M 的轨迹方程是 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$.

7. 椭圆 $\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$ 上有动点 P , 点 F_1, F_2 分别是椭圆的左、右焦点, 则 $\triangle PF_1F_2$ 的重心 M 的轨迹方程为 $x^2 + \frac{y^2}{9} = 1 (y \neq 0)$.

解析 设点 $P(x_1, y_1)$, 点 $M(x, y)$. 椭圆的焦点为 $F_1(-2\sqrt{2}, 0), F_2(2\sqrt{2}, 0)$. $\because \triangle PF_1F_2$

存在, $\therefore y_1 \neq 0$. 由三角形的重心坐标公式有 $\begin{cases} x = \frac{x_1 + (-2\sqrt{2}) + 2\sqrt{2}}{3} \\ y = \frac{y_1 + 0 + 0}{3} \end{cases}$, 即 $\begin{cases} x_1 = 3x \\ y_1 = 3y \end{cases}$.

$\because y_1 \neq 0, \therefore y \neq 0$. $\because$ 点 P 在椭圆上, $\therefore \frac{x_1^2}{9} + y_1^2 = 1, \therefore \frac{(3x)^2}{9} + (3y)^2 = 1 (y \neq 0)$, 故 $\triangle PF_1F_2$ 的重心 M 的轨迹方程为 $x^2 + \frac{y^2}{9} = 1 (y \neq 0)$.

8. 动圆 M 过点 $A(2,0)$, 且与圆 $C: x^2 + y^2 + 4x + 3 = 0$ 外切, 则动圆圆心 M 的轨迹方程

是 $\frac{x^2}{\frac{1}{4}} - \frac{y^2}{\frac{15}{4}} = 1 (x \geq \frac{1}{2})$.

解析 设动圆 M 的圆心为 $M(x,y)$, 半径为 r .

圆 $C: x^2 + y^2 + 4x + 3 = 0$ 的圆心为 $C(-2,0)$, 半径为 $R=1$.

因为动圆 M 过点 $A(2,0)$, 且与圆 C 外切, 所以 $|MA|=r, |MC|=r+R$,

所以 $|MC|-|MA|=1 < |AC|=4$.

由双曲线的定义得点 M 的轨迹是以 A, C 为焦点, 实轴长为 1 的双曲线的右支, 因为实轴长为 1, 焦点为 $C(-2,0), A(2,0)$, 所以动圆圆心 M 的轨迹方程是

$$\frac{x^2}{\frac{1}{4}} - \frac{y^2}{\frac{15}{4}} = 1 (x \geq \frac{1}{2}).$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/418057104031007003>