

北京理工大学附属中学 2023-2024 学年度第一学期

高二年级数学 10 月练习

(时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、选择题 (共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分. 在每小题列出的四个选项中, 选出符合题目要求的一项.)

1. 若点 A 在直线 b 上, b 在平面 β 上, 则点 A , 直线 b , 平面 β 之间的关系可以记作 ()

- A. $A \in b \in \beta$ B. $A \in b \subset \beta$ C. $A \subset b \subset \beta$ D. $A \subset b \in \beta$

【答案】B

【解析】

【分析】根据空间点线面位置关系的符号语言判断即可.

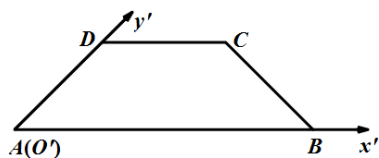
【详解】点与直线的位置关系用 $\in, \notin$ 表示

直线在平面内或不在平面内用 $\subset, \not\subset$ 表示

由题意可知 $A \in b \subset \beta$

故选:B.

2. 如图, 一个水平放置的平面图形的直观图 (斜二测画法) 是一个底角为 45° 、腰和上底长均为 2 的等腰梯形, 则这个平面图形的面积是



- A. $2 + \sqrt{2}$ B. $1 + \sqrt{2}$ C. $4 + 2\sqrt{2}$ D. $8 + 4\sqrt{2}$

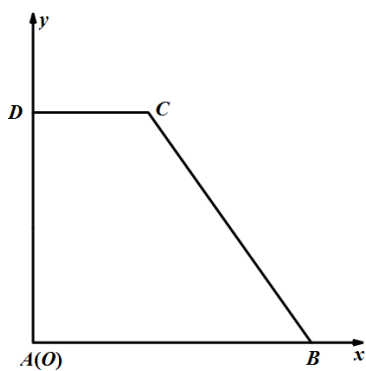
【答案】D

【解析】

【详解】如图所示: 由已知斜二测直观图根据斜二测化法规则画出原平面图形

$\therefore$ 这个平面图形的面积: $\frac{4 \times (2 + 2 + 2\sqrt{2})}{2} = 8 + 4\sqrt{2}$,

故选 D.



3. 已知圆锥的底面半径为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，且它的侧面展开图是一个半圆，则这个圆锥的体积为（ ）

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ B. $\sqrt{3}\pi$ C. $\frac{\sqrt{5}}{3}\pi$ D. $\sqrt{5}\pi$

【答案】A

【解析】

【详解】半径为 R 的半径卷成一圆锥，

则圆锥的母线长为 R ，

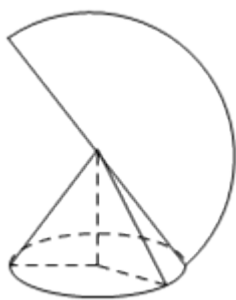
设圆锥的底面半径为 r ，

则 $2\pi r = \pi R$ ，即 $r = \frac{1}{2}R$ ，

$\therefore$ 圆锥的高 $h = \sqrt{R^2 - r^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}R$ ，

$\therefore$ 圆锥的体积 $V = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = \frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ ，

所以 A 的选项是正确的.



4. 已知平面 $\alpha \parallel$ 平面 β ，过平面 α 内的一条直线 a 的平面 γ ，与平面 β 相交，交线为直线 b ，则 a 、 b 的位置关系是（ ）

- A. 平行 B. 相交 C. 异面 D. 不确定

【答案】A

【解析】

【分析】由已知可得出直线 a 与直线 b 在同一平面内，且无公共点，即可判断出位置关系.

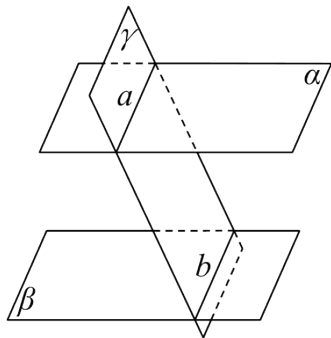
【详解】因为平面 $\alpha \parallel$ 平面 β ，所以平面 α 与平面 β 无公共点，

直线 $a \subset$ 平面 α ，直线 $a \subset$ 平面 γ ，

直线 $b \subset$ 平面 α ，直线 $b \subset$ 平面 γ ，

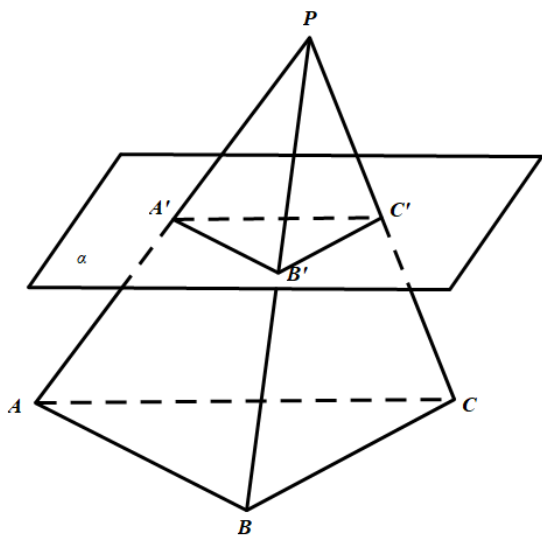
所以直线 a 与直线 b 在同一平面 γ 内，且无公共点，故直线 $a \parallel b$.

故选：A.



5. 已知 P 为 $\triangle ABC$ 所在平面外一点，平面 $\alpha \parallel$ 平面 ABC ，且 α 交线段 PA ， PB ， PC 于点 A' ， B' ， C' ，

若 $PA' : AA' = 2 : 3$ ，则 $S_{\triangle A'B'C'} : S_{\triangle ABC} =$ ()



A. 2: 3

B. 2: 5

C. 4: 9

D. 4: 25

【答案】D

【解析】

【分析】根据面面平行的性质定理可得， $AB \parallel A'B'$ ，且 $\frac{A'B'}{AB} = \frac{2}{5}$ ， $BC \parallel B'C'$ ，进而根据等角定理可得， $\angle B'A'C' = \angle BAC$ ， $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ，即可得出答案.

【详解】由已知可得，平面 $\alpha \parallel$ 平面 ABC ，平面 $PAB \cap \alpha = A'B'$ ，平面 $PAB \cap$ 平面 $ABC = AB$ ，

根据面面平行的性质定理可得, $AB \parallel A'B'$, 且 $\frac{A'B'}{AB} = \frac{PA'}{PA} = \frac{2}{5}$.

同理可得, $BC \parallel B'C'$, $AC \parallel A'C'$.

根据等角定理可得, $\angle B'A'C' = \angle BAC$, $\angle A'B'C' = \angle ABC$, $\angle A'C'B' = \angle ACB$,

所以, $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$.

所以, $S_{\triangle A'B'C'} : S_{\triangle ABC} = (A'B')^2 : (AB)^2 = 4 : 25$.

故选: D.

5. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 E 为上底面 A_1C_1 的中心, 若 $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AA_1} + x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD}$, 则 x, y 的值是

A. $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}$

B. $x = 1, y = \frac{1}{2}$

C. $x = \frac{1}{2}, y = 1$

D. $x = 1, y = 1$

【答案】A

【解析】

【详解】试题分析: 根据题意, 结合正方体的性质, 可知 $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{A_1E} = \overrightarrow{AA_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{A_1B_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{A_1D_1}$
 $= \overrightarrow{AA_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$, 所以有 $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}$, 故选

A. 考点: 空间向量的分解.

6. 给出下列命题, 其中假命题是 ()

A. 棱柱的侧棱都相等, 侧面都是全等的平行四边形

B. 若三棱锥的三条侧棱两两垂直, 则其三个侧面也两两垂直

C. 在四棱柱中, 若两个过相对侧棱的截面都垂直于底面, 则该四棱柱为直四棱柱

D. 存在每个面都是直角三角形的四面体

【答案】A

【解析】

【分析】根据棱柱的结构特征、概念, 即可判断 A、B 项; 举例即可说明 C、D 项.

【详解】对于 A 项, 根据棱柱的定义可得, 棱柱的侧棱都相等, 侧面都是平行四边形, 但是不一定全等, 故 A 项错误;

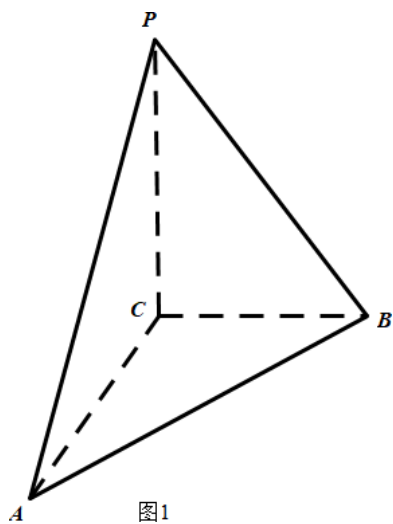


图1

对于 B 项，如图 1， $CA \perp CP$ ， $CA \perp CB$ ， $CP \perp CB$.

因为 $CA \perp CP$ ， $CA \perp CB$ ， $CP \subset \text{平面 } PBC$ ， $CB \subset \text{平面 } PBC$ ，

所以 $CA \perp \text{平面 } PBC$.

又 $CA \subset \text{平面 } PAC$ ，所以平面 $PAC \perp \text{平面 } PBC$.

同理可得，平面 $ABC \perp \text{平面 } PBC$ ，平面 $PAC \perp \text{平面 } ABC$ ，故 B 项正确；

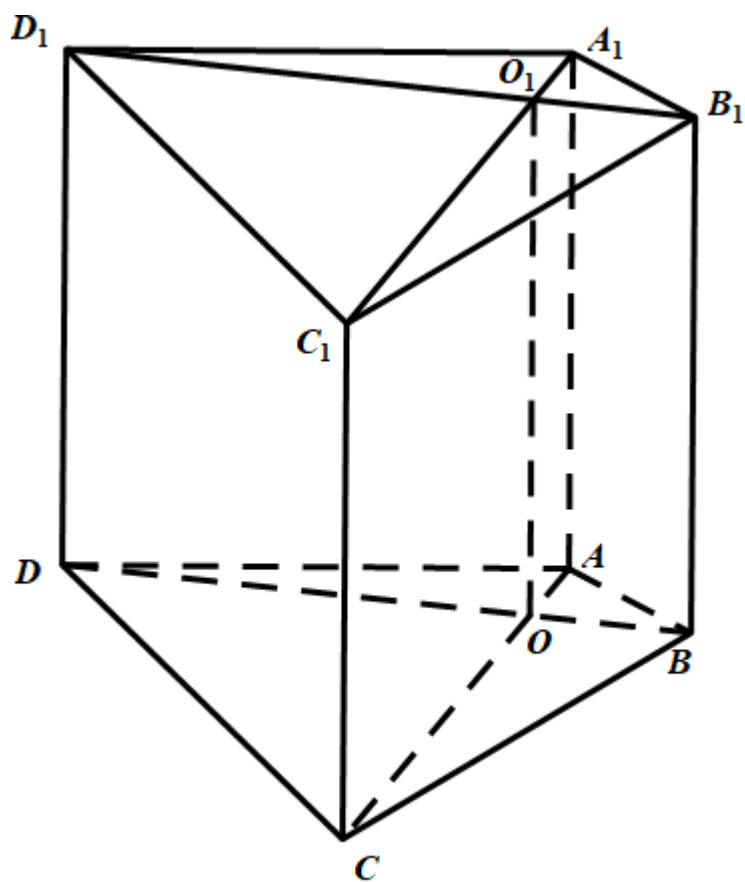


图2

对于 C 项，如图 2，平面 $ACC_1A_1 \perp$ 平面 $ABCD$ ，平面 $BDD_1B_1 \perp$ 平面 $ABCD$ ，
 平面 $ACC_1A_1 \cap$ 平面 $BDD_1B_1 = OO_1$ ，
 所以， $OO_1 \perp$ 平面 $ABCD$ 。

又易知 $OO_1 \parallel AA_1$ ，所以 $AA_1 \perp$ 平面 $ABCD$ ，故 C 项正确；

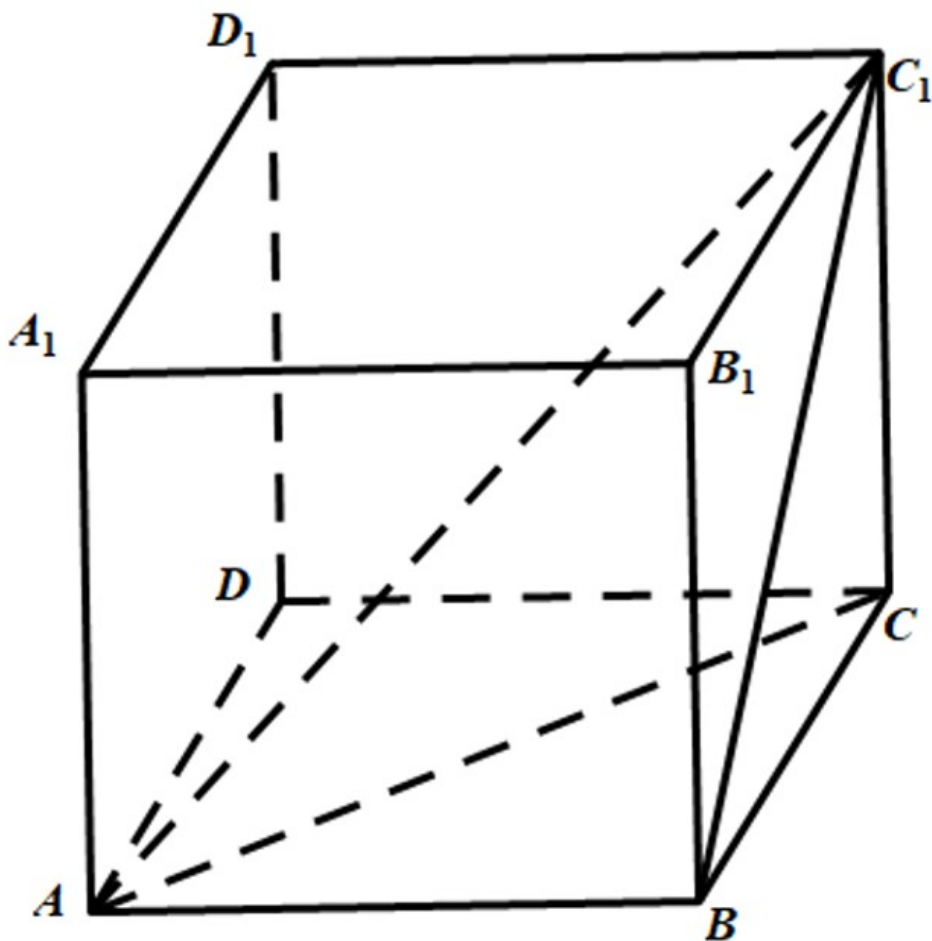
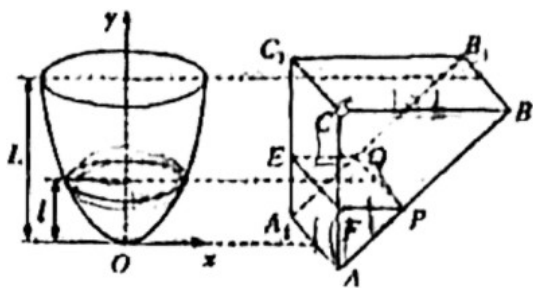


图 3

对于 D 项，如图 3，长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，三棱锥 C_1-ABC 的四个面均为直角三角形，故 D 项正确。

故选：A.

7. 我国南北朝时期 科学家祖暅，提出了计算体积的祖暅原理：“幂势既同，则积不容异。”意思是“如果两个等高的几何体在等高处的水平截面的面积恒等，那么这两个几何体的体积相等。”利用此原理求以下几何体的体积，如图，曲线 $y = x^2 (0 \leq y \leq L)$ 和直线 $y = L$ 围成的封闭图形绕 y 轴旋转一周得几何体 Z ，将 Z 放在与 y 轴垂直的水平面 α 上，用平行于平面 α ，且与 Z 的顶点 O 距离为 h 的平面截几何体 Z ，得截面圆的面积为 $\pi(\sqrt{h})^2 = \pi h$. 由此构造右边的几何体 Z_1 (三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$)，其中 $AC \perp \alpha$ ，平面 $BB_1C_1C \parallel \alpha$ ，平面 $EFPQ \parallel \alpha$ ， $AC = L$ ， $AA_1 \subset \alpha$ ， $AA_1 = \pi$ ， Z_1 与 Z 在等高处的截面面积都相等，图中 $EFPQ$ 和 BB_1C_1C 为矩形，且 $PQ = \pi$ ， $FP = h$ ，则几何体 Z_1 的体积为 ()



- A. πL^2 B. πL^3 C. $\frac{1}{2}\pi L^2$ D. $\frac{1}{2}\pi L^3$

【答案】C

【解析】

【分析】通过截面面积相等可求得 BC 的长度，再利用三棱柱体积公式即可求解.

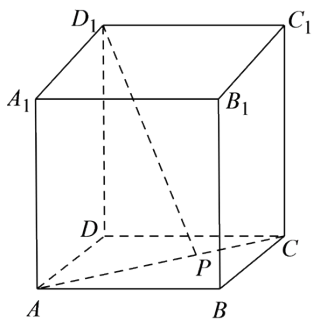
【详解】由题意可知：在高为 L 处，几何体 Z 和 Z_1 的截面面积相等，且截面面积为 πL ，

$$\therefore S_{BB_1C_1C} = \pi L, \quad BC = L,$$

$$\therefore V_{ABC-A_1B_1C_1} = S_{\triangle ABC} \cdot \pi = \frac{1}{2}\pi L^2,$$

故选：C.

8. 如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 P 在面对角线 AC 上运动，下列四个命题中错误的是（ ）



- A. $D_1P \parallel$ 平面 A_1BC_1 B. 平面 $PDB_1 \perp$ 平面 A_1BC_1
C. 三棱锥 A_1-BPC_1 的体积不变 D. $D_1P \perp BD$

【答案】D

【解析】

【分析】证明平面 $AD_1C \parallel$ 平面 A_1BC_1 后可判断 A，证明 $DB_1 \perp$ 平面 A_1BC_1 后可判断 B，由 $AC \parallel$ 平面 A_1BC_1 可判断 C，取 P 是 AC 与 BD 交点时可判断 D.

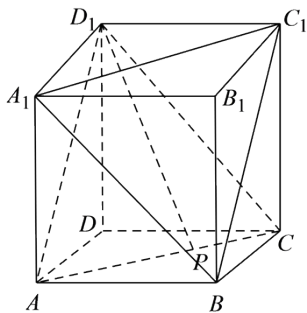
【详解】A. 连接 $AD_1, CD_1, A_1B, BC_1, A_1C_1$ ，如图，正方体中由 AA_1 与 CC_1 平行且相等得平行四边形

ACC_1A_1 ，所以 $AC \parallel A_1C_1$ ，

又 $AC \not\subset$ 平面 A_1BC_1 ， $A_1C_1 \subset$ 平面 A_1BC_1 ，所以 $AC \parallel$ 平面 A_1BC_1 ，同理 $AD_1 \parallel$ 平面 A_1BC_1 ，

$AC \cap AD_1 = A$ ， $AC, AD_1 \subset$ 平面 AD_1C ，所以平面 $AD_1C \parallel$ 平面 A_1BC_1 ，

$D_1P \subset$ 平面 AD_1C ，所以 $D_1P \parallel$ 平面 A_1BC_1 ，A 正确；



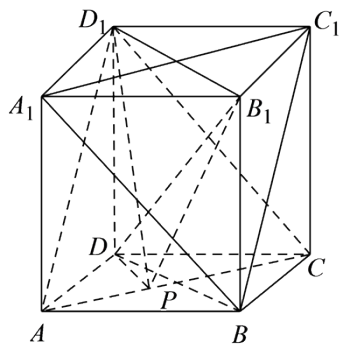
B. 连接 BD, B_1D_1 ，正方体中 $DD_1 \perp$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$ ， $A_1C_1 \subset$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$ ，所以 $DD_1 \perp A_1C_1$ ，

又正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 中， $A_1C_1 \perp B_1D_1$ ， $DD_1 \cap B_1D_1 = D_1$ ， $DD_1, B_1D_1 \subset$ 平面 BB_1D_1D ，

所以 $A_1C_1 \perp$ 平面 BB_1D_1D ，而 $DB_1 \subset$ 平面 BB_1D_1D ，所以 $A_1C_1 \perp DB_1$ ，同理 $A_1B \perp DB_1$ ， $A_1C_1 \cap A_1B = A_1$

， $A_1C_1, A_1B \subset$ 平面 A_1BC_1 ，所以 $DB_1 \perp$ 平面 A_1BC_1 ，

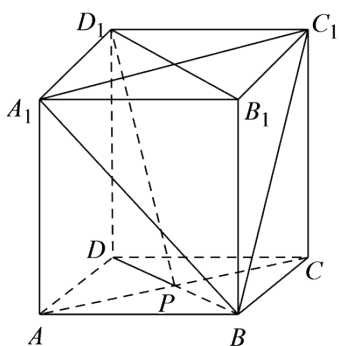
而 $DB_1 \subset$ 平面 PDB_1 ，所以平面 $PDB_1 \perp$ 平面 A_1BC_1 ，B 正确；



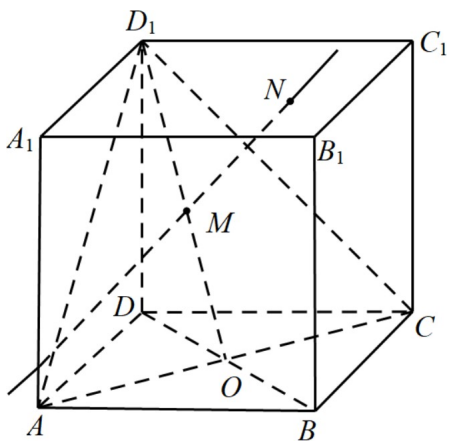
C. 由 A 的证明知 $AC \parallel$ 平面 A_1BC_1 ， $P \in AC$ ， P 到平面 A_1BC_1 的距离不变，因此三棱锥 $P-A_1BC_1$ 体积不变，即三棱锥 A_1-BPC_1 的体积不变，C 正确；

D. 当 P 为 AC 与 BD 交点时，矩形 BDD_1B_1 中， D_1P 和 BD 显然不垂直，D 错。

故选：D.



9. 如图所示，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1， $BD \cap AC = O$ ， M 是线段 D_1O 上的动点，过点 M 作平面 ACD_1 的垂线交平面 $A_1B_1C_1D_1$ 于点 N ，则点 N 到点 A 距离的最小值为



- A. $\sqrt{2}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. 1

【答案】B

【解析】

【分析】由 $B_1D \perp$ 面 ACD_1 及线面垂直的性质定理确定点 N 的轨迹，由此可求点 N 到点 A 距离.

【详解】由 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是正方体，得 $B_1D \perp$ 面 ACD_1

因为 $MN \perp$ 面 ACD_1 ，所以 $B_1D \parallel MN$ （或重合），所以 B_1D 与 MN 共面

因为 B_1, M, D 都在平面 BDD_1B_1 内，所以 N 点在线段 B_1D_1 上，

则点 N 到点 A 距离的最小值为由 A 向 B_1D_1 作垂线，即为 $\triangle AB_1D_1$ 的一条高

$\triangle AB_1D_1$ 是以边长为 $\sqrt{2}$ 的等边三角形，所以高为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/418070013135006117>