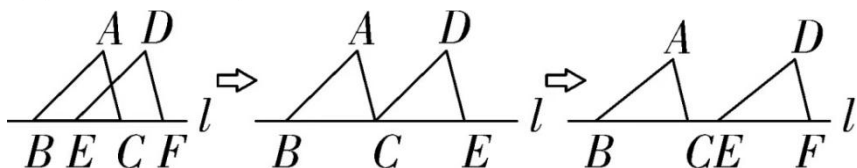


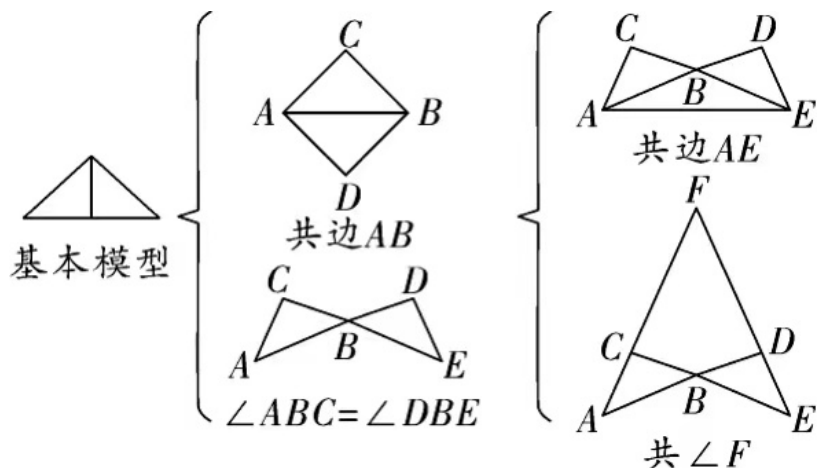
专题 05 六大常考全等模型

一、【知识回顾】

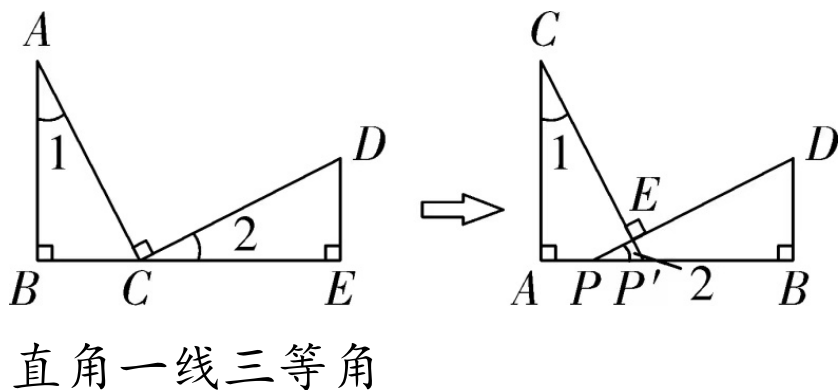
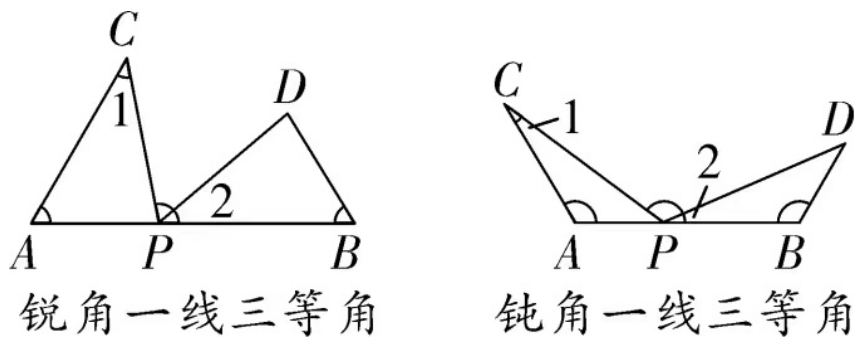
①模型一：平移模型



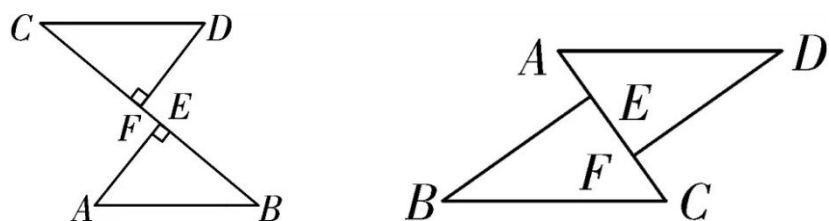
②模型二：轴对称（翻折）模型



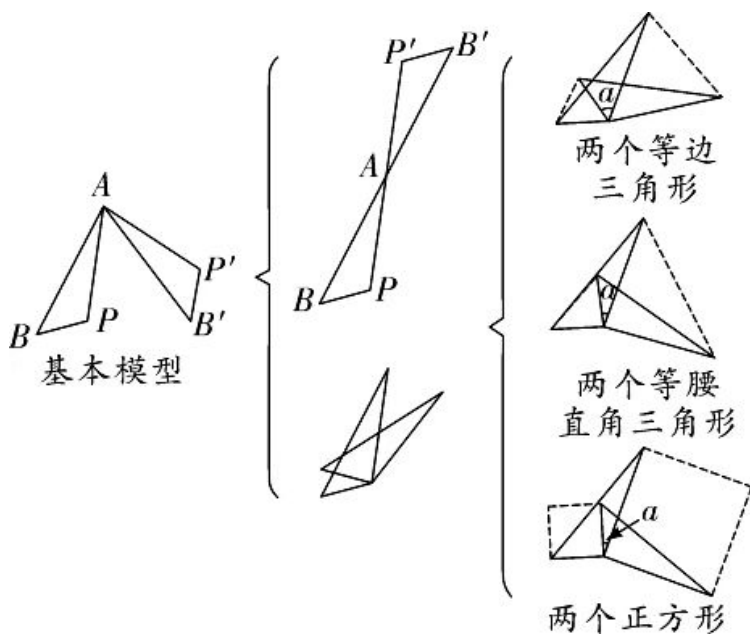
③模型三：一线三等角模型（K字型）



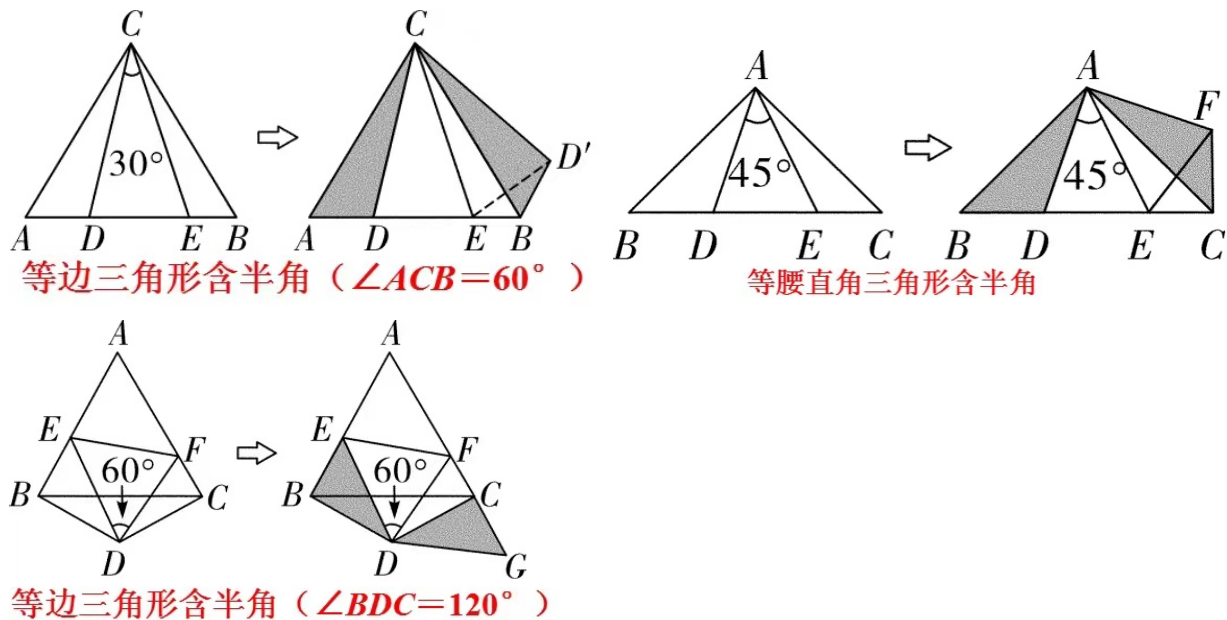
④模型四：不共点旋转模型



⑤模型五：共顶点旋转模型（手拉手模型）



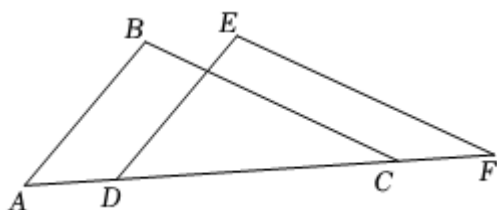
⑥模型六：半角模型（特殊的旋转模型）



二、【考点类型】

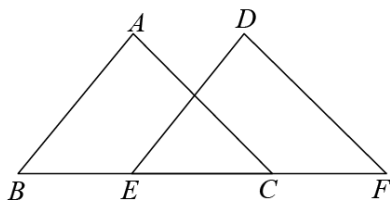
考点 1：平移模型

典例 1：（2022·广西柳州·统考中考真题）如图，点 A, D, C, F 在同一条直线上， $AB=DE$ ， $BC=EF$ 。有下列三个条件：① $AC=DF$ ，② $\angle ABC=\angle DEF$ ，③ $\angle ACB=\angle DFE$ 。



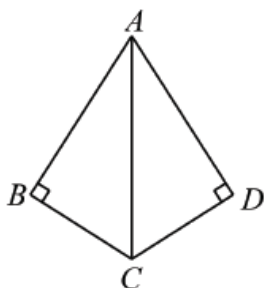
- (1)请在上述三个条件中选取一个条件，使得 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。你选取的条件为（填写序号）_____（只需选一个条件，多选不得分），你判定 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 的依据是_____（填“SSS”或“SAS”或“ASA”或“AAS”）；
- (2)利用（1）的结论 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。求证： $AB \parallel DE$ 。

【变式 1】（2023 秋·福建福州·八年级统考期末）如图，点 B, E, C, F 在一条直线上， $AB=DE$ ， $AC=DF$ ， $BE=CF$ 。求证： $\angle A=\angle D$ 。



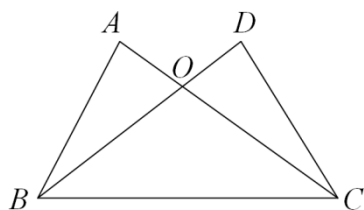
考点 2：轴对称（翻折）模型

典例 2：（2022·湖南长沙·统考中考真题）如图， AC 平分 $\angle BAD$ ， $CB \perp AB$ ， $CD \perp AD$ ，垂足分别为 B, D 。



- (1)求证： $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ ；
- (2)若 $AB=4$ ， $CD=3$ ，求四边形 $ABCD$ 的面积。

【变式 1】(2022·广西百色·统考二模) 如图, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCB$ 中, $\angle A = \angle D$, AC 和 DB 相交于点 O , $OA = OD$.



(1) $AB = DC$;

(2) $\triangle ABC \cong \triangle DCB$.

考点 3: 一线三等角模型 (K 字型)

典例 3: (2022·浙江绍兴·模拟预测) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中 $\angle B = \angle C = 30^\circ$, $\angle DEF = 30^\circ$, 且点 E 为边 BC 的中点. 将 $\angle DEF$ 绕点 E 旋转, 在旋转过程中, 射线 DE 与线段 AB 相交于点 P , 射线 EF 与射线 CA 相交于点 Q , 连结 PQ .

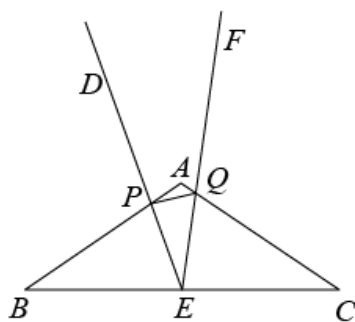
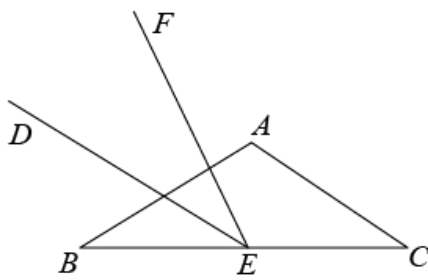


图1



备用图

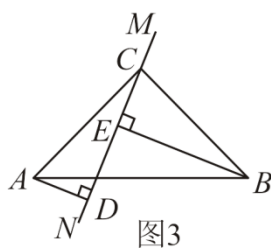
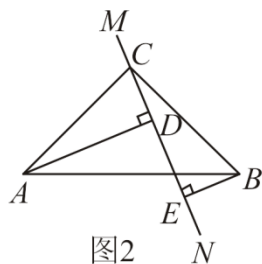
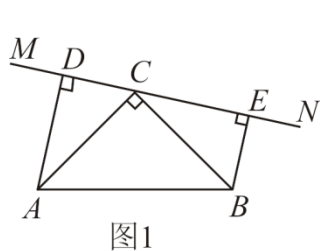
(1) 如图 1, 当点 Q 在线段 CA 上时,

① 求证: $\triangle BPE \sim \triangle CEQ$;

② 线段 BE , BP , CQ 之间存在怎样的数量关系? 请说明理由;

(2) 当 $\triangle APQ$ 为等腰三角形时, 求 $\frac{CQ}{BP}$ 的值.

【变式 1】（2022 秋·黑龙江绥化·八年级校考期中）在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ，直线 MN 经过点 C ，且 $AD \perp MN$ 于 D ， $BE \perp MN$ 于 E 。



(1) 当直线 MN 绕点 C 旋转到图 1 的位置时。

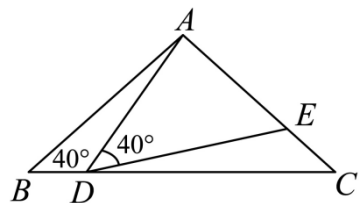
① 请说明 $\triangle ADC \cong \triangle CEB$ 的理由；

② 请说明 $DE = AD + BE$ 的理由；

(2) 当直线 MN 绕点 C 旋转到图 2 的位置时， DE 、 AD 、 BE 具有怎样的等量关系？请写出等量关系，并予以证明。

(3) 当直线 MN 绕点 C 旋转到图 3 的位置时， DE 、 AD 、 BE 具有怎样的等量关系？请直接写出这个等量关系：_____。

【变式 2】（2022 秋·河北邯郸·八年级校考期中）如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 2$ ， $\angle B = \angle C = 40^\circ$ ，点 D 在线段 BC 上运动（ D 不与 B 、 C 重合），连接 AD ，作 $\angle ADE = 40^\circ$ ， DE 交线段 AC 于 E 。



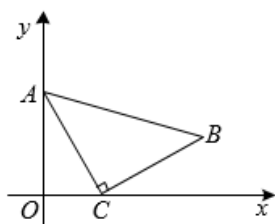
(1) 当 $\angle BDA = 115^\circ$ 时， $\angle EDC =$ _____ $^\circ$ ， $\angle BAD =$ _____ $^\circ$ ， $\angle AED =$ _____ $^\circ$ ；点 D 从 B 向 C 运动时， $\angle BDA$ 逐渐变_____（填“大”或“小”）；

(2) 当 DC 等于多少时， $\triangle ABD \cong \triangle DCE$ ，请说明理由；

(3) 在点 D 的运动过程中， $\triangle ADE$ 的形状可以是等腰三角形吗？若可以，请直接写出 $\angle BDA$ 的度数，若不可以，请说明理由。

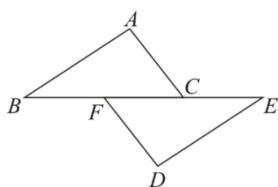
$\therefore \angle AED > \angle ADE$ ，

【变式3】（2022 秋·八年级课时练习）如图， $\triangle ABC$ 中， $AC = BC$, $\angle ACB = 90^\circ$, $A(0,3)$, $C(1,0)$ ，则点 B 的坐标为_____.



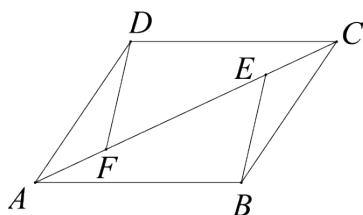
考点 4: 不共顶点旋转模型

典例 4:（2023 秋·山东泰安·七年级统考期末）如图，点 B 、 F 、 C 、 E 在一条直线上，
 $AC = FD$, $AC \parallel FD$, $\angle A = \angle D$.

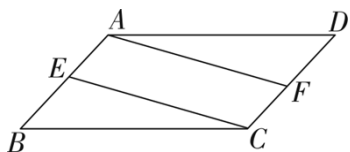


- (1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$;
 (2) 若 $BE = 10$, $FC = 4$, 求 CE 的长度.

【变式1】（2023 春·山东济南·九年级校联考期中）如图， E ， F 是 $\square ABCD$ 的对角线 AC 上两点，且 $AF = CE$ ，
 求证: $DF \parallel BE$.

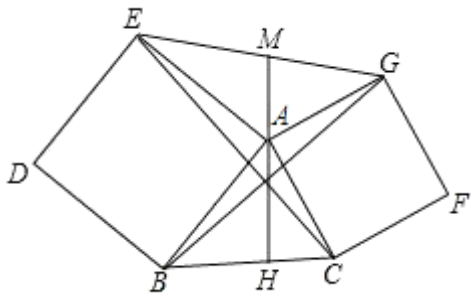


【变式 2】（2022·福建泉州·校考三模）在平行四边形 $ABCD$ 中， E 、 F 分别是 AB 、 CD 上的点，且 $AE = CF$ 。求证： $\angle DAF = \angle BCE$ 。



考点 5：共顶点旋转模型（手拉手模型）

典例 5：（2022 秋·八年级课时练习）在锐角三角形 ABC 中， AH 是边 BC 的高，分别以 AB ， AC 为边向外作正方形 $ABDE$ 和正方形 $ACFG$ ，连接 CE ， BG 和 EG ， EG 与 HA 的延长线交于点 M ，下列结论：① $BG = CE$ ；② $BG \perp CE$ ；③ AM 是 $\triangle AEG$ 的中线；④ $\angle EAM = \angle ABC$ 。其中正确的是_____。



【变式 1】（2022 秋·八年级课时练习）通过对下面数学模型的研究学习，解决下列问题：

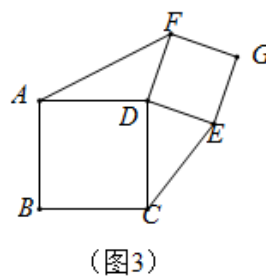
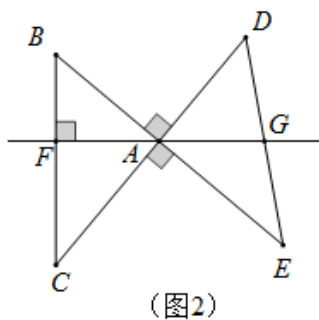
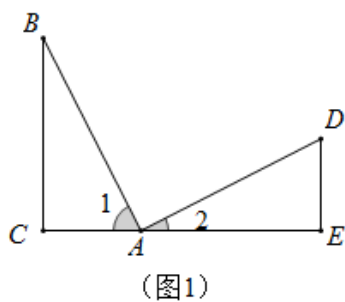
（1）如图 1， $\angle BAD = 90^\circ$ ， $AB = AD$ ，过点 B 作 $BC \perp AC$ 于点 C ，过点 D 作 $DE \perp AC$ 于点 E 。由 $\angle 1 + \angle 2 = \angle 2 + \angle D = 90^\circ$ ，得 $\angle 1 = \angle D$ 。又 $\angle ACB = \angle AED = 90^\circ$ ，可以推理得到 $\triangle ABC \cong \triangle DAE$ 。进而得到 $AC = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $BC = \underline{\hspace{2cm}}$ AE 。我们把这个数学模型称为“K 字”模型或“一线三等角”模型；

（2）如图 2， $\angle BAD = \angle CAE = 90^\circ$ ， $AB = AD$ ， $AC = AE$ ，连接 BC ， DE ，且 $BC \perp AF$ 于点 F ， DE 与直线 AF 交于点 G 。求证：点 G 是 DE 的中点；

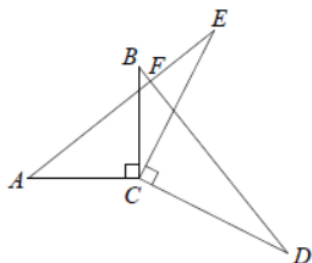
（深入探究）

（3）如图，已知四边形 $ABCD$ 和 $DEGF$ 为正方形， $\triangle AFD$ 的面积为 S_1 ， $\triangle DCE$ 的面积为 S_2 ，则有 $S_1 \underline{\hspace{2cm}} S_2$

(填“>、=、<”)



【变式 2】(2020·江苏徐州·统考中考真题)如图, $AC \perp BC$, $DC \perp EC$, $AC = BC$. $DC = EC$, AE 与 BD 交于点 F .

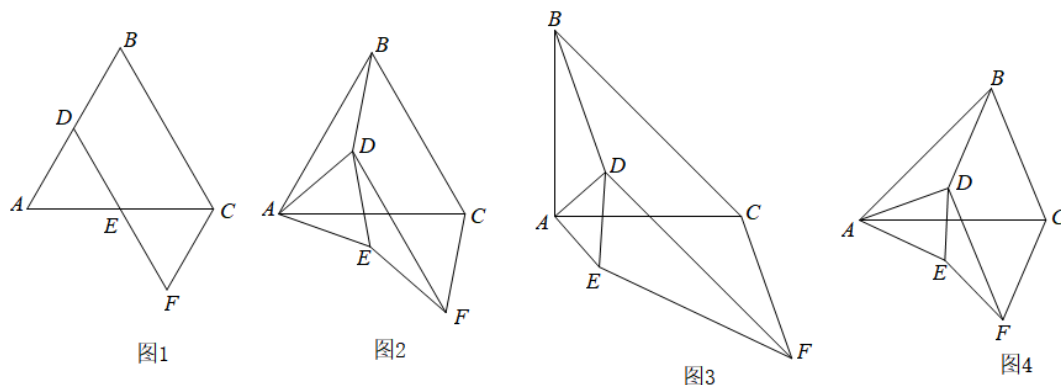


(1) 求证: $AE = BD$;

(2) 求 $\angle AFD$ 的度数.

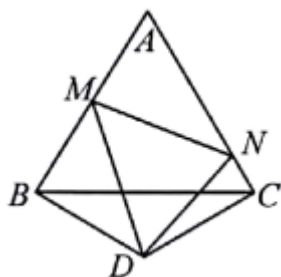
【变式 3】(2023·全国·九年级专题练习) 如图, 在 $\triangle ABC$ 、 $\triangle ADE$ 中, $AB = AC$, $AD = AE$, 设

$\angle BAC = \angle DAE = \alpha$. 连接 BD , 以 BC 、 BD 为邻边作 $\square BDFC$, 连接 EF .



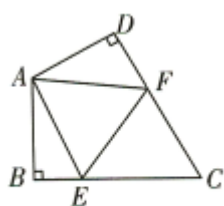
- (1) 若 $\alpha = 60^\circ$, 当 AD 、 AE 分别与 AB 、 AC 重合时 (图 1), 易得 $EF = CF$. 当 $\triangle ADE$ 绕点 A 顺时针旋转到 (图 2) 位置时, 请直接写出线段 EF 、 CF 的数量关系_____;
- (2) 若 $\alpha = 90^\circ$, 当 $\triangle ADE$ 绕点 A 顺时针旋转到 (图 3) 位置时, 试判断线段 EF 、 CF 的数量关系, 并证明你的结论;
- (3) 若 α 为任意角度, $AB = 6$, $BC = 4$, $AD = 3$, $\triangle ADE$ 绕点 A 顺时针旋转一周 (图 4), 当 A 、 E 、 F 三点共线时, 请直接写出 AF 的长度.

典例 6: (2019·全国·九年级专题练习) 如图所示, $\triangle ABC$ 是边长为 1 的等边三角形, $\triangle BDC$ 是顶角 $\angle BDC = 120^\circ$ 的等腰三角形, 以 D 为顶点作一个 60° 的角, 角的两边交 AB 、 AC 于 M 、 N , 连结 MN , 求 $\triangle AMN$ 周长.

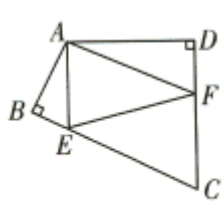


【变式 1】 (2022 秋·八年级课时练习) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle B = \angle D = 90^\circ$, E , F 分别是 BC , CD 上的点, 连接 AE , AF , EF .

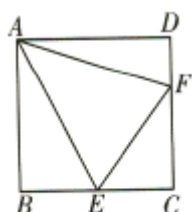
(1) 如图①, $AB = AD$, $\angle BAD = 120^\circ$, $\angle EAF = 60^\circ$. 求证: $EF = BE + DF$;



图①



图②



图③

(2) 如图②, $\angle BAD = 120^\circ$, 当 $\triangle AEF$ 周长最小时, 求 $\angle AEF + \angle AFE$ 的度数;

(3) 如图③, 若四边形 $ABCD$ 为正方形, 点 E 、 F 分别在边 BC 、 CD 上, 且 $\angle EAF = 45^\circ$, 若 $BE = 3$, $DF = 2$, 请求出线段 EF 的长度.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/425023042034011143>