

辽宁省教研教改联合体 2025 届高三第一次调研考试数学试题

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

1. 已知集合 $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $B = \{x | x^2 > 1\}$, 则 $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B) = ()$
A. $\{-2, -1, 0, 1\}$ B. $\{-1, 0, 1\}$ C. $\{-2, 2\}$ D. $\{-1, 1\}$
2. 已知复数 $z_1 = \frac{3+i}{1-i}$ 的实部为 a , $z_2 = i(2+i)$ 的虚部为 b , 则 $z = a + (b+1)i$ 在复平面内对应的点位于 ()
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 设 \vec{a} , \vec{b} 是向量, 则“ $(\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - \vec{b}) = 0$ ”是“ $\vec{a} = -\vec{b}$ 或 $\vec{a} = \vec{b}$ ”的 ().
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 下列结论正确的是 ()
A. 已知一组样本数据 $x_1, x_2, \dots, x_n (x_1 < x_2 < \dots < x_n)$, 现有一组新的数据 $\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{x_2+x_3}{2}, \dots, \frac{x_{n-1}+x_n}{2}, \frac{x_n+x_1}{2}$, 则与原样本数据相比, 新的数据平均数不变, 方差变大
B. 已知具有线性相关关系的变量 x, y , 其线性回归方程为 $\hat{y} = 0.3x - m$, 若样本点的中心为 $(m, 2.8)$, 则实数 m 的值是 4
C. 50 名学生在一模考试中的数学成绩 $X \sim N(120, \sigma^2)$, 已知 $P(X > 140) = 0.2$, 则 $X \in [100, 140]$ 的人数为 20 人
D. 已知随机变量 $X \sim B\left(n, \frac{1}{3}\right)$, 若 $E(3X+1) = 6$, 则 $n = 5$
5. 已知双曲线 $C: x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$, O 为坐标原点, 若直线 $y = x + 2$ 与双曲线 C 的两条渐近线分别交于点 A, B , 则 $\triangle OAB$ 内切圆的半径等于 ()
A. $\sqrt{2} - 1$ B. $2 - \sqrt{3}$ C. $2 - \sqrt{2}$ D. $\sqrt{3} - 1$
6. 已知函数 $f(x) = \frac{\ln x}{e^x}$ 的极值点为 x_0 , 则 $e^{\frac{1}{x_0}} \ln x_0 = ()$

- A. e^2 B. 2 C. $\frac{1}{e}$ D. 1

7. 在菱形 $ABCD$ 中, $AB=2$, $AC=2\sqrt{3}$, 将 $\triangle VABC$ 沿对角线 AC 折起, 使点 B 到达 B' 的位置, 且二面角 $B'-AC-D$ 为直二面角, 则三棱锥 $B'-ACD$ 的外接球的表面积为 ()

- A. 5π B. 16π C. 20π D. 100π

8. 设 $a, b, c \in (0,1)$ 满足 $a = \sin b$, $b = \cos c$, $c = \tan a$, 则 ()

- A. $a+c < 2b$, $ac < b^2$ B. $a+c < 2b$, $ac > b^2$
 C. $a+c > 2b$, $ac < b^2$ D. $a+c > 2b$, $ac > b^2$

二、多选题

9. 已知函数 $f(x) = 2\sin x \cos x - 2\sqrt{3} \cos^2 x$, 则下列说法正确的是 ()

- A. $f(x)$ 的值域为 $[-2-\sqrt{3}, 2-\sqrt{3}]$
 B. $f(x)$ 的对称中心为 $(\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, 0)$, $k \in Z$
 C. $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上的单减区间为 $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2})$
 D. $f(x)$ 在 $(0, \frac{5}{6}\pi)$ 上的极值点个数为 1

10. 已知抛物线 $x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点为 F , 过点 F 的直线 l 与抛物线交于 A, B 两点 (点 A 在第一象限), $\frac{1}{|FA|}$ 与 $\frac{1}{|FB|}$ 的等差中项为 $\frac{1}{2}$. 抛物线在点 A, B 处的切线交于点 M , 过点 M 且垂直于 y 轴的直线与 y 轴交于点 N , O 为坐标原点, P 为抛物线上一点, 则下列说法正确的是 ()

- A. $p=1$ B. $\tan \angle AOB$ 的最大值为 $-\frac{4}{3}$
 C. $\frac{|PN|}{|PF|}$ 的最大值为 $\sqrt{2}$ D. $|MA|^2 + |MB|^2$ 的最小值为 16

11. 已知函数 $f(x) = |e^x - a| - a \ln x$, 则下列说法正确的有 ()

- A. 若 $a < 0$, 则 $f(x)$ 的值域为 \mathbf{R}
 B. 若 $a = 1$, 则过原点有且仅有一条直线与曲线 $y = f(x)$ 相切
 C. 存在 $a > 0$, 使得 $f(x)$ 有三个零点

D. 若 $f(x) \geq 0$, 则 a 的取值范围为 $[0, e]$

三、填空题

12. 在数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1 = \frac{1}{2}$, $(n+2)a_{n+1} = na_n$, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 2024 项和 $S_{2024} =$ _____.

13. 已知 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 若 $\exists \beta \in (0, 2\pi)$, 使 $\sin(\alpha + \beta) + \cos(\alpha + \beta) - \sqrt{2} = (\alpha - \sqrt{2})^2$ 成立, 则 $\beta =$ _____.

14. 设严格递增的整数数列 a_1, a_2, \dots, a_{20} 满足 $a_1 = 1, a_{20} = 40$. 设 f 为 $a_1 + a_2, a_2 + a_3, \dots, a_{19} + a_{20}$ 这 19 个数中被 3 整除的项的个数, 则 f 的最大值为 _____, 使得 f 取到最大值的数列 $\{a_n\}$ 的个数为 _____.

四、解答题

15. 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 三个内角 A, B, C 的对边, 且 $b \cos A + \sqrt{3} b \sin A = a + c$

(1) 求 B ;

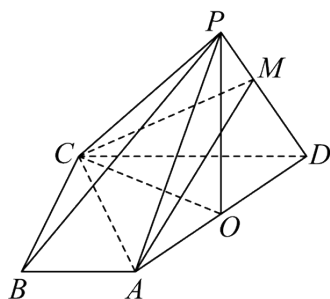
(2) 若 $b = 2, \triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, D 为 AC 边上一点, 满足 $CD = 2AD$, 求 BD 的长.

16. 已知函数 $f(x) = x(e^x - ax^2)$.

(1) 若曲线 $y = f(x)$ 在 $x = -1$ 处的切线与 y 轴垂直, 求 $y = f(x)$ 的极值.

(2) 若 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 只有一个零点, 求 a .

17. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是直角梯形, $AB \parallel CD, \angle ABC = 90^\circ$, 且 $PA = PD = AD, PC = PB$.



(1) 若 O 为 AD 的中点, 证明: 平面 $POC \perp$ 平面 $ABCD$;

(2) 若 $\angle CDA = 60^\circ, AB = \frac{1}{2}CD = 1$, 线段 PD 上的点 M 满足 $\overrightarrow{DM} = \lambda \overrightarrow{DP}$, 且平面 PCB

与平面 ACM 夹角的余弦值为 $\frac{\sqrt{42}}{7}$, 求实数 λ 的值.

18. 测试发现, 某位惯用脚为右脚的足球球员甲在罚点球时, 踢向球门左侧、中间和右侧的概率分别为 0.5, 0.1 和 0.4, 并且, 踢向左侧、中间和右侧时分别有 0.1, 0.2 和 0.2 的概率踢飞或踢偏 (没有射正). 守门员在扑点球一般会提前猜测方向. 测试发现, 某位守门员乙在扑点球时猜右侧 (即足球运动员甲在罚点球时, 踢向球门左侧)、中间和左侧 (即足球运动员甲在罚点球时, 踢向球门右侧) 的概率分别为 0.6, 0.1 和 0.3. 当他猜中方向为左侧或者右侧来时扑出点球的概率均为 0.5, 当他猜中方向为中间时, 扑出点球的概率为 0.8.



比赛情景

(1) 求球员甲面对守门员乙时, 第 1 次罚点球罚丢的概率;

(2) 若球员甲在上一轮罚丢点球, 则下一轮面对球员甲罚点球时, 守门员乙的信心将会激增, 在猜中方向的前提下, 所有方向扑出点球概率都会在原来的基础上增加 0.1; 若球员甲在上一轮罚进点球, 守门员乙将会变得着急, 会有 0.2 的概率提前移动, 在守门员乙提前移动的情况下, 若球员甲罚丢点球, 则可获得重罚机会. 已知守门员乙提前移动时扑出三个方向点球的概率均会增加 0.1. 假定因为守门员乙提前移动球员甲重罚点球仍属于第二轮, 且重罚时守门员乙不再提前移动.

(i) 求球员甲第二轮罚进点球的概率;

(ii) 设 $P(k)$ 为球员甲在第 k 轮罚进点球的概率, 若 ξ 满足对于 $\forall k \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $\frac{P(\xi)}{P(k)} \geq 1$,

直接写出符合题意的 ξ . (注: 最终结果均保留两位小数.)

19. 设 A, B 为椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的短轴端点, P 为椭圆上异于 A, B 的任意一点, D 在直线 $x=4$ 上.

(1) 求直线 PA, PB 的斜率的乘积;

(2) 证明: $\angle APB > \frac{5\pi}{12}$;

(3) 过右焦点 F 作 x 轴的垂线 l , E 为 l 上异于 F 的任意一点, 直线 DF 交 C 于 M, N 两点,

记直线 ED, EM, EN 的斜率分别为 k_1, k_2, k_3 , 是否存在 k_1, k_2, k_3

的某个排列，使得这三个数成等差数列？若存在，加以证明；若不存在，请说明理由.

参考答案:

1. B

【分析】根据补集结合一元二次不等式求 $\bar{Q}_R B$ ，再根据交集运算求解.

【详解】因为 $B = \{x | x^2 > 1\}$ ，则 $\bar{Q}_R B = \{x | x^2 \leq 1\} = \{x | -1 \leq x \leq 1\}$ ，

所以 $A \cap (\bar{Q}_R B) = \{-1, 0, 1\}$.

故选: B.

2. A

【分析】由复数的除法得到 z_1 ，从而得到实部 a 的值，由复数的乘法得到 z_2 ，从而得到虚部 b 的值，从而得到 z ，得到对应的点，得到所在象限.

【详解】 $z_1 = \frac{3+i}{1-i} = \frac{3+i}{1-i} \cdot \frac{1+i}{1+i} = 1+2i$, $z_2 = i(2+i) = -1+2i$ ，所以 $a=1, b=2$ ，所以 $z=1+3i$ ，

其在复平面内的对应点为 $(1,3)$ ，位于第一象限.

故选: A.

3. B

【分析】根据向量数量积分析可知 $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0$ 等价于 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ，结合充分、必要条件分析判断.

【详解】因为 $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a}^2 - \vec{b}^2 = 0$ ，可得 $\vec{a}^2 = \vec{b}^2$ ，即 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ，

可知 $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0$ 等价于 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ，

若 $\vec{a} = \vec{b}$ 或 $\vec{a} = -\vec{b}$ ，可得 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ，即 $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0$ ，可知必要性成立；

若 $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0$ ，即 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ，无法得出 $\vec{a} = \vec{b}$ 或 $\vec{a} = -\vec{b}$ ，

例如 $\vec{a} = (1, 0), \vec{b} = (0, 1)$ ，满足 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ，但 $\vec{a} \neq \vec{b}$ 且 $\vec{a} \neq -\vec{b}$ ，可知充分性不成立；

综上所述，“ $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0$ ”是“ $\vec{a} \neq \vec{b}$ 且 $\vec{a} \neq -\vec{b}$ ”的必要不充分条件.

故选: B.

4. D

【分析】计算可得平均数不变，可得新数据极差变小，可判断 A；利用回归直线过样本中心点，可求 m ，可判断 B；可求得 $P(100 \leq X \leq 140) = 0.6$ ，进而可判断 C；由已知得

$E(3X+1) = n+1$ ，计算可判断 D.

【详解】对于 A：新数据的总和为 $\frac{x_1+x_2}{2} + \frac{x_2+x_3}{2} + \dots + \frac{x_n+x_1}{2} = x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n$ ，

与原数据的总和相等，且数据个数相等，因此平均数不变，

因为 $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ ，而 $\frac{x_{n-1}+x_n}{2} - \frac{x_1+x_2}{2} - (x_n - x_1) = \frac{x_{n-1} - x_n + x_1 - x_2}{2} < 0$ ，

即极差变小了，由于两组数据平均数不变，而极差变小，

说明新数据相对原数据更集中于平均数，因此方差变小，故 A 错误；

对于 B：因为回归直线方程 $\hat{y} = 0.3x - m$ 必经过样本中心点 $(m, 2.8)$ ，

所以 $0.3m - m = 2.8$ ，解得 $m = -4$ ，故 B 错误；

对于 C：因为一模考试中的数学成绩 $X : N(120, \delta^2)$ ， $P(X > 140) = 0.2$ ，

所以 $P(120 \leq X \leq 140) = 0.3$ ，所以 $P(100 \leq X \leq 140) = 0.6$ ，

所以 $X \in [100, 140]$ 的人数为 $0.6 \times 50 = 30$ 人，故 C 错误；

对于 D：因为 $X : B(n, \frac{1}{3})$ ，所以 $E(X) = np = \frac{1}{3}n$ ，

$E(3X+1) = 3E(X)+1 = n+1 = 6$ ，解得 $n = 5$ ，故 D 正确。

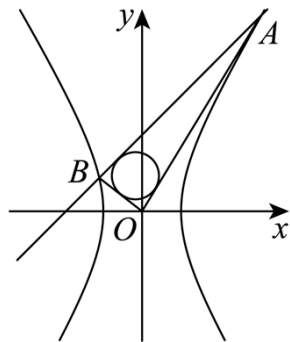
故选：D。

5. C

【分析】求出渐近线方程，与直线 $y = x + 2$ 联立，求出点 A, B 的坐标，求出 $\triangle OAB$ 的三边长，

及点 O 到直线 $y = x + 2$ 的距离 d ，利用等面积法即可求解 $\triangle OAB$ 内切圆的半径。

【详解】双曲线 $C: x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 的渐近线方程为 $y = \pm \frac{b}{a}x = \pm \sqrt{3}x$ ，



$$\text{联立方程 } \begin{cases} y = \sqrt{3}x \\ y = x + 2 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x = \sqrt{3} + 1 \\ y = 3 + \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\text{同理联立 } \begin{cases} y = -\sqrt{3}x \\ y = x + 2 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x = 1 - \sqrt{3} \\ y = 3 - \sqrt{3} \end{cases}$$

不妨设 $A(\sqrt{3}+1, 3+\sqrt{3}), B(1-\sqrt{3}, 3-\sqrt{3})$,

则 $|OA|=2(\sqrt{3}+1), |OB|=2(\sqrt{3}-1), |AB|=2\sqrt{6}$,

点 O 到直线 $y=x+2$ 的距离 $d=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$,

设 $\triangle OAB$ 内切圆的半径为 r ,

则有 $S_{\triangle OAB}=\frac{1}{2}|AB|\cdot d=\frac{1}{2}(|OA|+|OB|+|AB|)r$,

即 $2\sqrt{6}\times\sqrt{2}=[2(\sqrt{3}+1)+2(\sqrt{3}-1)+2\sqrt{6}]r$,

解得 $r=2-\sqrt{2}$.

故选: C

6. D

【分析】对函数求导, 然后结合导数与单调性的关系、零点存在定理, 求出函数的极大值点, 然后利用指对互化求解即可.

【详解】由 $f(x)=\frac{\ln x}{e^x}$ 得 $f'(x)=\frac{\frac{1}{x}-\ln x}{e^x}$, $x>0$,

设 $g(x)=\frac{1}{x}-\ln x$, 则 $g'(x)=-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}<0$, 所以 $g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 单调递减,

又 $g(1)=1>0$, $g(3)=\frac{1}{3}-\ln 3<0$, 由零点存在定理知, 存在 $x_0\in(1, 3)$, 使得 $g(x_0)=0$,

所以当 $0<x<x_0$ 时, $g(x)>0$, $f'(x)>0$, 函数 $f(x)$ 单调递增;

当 $x>x_0$ 时, $g(x)<0$, $f'(x)<0$, 函数单调递减, $f'(x_0)=0$,

所以 $x=x_0$ 是函数 $f(x)$ 的极大值点, 则 $\frac{1}{x_0}=\ln x_0$, 即 $e^{\frac{1}{x_0}}=x_0$.

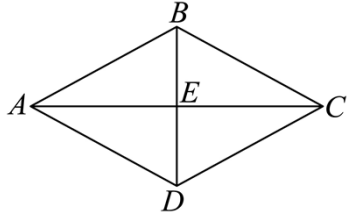
所以 $e^{\frac{1}{x_0}}\ln x_0=x_0\times\frac{1}{x_0}=1$.

故选: D

7. C

【分析】根据给定条件, 确定三棱锥 $B'-ACD$ 的外接球的球心位置, 再求出球半径即可计算作答.

【详解】如图所示:



由题意在菱形 $ABCD$ 中, AC, BD 互相垂直且平分, 点 E 为垂足,

$$AB = BC = CD = DA = 2, EC = EA = \frac{1}{2} AC = \sqrt{3},$$

$$\text{由勾股定理得 } BE = DE = \sqrt{BC^2 - CE^2} = \sqrt{4 - 3} = 1,$$

$$\text{所以 } \angle ADC = \frac{2\pi}{3},$$

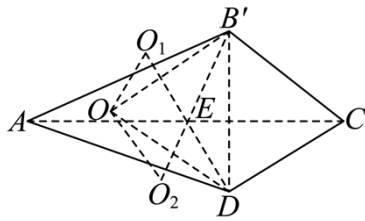
设点 O_1 为 $\triangle ACD$ 外接圆的圆心,

$$\text{则 } \triangle ACD \text{ 外接圆的半径为 } r_1 = O_1D = \frac{AC}{2 \sin \angle ADC} = \frac{2\sqrt{3}}{2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}} = 2, \quad O_1E = O_1D - DE = 2 - 1 = 1,$$

设点 O_2 为 $\triangle ACB'$ 外接圆的圆心, 同理可得 $\triangle ACB'$ 外接圆的半径为 $r_2 = O_2B' = 2,$

$$O_2E = O_2B' - B'E = 2 - 1 = 1,$$

如图所示:



设三棱锥 $B' - ACD$ 的外接球的球心、半径分别为点 $O, R,$

而 $DE, B'E$ 均垂直平分 $AC,$

所以点 O 在面 $ADC,$ 面 ACB' 内的射影 O_1, O_2 分别在直线 $DE, B'E$ 上,

$$\text{即 } OO_1 \perp DE, OO_2 \perp B'E,$$

由题意 $AC \perp DE, AC \perp B'E,$ 且二面角 $B' - AC - D$ 为直二面角,

即面 $DAC \perp$ 面 $ACB', \quad DE \cap B'E = E,$

所以 $B'E \perp ED,$ 即 $O_2E \perp EO_1,$ 可知四边形 O_1OO_2E 为矩形, 所以 $O_1O = O_2E = 1,$

$$\text{由勾股定理以及 } OD^2 = O_1O^2 + O_1D^2 = 5 = R^2,$$

所以三棱锥 $B' - ACD$ 的外接球的表面积为 $S = 4\pi R^2 = 4\pi \times 5 = 20\pi.$

故选：C.

【点睛】方法点睛：解决与球相关的切、接问题，其通法是作出截面，将空间几何问题转化为平面几何问题求解，其解题思维流程如下：

(1) 定球心：如果是内切球，球心到切点的距离相等且为球的半径；如果是外接球，球心到接点的距离相等且为半径；

(2) 作截面：选准最佳角度做出截面（要使这个截面尽可能多的包含球、几何体的各种元素以及体现这些元素的关系），达到空间问题平面化的目的；

(3) 求半径下结论：根据作出截面中的几何元素，建立关于球的半径的方程，并求解.

8. A

【分析】构造函数 $f(x) = \sin x + \tan(\sin x) - 2x$ ，其中 $0 < x < 1$ ，利用导数分析函数 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上的单调性，结合 $b \in (0,1)$ ，可得出 $a+c$ 与 $2b$ 的大小关系，再结合基本不等式以及不等式的基本性质可得出 ac 与 b^2 的大小关系.

【详解】 $\because a, b, c \in (0,1)$ 且 $a = \sin b, b = \cos c, c = \tan a$ ，则 $c = \tan a = \tan(\sin b)$ ，

先比较 $a+c = \sin b + \tan(\sin b)$ 与 $2b$ 的大小关系，

构造函数 $f(x) = \sin x + \tan(\sin x) - 2x$ ，其中 $0 < x < 1$ ，

则 $0 < \sin x < 1$ ，所以， $\cos 1 < \cos(\sin x) < 1$ ，

$$\text{则 } f'(x) = \cos x + \frac{\cos x}{\cos^2(\sin x)} - 2 = \frac{(\cos x - 2)\cos^2(\sin x) + \cos x}{\cos^2(\sin x)},$$

$$\text{令 } g(x) = \cos x - \left(1 - \frac{1}{2}x^2\right), \text{ 其中 } x \in (0,1), \text{ 则 } g'(x) = x - \sin x,$$

$$\text{令 } p(x) = x - \sin x, \text{ 其中 } 0 < x < 1, \text{ 所以, } p'(x) = 1 - \cos x > 0,$$

所以，函数 $g'(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，故 $g'(x) > g'(0) = 0$ ，

$$\text{所以, 函数 } g(x) \text{ 在 } (0,1) \text{ 上单调递增, 则 } g(x) = \cos x - \left(1 - \frac{1}{2}x^2\right) > 0, \text{ 即 } \cos x > 1 - \frac{1}{2}x^2,$$

因为 $x \in (0,1)$ ，则 $0 < \sin x < \sin 1$ ，

$$\text{所以, } \cos(\sin x) > 1 - \frac{1}{2}\sin^2 x = 1 - \frac{1}{2}(1 - \cos^2 x) = \frac{1}{2}(1 + \cos^2 x),$$

$$\text{所以, } \cos^2(\sin x) > \frac{1}{4}(1 + \cos^2 x)^2,$$

因为 $\cos x - 2 < 0$ ，所以， $(\cos x - 2)\cos^2(\sin x) + \cos x < \frac{1}{4}(\cos x - 2)(1 + \cos^2 x)^2 + \cos x$
 $= \frac{1}{4}(\cos^5 x - 2\cos^4 x + 2\cos^3 x - 4\cos^2 x + 5\cos x - 2) = \frac{1}{4}(\cos x - 1)^3(\cos^2 x + \cos x + 2) < 0$ ，

所以，对任意的 $x \in (0, 1)$ ， $f'(x) = \frac{(\cos x - 2)\cos^2(\sin x) + \cos x}{\cos^2(\sin x)} < 0$ ，

故函数 $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递减，

因为 $b \in (0, 1)$ ，则 $f(b) = \sin b + \tan(\sin b) - 2b < f(0) = 0$ ，故 $a + c < 2b$ ，

由基本不等式可得 $0 < 2\sqrt{ac} \leq a + c < 2b$ ($a \neq c$ ，故取不了等号)，所以， $ac < b^2$ ，

故选：A.

【点睛】方法点睛：

在解决比较两个数大小的问题时，常常有三种解决方法：

- (1) 作差法，即两个数作差，若 $a - b > 0$ ，则 $a > b$ ，若 $a - b < 0$ ，则 $a < b$ ；
- (2) 作商法，即两个数作商，若 $\frac{a}{b} > 1 (b > 0)$ ，则 $a > b$ ，若 $\frac{a}{b} < 1 (b > 0)$ ，则 $a < b$ ；
- (3) 单调性法，即借助函数的单调性比较两个数的大小.

9. AD

【分析】借助三角恒等变换公式将原函数化为正弦型函数后，借助正弦型函数的值域、对称性、单调性与极值点逐项计算并判断即可得.

【详解】 $f(x) = 2\sin x \cos x - 2\sqrt{3}\cos^2 x = \sin 2x - \sqrt{3}\cos 2x - \sqrt{3} = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3}$ ，

对 A：由 $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \in [-1, 1]$ ，则 $f(x) \in [-2 - \sqrt{3}, 2 - \sqrt{3}]$ ，故 A 正确；

对 B：令 $2x - \frac{\pi}{3} = k\pi$ ， $k \in \mathbb{Z}$ ，解得 $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}$ ， $k \in \mathbb{Z}$ ，

故 $f(x)$ 的对称中心为 $\left(\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, -\sqrt{3}\right)$ ， $k \in \mathbb{Z}$ ，故 B 错误；

对 C：令 $\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq 2x - \frac{\pi}{3} \leq \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$ ， $k \in \mathbb{Z}$ ，解得 $\frac{5\pi}{12} + k\pi \leq x \leq \frac{11\pi}{12} + k\pi$ ， $k \in \mathbb{Z}$ ，

则 $f(x)$ 在 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 上的单减区间为 $\left(\frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{2}\right)$ ，故 C 错误；

对 D：令 $2x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ， $k \in \mathbb{Z}$ ，即 $x = \frac{5\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}$ ， $k \in \mathbb{Z}$ ，

则 $f(x)$ 在 $\left(0, \frac{5}{6}\pi\right)$ 上的极值点有 $x = \frac{5\pi}{12}$ 一个，故 D 正确.

故选：AD.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/425112001143011300>