

2024-2025 宝山中学高二上 10 月月考数学试卷

本试卷共有 21 道试卷, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟

一、填空题 (本大题共有 12 题, 满分 54 分, 其中 1-6 题每题 4 分, 7-12 题每题 5 分) 【考生应在答题纸相应编号的空格内直接填写结果.】

1. 用符号表示平面 α 经过直线 l : _____.

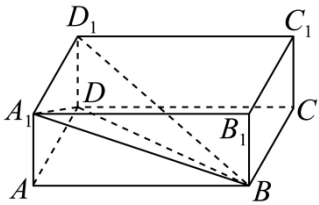
2. 若圆柱底面半径为 2, 高为 3, 则其侧面积为_____.

3. 已知直线 $a \perp c, b \perp c$, 则直线 a 与直线 b 的位置关系有_____种 (填数字).

4. 若正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, 则点 A_1 到直线 BC 的距离为_____.

5. 已知圆锥的侧面展开图为一个半径为 3, 且弧长为 2π 的扇形, 则该圆锥的体积等于_____.

6. 如图, 在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=3\text{cm}$, $AA_1=1\text{cm}$, 则三棱锥 D_1-A_1BD 的体积为_____ cm^3 .



7. 下来命题中, 真命题的编号为_____.

(1) 若直线 l 与平面 M 斜交, 则 M 内不存在与 l 垂直的直线.

(2) 若直线 $l \perp$ 平面 M , 则 M 内不存在与 l 不垂直的直线.

(3) 若直线 l 与平面 M 斜交, 则 M 内不存在与 l 平行的直线.

(4) 若直线 $l \parallel$ 平面 M , 则 M 内不存在与 l 不平行的直线.

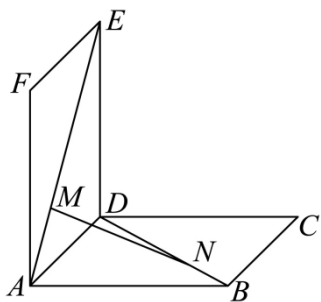
8. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 二面角 $C-D_1B_1-A$ 的平面角大小为_____.

9. 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=3, \angle BAC=60^\circ$, $\triangle ABC$ 所在平面 α 外一点 P 到此三角形三个顶点的距离都是 6, 则点 P 到平面 α 的距离是_____.

10. 一个长方体的三条棱长分别为 3, 8, 9, 若在该长方体上面钻一个圆柱形的孔后其表面积没有变化, 则圆孔的半径为_____.

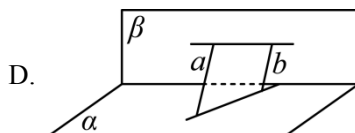
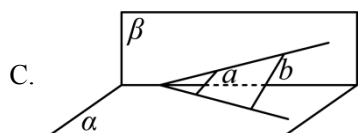
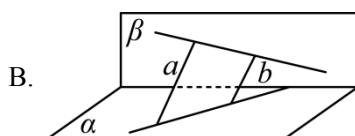
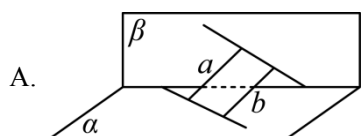
11. 点 A 是二面角 $\alpha-l-\beta$ 内一点, $AB \perp \alpha$ 于点 B , $AC \perp \beta$ 于点 C , 设 $AB=3, AC=2, \angle BAC=60^\circ$, 则点 A 到棱 l 的距离是_____.

12. 两个边长为 2 的正方形 $ABCD$ 和 $ADEF$ 各与对方所在平面垂直, M, N 分别是对角线 AE, BD 上的点, 且 $EM=DN$, 则 M, N 两点间的最短距离为_____.

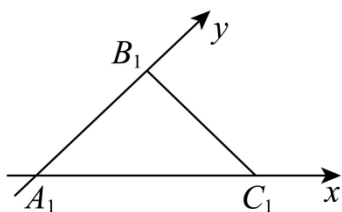


二、选择题（本大题共有 4 题，满分 18 分，其中 13、14 题每题 4 分，15、16 题每题 5 分）【每题有且只有一个正确答案，考生应在答题纸的相应编号上，将代表答案的小方格涂黑，选对得满分，否则一律得零分。】

13. 在以下四图中，直线 a 与直线 b 可能平行的位置关系只能是（ ）



14. 已知 $VABC$ 的直观图是直角边长为 a 的等腰直角三角形 $VA_1B_1C_1$, $\angle B_1 = \frac{\pi}{2}$, 那么 $VABC$ 的面积为（ ）



- A. $\frac{\sqrt{2}}{4}a^2$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^2$ C. $\sqrt{2}a^2$ D. a^2

15. 已知直线 l, m 和平面 α, β , 下列命题中的真命题是（ ）

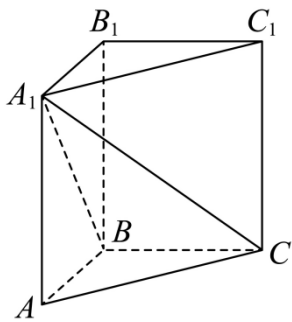
- A. 若 $m \perp l, l // \alpha$, 则 $m \perp \alpha$ B. 若 $l // \alpha, \alpha \perp \beta$, 则 $l \perp \beta$
C. 若 $l \perp \alpha, \alpha // \beta$, 则 $l \perp \beta$ D. 若 $l \perp \alpha, m \perp \beta$, 则 $l // m$

16. 不共面的四个定点到平面 α 的距离都相等, 这样的平面 α 共有（ ）

- A. 3 个 B. 4 个 C. 6 个 D. 7 个

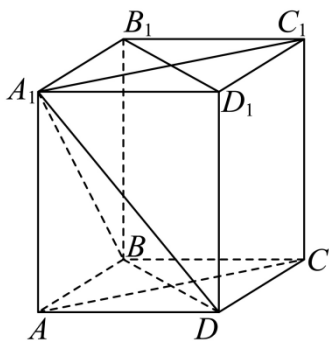
三、解答题（本大题共有 5 题，满分 78 分）【解答下列各题必须在答题纸相应编号的规定区域内写出必要的步骤。】

17. 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB = 1, BC = 2, \angle ABC = 90^\circ, AA_1 = 3$.



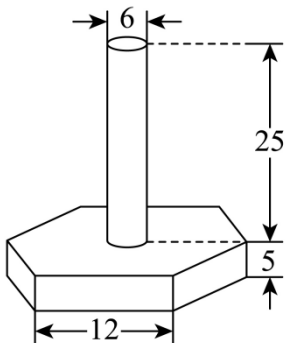
- (1) 求四棱锥 $A_1-B_1BCC_1$ 的体积.
- (2) 求异面直线 B_1C_1 与 A_1C 所成角的大小.

18. 如图, 在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中.



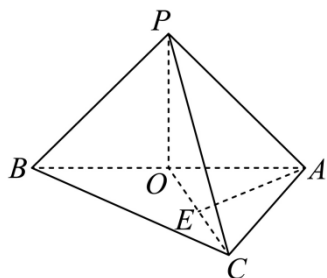
- (1) 求证: $B_1D_1 \parallel$ 平面 A_1BD .
- (2) 求证: 平面 $A_1ACC_1 \perp$ 平面 A_1BD .

19. 如图 (图中单位: cm) 是一种铸铁机器零件, 零件下部是实心的直六棱柱 (底面是正六边形, 侧面是全等的矩形), 上部是实心的圆柱.



- (1) 已知铁的密度为 7.86 g/cm^3 , 求生产一件这样的铸铁零件需要多少克铁? (结果精确到 0.1 g).
- (2) 要给一批共 5000 个零件镀锌, 若电镀这批零件每平方厘米要用锌 0.11 g , 求需要用锌的总量 (结果精确到 0.01 g).

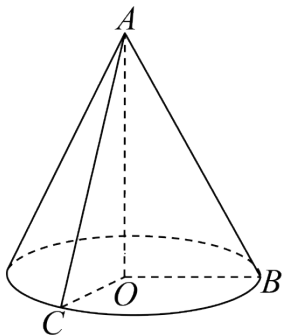
20. 如图, 三棱锥 $P-ABC$ 中, 侧面 $PAB \perp$ 底面 ABC , $PA = PB$, 底面 ABC 是斜边为 AB 的直角三角形, 且 $\angle ABC = 30^\circ$, 记 O 为 AB 的中点, E 为 OC 的中点.



(1) 求证: $PC \perp AE$.

(2) 若 $AB=2$, 直线 PC 与底面 ABC 所成角的大小为 60° , 求二面角 $P-AC-B$ 的大小.

21. 如图, 现将 $\text{Rt}\triangle AOB$ 以直角边 AO 为轴旋转一周得到一个圆锥.



(1) 若 $\angle OAB = \frac{\pi}{6}$, 斜边 $AB=2$, 点 C 为圆锥底面圆周上的一点, 且 $\angle BOC = 90^\circ$, D 是 AC 的中点, 求: 直线 BD 与平面 BOC 所成的角的大小 (用反三角函数表示).

(2) 若圆锥底面的半径为 10, 母线长为 60, 求底面圆周上一点 P 沿侧面绕两周回到点 P 的最短距离.

(3) 若圆锥的母线长为 4, S 为圆锥的侧面积, V 为体积, 求 $\frac{V}{S}$ 取得最大值时圆锥的体积 V 的值.

2024-2025 宝山中学高二上 10 月月考数学试卷

本试卷共有 21 道试卷, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟

一、填空题(本大题共有 12 题, 满分 54 分, 其中 1-6 题每题 4 分, 7-12 题每题 5 分)【考生应在答题纸相应编号的空格内直接填写结果.】

1. 用符号表示平面 α 经过直线 l : _____.

【答案】 $l \subset \alpha$

2. 若圆柱底面半径为 2, 高为 3, 则其侧面积为_____.

【答案】 12π

【分析】根据圆柱侧面积公式直接计算即可.

【详解】由圆柱侧面积公式得, 侧面积为 $2 \times 2 \times \pi \times 3 = 12\pi$.

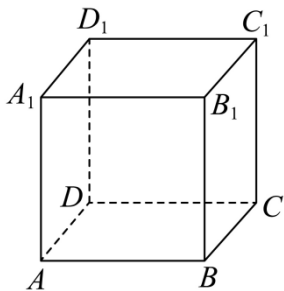
故答案为: 12π .

3. 已知直线 $a \perp c, b \perp c$, 则直线 a 与直线 b 的位置关系有_____种(填数字).

【答案】3

【分析】以正方体为例, 分别指出对应的位置关系, 从而得解.

【详解】如图, $AB \perp AD, CD \perp AD$, 此时 $AB \parallel CD$.



$AB \perp AD, DD_1 \perp AD$, 此时 AB 与 DD_1 异面.

$AB \perp AD, AA_1 \perp AD$, 此时 AB 与 AA_1 相交.

而直线与直线的位置关系只有平行, 异面, 相交三种.

所以当直线 $a \perp c, b \perp c$ 时, 直线 a 与直线 b 的位置关系有 3 种.

故答案为: 3.

4. 若正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, 则点 A_1 到直线 BC 的距离为_____

【答案】 $2\sqrt{2}$

【分析】根据线面垂直可得 $A_1B \perp BC$, 得到点 A_1 到 BC 的距离即为 A_1B 的长, 即可求解.

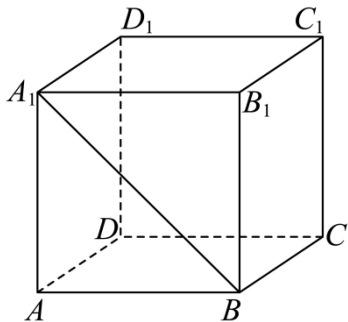
【详解】在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $BC \perp$ 平面 ABB_1A_1 .

Q $A_1B \subset$ 平面 ABB_1A_1 .

$$\therefore A_1B \perp BC.$$

$$\therefore \text{点 } A_1 \text{ 到 } BC \text{ 的距离即为 } A_1B \text{ 的长, } A_1B = \sqrt{A_1A^2 + AB^2} = 2\sqrt{2}$$

故答案为: $2\sqrt{2}$



5. 已知圆锥的侧面展开图为一个半径为 3, 且弧长为 2π 的扇形, 则该圆锥的体积等于_____.

【答案】 $\frac{2\sqrt{2}\pi}{3}$

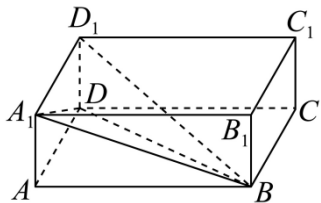
【分析】 根据侧面展开图扇形弧长可求得底面半径, 并利用勾股定理求得圆锥的高, 代入圆锥体积公式即可求得结果.

【详解】 设圆锥底面半径为 r , 则 $2\pi r = 2\pi$, 解得: $r = 1$.

$$\therefore \text{圆锥的高 } h = \sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2}, \therefore \text{圆锥的体积 } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times 1^2 \times 2\sqrt{2} = \frac{2\sqrt{2}\pi}{3}.$$

故答案为: $\frac{2\sqrt{2}\pi}{3}$.

6. 如图, 在正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = 3\text{cm}$, $AA_1 = 1\text{cm}$, 则三棱锥 $D_1 - A_1BD$ 的体积为_____ cm^3 .



【答案】 $\frac{3}{2}$.

【分析】

由图易得 $V_{\text{三棱锥 } D_1 - A_1BD} = \frac{1}{3} S_{\triangle A_1DD_1} \cdot AB$, 求出 $S_{\triangle A_1DD_1}$ 代入计算即可.

【详解】 三棱锥 $D_1 - A_1BD$ 即三棱锥 $B - A_1D_1D$, 在四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AD = AB = 3\text{cm}$, $AA_1 = 1\text{cm}$, 则三棱锥 $B - A_1D_1D$ 的底面积为 $\frac{1}{2} \times 3 \times 1 = \frac{3}{2} (\text{cm}^2)$, 高为 3cm .

$$\text{所以 } V_{\text{三棱锥 } D_1 - A_1BD} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{2} \times 3 = \frac{3}{2} (\text{cm}^3).$$

【点睛】 此题考查三棱锥体积, 关键是找到底面积和高代入计算即可, 属于简单题目.

7. 下来命题中, 真命题的编号为_____.

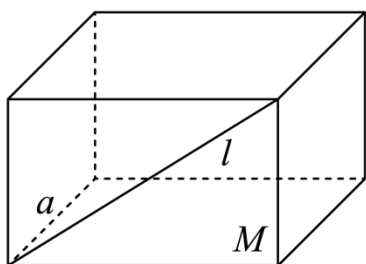
(1) 若直线 l 与平面 M 斜交, 则 M 内不存在与 l 垂直的直线.

- (2) 若直线 $l \perp$ 平面 M , 则 M 内不存在与 l 不垂直的直线.
- (3) 若直线 l 与平面 M 斜交, 则 M 内不存在与 l 平行的直线.
- (4) 若直线 $l \parallel$ 平面 M , 则 M 内不存在与 l 不平行的直线.

【答案】(2)(3)

【分析】举例判断 (1), 根据线面垂直的性质分析判断 (2), 根据反证法及线面平行的判定定理分析判断 (3), 举例判断 (4).

【详解】对于 (1), 如图, 在长方体中, 直线 l 与平面 M 斜交, $a \subset M, l \perp a$, 故假命题.

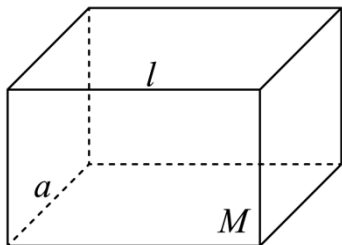


对于 (2), 若直线 $l \perp$ 平面 M , 则直线 l 与平面 M 内的任意一条直线都垂直.

所以 M 内不存在与 l 不垂直的直线, 故为真命题.

对于 (3), 若直线 l 与平面 M 斜交, 则 M 内不存在与 l 平行的直线, 否则根据线面平行的判定定理可知与平面平行, 这与已知条件相矛盾, 故为真命题.

对于 (4), 如图, 直线 $l \parallel$ 平面 M , $a \subset M$, l 与 a 不平行, 是异面直线, 故为假命题.



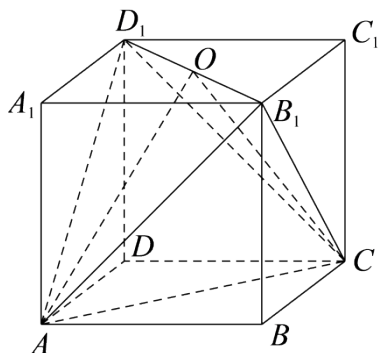
故答案为: (2)(3).

8. 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 二面角 $C - D_1B_1 - A$ 的平面角大小为_____.

【答案】 $\arccos \frac{1}{3}$

【分析】通过分析图形找到二面角的平面角, 求角的余弦值, 确定角的大小.

【详解】



如图, 取 B_1D_1 中点 O , 连接 OA, OC, AC .

由题意得, $\triangle VAB_1D_1, \triangle VCB_1D_1, \triangle ACD_1$ 为等边三角形.

$$\therefore OA \perp B_1D_1, OC \perp B_1D_1.$$

$\therefore \angle AOC$ 为二面角 $C-D_1B_1-A$ 的平面角.

设等边三角形边长为 2, 则 $OA = OC = \sqrt{3}$.

$$\therefore \cos \angle AOC = \frac{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2 - 2^2}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{1}{3}.$$

$$\therefore \angle AOC = \arccos \frac{1}{3}.$$

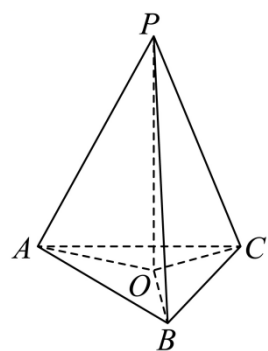
故答案为: $\arccos \frac{1}{3}$.

9. 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 3, \angle BAC = 60^\circ$, $\triangle ABC$ 所在平面 α 外一点 P 到此三角形三个顶点的距离都是 6, 则点 P 到平面 α 的距离是_____.

【答案】 $\sqrt{33}$

【分析】 根据题意推得点 P 在平面 ABC 上的射影 O 为 $\triangle ABC$ 的外心, 进而利用正弦定理求得 OA , 再利用勾股定理即可得解.

【详解】 记点 P 在平面 ABC 上的射影为 O , 连接 PO, OA, OB, OC .



则 $PO \perp$ 平面 ABC , 又 $OA, OB, OC \subset$ 平面 ABC .

所以 $PO \perp OA, PO \perp OB, PO \perp OC$.

因为 $PA = PB = PC = 6$.

所以由勾股定理可得 $OA = OB = OC$, 即 O 是 $\triangle ABC$ 的外心.

在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 3, \angle BAC = 60^\circ$.

则 $\triangle ABC$ 是正三角形, 所以 $BC = 3$.

所以 $2OA = \frac{BC}{\sin \angle BAC} = \frac{3}{\sin 60^\circ} = 2\sqrt{3}$, 所以 $OA = \sqrt{3}$, 又 $PA = 6$.

得 $PO = \sqrt{PA^2 - OA^2} = \sqrt{6^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{33}$, 即点 P 到平面 ABC 的距离为 $\sqrt{33}$.

故答案为: $\sqrt{33}$.

10. 一个长方体的三条棱长分别为3,8,9,若在该长方体上面钻一个圆柱形的孔后其表面积没有变化,则圆孔的半径为_____.

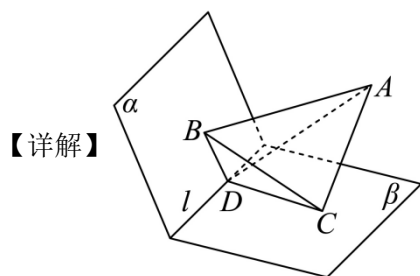
【答案】3

【详解】设圆柱形孔的半径为 r ,高为 h ,则由题意知 $2\pi r^2 = 2\pi rh$,故 $r = h$,显然高只能取3,故填: 3.

11. 点A是二面角 $\alpha-l-\beta$ 内一点, $AB \perp \alpha$ 于点B, $AC \perp \beta$ 于点C, 设 $AB=3$, $AC=2$, $\angle BAC=60^\circ$, 则点A到棱 l 的距离是_____.

【答案】 $\frac{2\sqrt{21}}{3}$ 或 $\frac{2}{3}\sqrt{21}$

【分析】首先利用线面垂直的性质证明 $AB \perp l$, $AC \perp l$, 再利用线面垂直的判定定理证明 $l \perp$ 平面 BAC , 最后由 D, B, A, C 四点共圆, 结合正余弦定理即可求解.



设平面 BAC 与棱 l 交于一点 D , 连接 BD, CD, AD, BC .

由 $AB \perp \alpha$, $l \subset \alpha$, $BD \subset \alpha$.

则 $AB \perp l$, $AB \perp BD$.

又 $AC \perp \beta$, $l \subset \beta$, $CD \subset \beta$.

则 $AC \perp l$, $AC \perp CD$.

又 $AB \cap AC = A$, $AB, AC \subset$ 平面 BAC .

$\therefore l \perp$ 平面 BAC .

又 $AD \subset$ 平面 BAC .

$\therefore l \perp AD$, 因此点A到棱 l 的距离即为 AD 的长.

又在四边形 $DBAC$ 中, $AB \perp BD$, $AC \perp CD$.

则 D, B, A, C 四点共圆, 且 AD 为圆的直径.

又 $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos \angle BAC = 3^2 + 2^2 - 2 \times 3 \times 2 \times \frac{1}{2} = 7$.

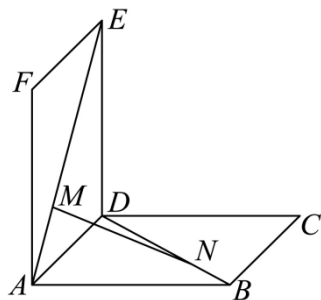
则 $BC = \sqrt{7}$.

$$\text{则 } 2R = AD = \frac{BC}{\sin \angle BAC} = \frac{\frac{\sqrt{7}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{21}}{3}.$$

即点 A 到棱 l 的距离为 $\frac{2\sqrt{21}}{3}$.

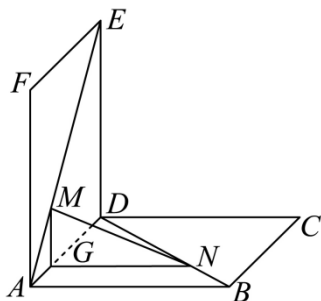
故答案为: $\frac{2\sqrt{21}}{3}$.

12. 两个边长为 2 的正方形 $ABCD$ 和 $ADEF$ 各与对方所在平面垂直, M 、 N 分别是对角线 AE 、 BD 上的点, 且 $EM = DN$, 则 M 、 N 两点间的最短距离为_____.



【答案】 $\sqrt{2}$

【分析】过点 M 作 $MG \parallel DE$, 交 AD 于点 G , 连接 NG , 设 $EM = x$, $MN = y$, 由题意证明 $GN \parallel AB$, 进而根据面面垂直的性质定理证 $MG \perp GN$, 根据勾股定理即可得 MG , GN 与 NM 的数量关系, 即可求得 M 、 N 两点间的最短距离.



【详解】

过点 M 作 $MG \parallel DE$, 交 AD 于点 G , 连接 NG .

设 $EM = x$, $MN = y$.

因为 $MG \parallel DE$, 所以 $\frac{AM}{ME} = \frac{AG}{GD}$.

由已知可得, $AE = BD = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$, $EM = DN = x$.

所以, $AM = BN$, $\frac{AM}{ME} = \frac{BN}{ND}$.

所以, $\frac{AG}{GD} = \frac{BN}{ND} = \frac{AM}{ME}$.

所以, $GN \parallel AB$.

又 $AB \parallel CD$, 所以 $GN \parallel CD$.

由 $MG \parallel DE$, $AM = AE - EM = 2\sqrt{2} - x$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/425213012140011341>