昆明市第二中学2024年高三第二次调研数学试卷

考生须知：

1．全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用2B铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。

2．请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。

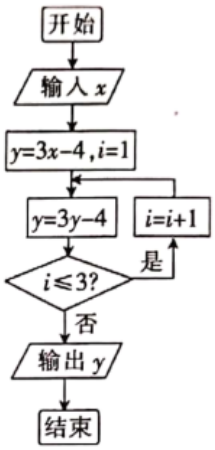
3．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．若复数$z=(m+1)+(2-m)i(m\in R)$是纯虚数，则$\left|\dfrac{6+3i}{z}\right|=$(　　)

A．3　　B．5　　C．$\sqrt{5}$　　D．$3\sqrt{5}$

2．明代数学家程大位（1533~1606年），有感于当时筹算方法的不便，用其毕生心血写出《算法统宗》，可谓集成计算的鼻祖．如图所示的程序框图的算法思路源于其著作中的“李白沽酒”问题．执行该程序框图，若输出的y的值为2，则输入的x的值为（　　）



A．$\dfrac{7}{4}$　　B．$\dfrac{56}{27}$　　C．2　　D．$\dfrac{164}{81}$

3．已知函数$f(x)=\dfrac{\sin x}{x^2+1}$．下列命题：①函数$f(x)$的图象关于原点对称；②函数$f(x)$是周期函数；③当$x=\dfrac{\pi}{2}$时，函数$f(x)$取最大值；④函数$f(x)$的图象与函数$y=\dfrac{1}{x}$的图象没有公共点，其中正确命题的序号是（　　）

A．①④　　B．②③　　C．①③④　　D．①②④

4．已知集合$A=\{1,3,5,7\}$，$B=\{2,3,4,5\}$，则$A\cap B=$

A．$\{3\}$　　B．$\{5\}$　　C．$\{3,5\}$　　D．$\{1,2,3,4,5,7\}$

5．已知排球发球考试规则：每位考生最多可发球三次，若发球成功，则停止发球，否则一直发到3次结束为止．某考生一次发球成功的概率为$p(0<p<1)$，发球次数为X，若X的数学期望$E(X)>1.75$，则p的取值范围为(　　)

A．$\left(0,\frac{1}{2}\right)$　　B．$\left(0,\frac{7}{12}\right)$　　C．$\left(\frac{1}{2},1\right)$　　D．$\left(\frac{7}{12},1\right)$

6．已知 $p:\cos x=\sin\left(\frac{\pi}{2}+y\right)$，$q:x=y$ 则 **p** 是 **q** 的（　　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

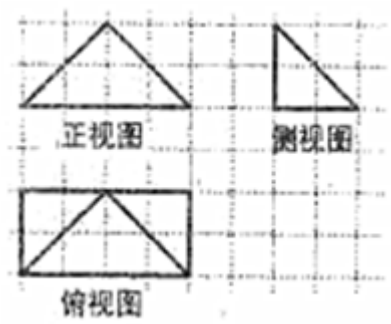
7．已知向量 $\overrightarrow{OA}=(-3,4)$，$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=(-1,5)$，则向量 $\overrightarrow{OA}$ 在向量 $\overrightarrow{OB}$ 上的投影是（　　）

A．$-\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　B．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　C．$-\frac{2}{5}$　　D．$\frac{2}{5}$

8．设 $a=\ln 3$，则 $b=\lg 3$，则（　　）

A．$a+b>a-b>ab$ B．$a+b>ab>a-b$ C．$a-b>a+b>ab$ D．$a-b>ab>a+b$

9．如图，正方形网格纸中的实线图形是一个多面体的三视图，则该多面体各表面所在平面互相垂直的有（　　）



A．2 对　　B．3 对

C．4 对　　D．5 对

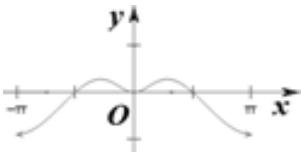
10．已知双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,b>0)$ 的左右焦点分别为 F_1，F_2，P 为双曲线 C 上一点，Q 为双曲线 C 渐近线上一点，P，Q 均位于第一象限，且 $2\overrightarrow{QP}=\overrightarrow{PF_2}$，$\overrightarrow{QF_1}\cdot\overrightarrow{QF_2}=0$，则双曲线 C 的离心率为（　　）

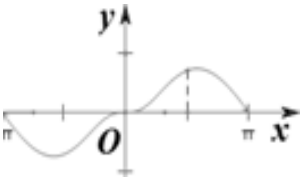
A．$\sqrt{3}-1$　　B．$\sqrt{3}+1$　　C．$\sqrt{13}+2$　　D．$\sqrt{13}-2$

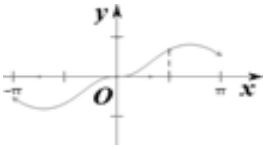
11．已知复数 z 满足 $\frac{1}{z}=1+i$，则 $|z|$ 的值为（　　）

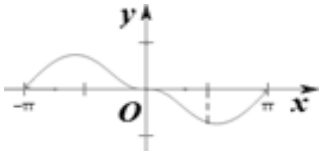
A．$\frac{1}{2}$　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D．2

12．设函数 $f(x)=\frac{x^2\sin x}{x^2+1}$，则 $y=f(x)$，$x\in[-\pi,\pi]$ 的大致图象大致是的(　　)

A．

B．

C．

D．

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AD=3, AA_1=AB=4$，则异面直线 A_1B 与 AC 所成角的余弦值为（　　）

A．$\frac{\sqrt{2}}{5}$　　B．$\frac{2}{5}$　　C．$\frac{2\sqrt{2}}{5}$　　D．$\frac{4}{5}$

14．某陶瓷厂准备烧制甲、乙、丙三件不同的工艺品，制作过程必须先后经过两次烧制，当第一次烧制合格后方可进入第二次烧制，再次烧制过程相互独立.根据该厂现有的技术水平，经过第一次烧制后，甲、乙、丙三件产品合格的概率依次为 0.5、0.6、0.4，经过第二次烧制后，甲、乙、丙三件产品合格的概率依次为 0.6、0.5、0.75；则第一次烧制后恰有一件产品合格的概率为_____；经过前后两次烧制后，合格工艺品的件数为 ξ，则随机变量 ξ 的期望为_____.

15．已知集合 $A=\{m+1,(m-1)^2,m^2-3m+3\}$，若 $1\in A$，则 $m^{2020}=$_____.

16．已知正数 a，b 满足 $a+b=1$，则 $\frac{b}{a}+\frac{1}{b}$ 的最小值等于_____，此时 $a=$_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知函数 $f(x)=\ln x+\frac{a}{x}-a$，$g(x)=\frac{a-1}{x}+\frac{a+|a|}{2}\cdot\frac{x}{e^{x-1}}$，$(a\in R)$

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）若 $f(x)$ 在定义域内有且仅有一个零点，且此时 $f(x)\geq g(x)+m$ 恒成立，求实数 m 的取值范围.

18．（12 分）已知 $P(0,-2)$，点 A,B 分别为椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右顶点，直线 BP 交 E 于另一点 Q，ΔABP 为等腰直角三角形，且 $|PQ|:|QB|=3:2$.

（Ⅰ）求椭圆 E 的方程；

（Ⅱ）设过点 P 的直线 l 与椭圆 E 交于 M,N 两点，总使得 $\angle MON$ 为锐角，求直线 l 斜率的取值范围.

19．（12 分）在平面直角坐标系 xOy 中，点 P 是直线 $l:x=-1$ 上的动点，$F(1,0)$ 为定点，点 Q 为 PF 的中点，动点 M

满足$\overrightarrow{MQ}\cdot\overrightarrow{PF}=0$，且$\overrightarrow{MP}=\lambda\overrightarrow{OF}\left(\lambda\in R\right)$，设点$M$的轨迹为曲线$C$.

（1）求曲线C的方程；

（2）过点F的直线交曲线C于A，B两点，T为曲线C上异于A，B的任意一点，直线TA，TB分别交直线l于D，E两点.问$\angle DFE$是否为定值？若是，求$\angle DFE$的值；若不是，请说明理由.

20.（12分）随着电子阅读的普及，传统纸质媒体遭受到了强烈的冲击．某杂志社近9年来的纸质广告收入如下表所示：

年份	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
时间代号 t	1	2	3	4	5	6	7	8	9
广告收入 y(千万元)	2	2.2	2.5	2.8	3	2.5	2.3	2	1.8

根据这9年的数据，对t和y作线性相关性检验，求得样本相关系数的绝对值为0.243；

根据后5年的数据，对t和y作线性相关性检验，求得样本相关系数的绝对值为0.984.

（1）如果要用线性回归方程预测该杂志社2019年的纸质广告收入，现在有两个方案，

方案一：选取这9年数据进行预测，方案二：选取后5年数据进行预测．

从实际生活背景以及线性相关性检验的角度分析，你觉得哪个方案更合适？

附：相关性检验的临界值表：

$n-2$	小概率	
	0.05	0.01
3	0.878	0.959
7	0.666	0.798

（2）某购物网站同时销售某本畅销书籍的纸质版本和电子书，据统计，在该网站购买该书籍的大量读者中，只购买电子书的读者比例为50%，纸质版本和电子书同时购买的读者比例为10%，现用此统计结果作为概率，若从上述读者中随机调查了3位，求购买电子书人数多于只购买纸质版本人数的概率．

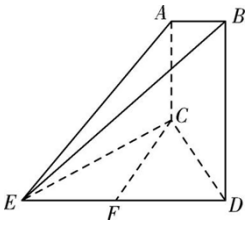
21.（12分）在平面直角坐标系xOy中，直线l的参数方程为$\begin{cases}x=t\\y=t\end{cases}$($t$为参数)，直线$l$与曲线$C:\left(x-1\right)^2+y^2=1$交于$A$、$B$两点.

(1)求$\left|AB\right|$的长；

(2)在以O为极点，x轴的正半轴为极轴建立的极坐标系中，设点P的极坐标为$\left(2\sqrt{2},\frac{3\pi}{4}\right)$，求点$P$到线段$AB$中点$M$的距离.

22.（10分）如图所示，已知$AC\perp$平面CDE，$BD\ P\!\!\!/AC$，$\triangle ECD$为等边三角形，F为边ED上的中点，且

$CD = BD = 2AC = 2$.



(Ⅰ)求证： CF **P面** ABE **；**

(Ⅱ)求证：平面 $ABE \perp$ **平面** BDE **；**

(Ⅲ)求该几何体 $E-ABDC$ **的体积.**

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

先由已知，求出 $m=-1$**，进一步可得** $\frac{6+3\mathrm{i}}{z}=1-2\mathrm{i}$**，再利用复数模的运算即可**

【详解】

由 z **是纯虚数，得** $m+1=0$ **且** $2-m\neq 0$**，所以** $m=-1$**，** $z=3i$**.**

因此， $\left|\frac{6+3i}{z}\right|=\left|\frac{6+3i}{3i}\right|=|1-2i|=\sqrt{5}$**.**

故选：C.

【点睛】

本题考查复数的除法、复数模的运算，考查学生的运算能力，是一道基础题.

2、C

【解析】

根据程序框图依次计算得到答案.

【详解】

$y=3x-4$，$i=1$；$y=3y-4=9x-16$，$i=2$；$y=3y-4=27x-52$，$i=3$；

$y=3y-4=81x-160$，$i=4$；$y=3y-4=243x-484$，此时不满足$i\le 3$，跳出循环，

输出结果为$243x-484$，由题意$y=243x-484=2$，得$x=2$.

故选:C

【点睛】

本题考查了程序框图的计算，意在考查学生的理解能力和计算能力.

3、A

【解析】

根据奇偶性的定义可判断出①正确；由周期函数特点知②错误；函数定义域为R，最值点即为极值点，由$f'\left(\frac{\pi}{2}\right)\neq 0$

知③错误；令$g(x)=f(x)-\frac{1}{x}$，在$x>0$和$x<0$两种情况下知$g(x)$均无零点，知④正确.

【详解】

由题意得：$f(x)$定义域为R，

Q$f(-x)=\frac{\sin(-x)}{(-x)^2+1}=-\frac{\sin x}{x^2+1}=-f(x)$，$\therefore f(x)$为奇函数，图象关于原点对称，①正确；

Q$y=\sin x$为周期函数，$y=x^2+1$不是周期函数，$\therefore f(x)$不是周期函数，②错误；

Q$f'(x)=\frac{(x^2+1)\cos x-2x\sin x}{(x^2+1)^2}$，$\therefore f'\left(\frac{\pi}{2}\right)\neq 0$，$\therefore f\left(\frac{\pi}{2}\right)$不是最值，③错误；

令$g(x)=f(x)-\frac{1}{x}=\frac{\sin x}{x^2+1}-\frac{1}{x}=\frac{\sin x-x-\frac{1}{x}}{x^2+1}$，

当$x>0$时，$\sin x<x$，$\frac{1}{x}>0$，$\therefore g(x)<0$，此时$f(x)$与$y=\frac{1}{x}$无交点；

当$x<0$时，$\sin x>x$，$\frac{1}{x}<0$，$\therefore g(x)>0$，此时$f(x)$与$y=\frac{1}{x}$无交点；

综上所述：$f(x)$与$y=\frac{1}{x}$无交点，④正确.

故选：A.

【点睛】

本题考查函数与导数知识的综合应用，涉及到函数奇偶性和周期性的判断、函数最值的判断、两函数交点个数问题的求解；本题综合性较强，对于学生的分析和推理能力有较高要求.

4、C

【解析】

分析：根据集合 $A=\{1,3,5,7\},B=\{2,3,4,5\}$ 可直接求解 $A\cap B=\{3,5\}$.

详解：Q $A=\{1,3,5,7\},B=\{2,3,4,5\}$,

$\therefore A\cap B=\{3,5\}$,

故选 C

点睛：集合题也是每年高考的必考内容，一般以客观题形式出现，一般解决此类问题时要先将参与运算的集合化为最简形式，如果是“离散型”集合可采用 Venn 图法解决，若是“连续型”集合则可借助不等式进行运算.

5、A

【解析】

根据题意，分别求出 $P(X=1)$，$P(X=2)$，$P(X=3)$，再根据离散型随机变量期望公式进行求解即可

【详解】

由题可知 $P(X=1)=p$，$P(X=2)=(1-p)p$，$P(X=3)=(1-p)^2p+(1-p)^3=(1-p)^2$，则

$E(X)=P(X=1)+2P(X=2)+3P(X=3)=p+2(1-p)p+3(1-p)^2>1.75$

解得 $p>\frac{5}{2}$或$p<\frac{1}{2}$，由 $p\in(0,1)$ 可得 $p\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$,

答案选 *A*

【点睛】

本题考查离散型随机变量期望的求解，易错点为第三次发球分为两种情况：三次都不成功、第三次成功

6、B

【解析】

根据诱导公式化简 $\sin\left(\frac{\pi}{2}+y\right)=\cos y$ 再分析即可.

【详解】

因为 $\cos x=\sin\left(\frac{\pi}{2}+y\right)=\cos y$,所以 ***q*** 成立可以推出 ***p*** 成立,但 ***p*** 成立得不到 ***q*** 成立,例如 $\cos\frac{\pi}{3}=\cos\frac{5\pi}{3}$,而 $\frac{\pi}{3}\neq\frac{5\pi}{3}$,所以 ***p*** 是 ***q*** 的必要而不充分条件.

故选：B

【点睛】

本题考查充分与必要条件的判定以及诱导公式的运用,属于基础题.

7、A

【解析】

先利用向量坐标运算求解$\overrightarrow{OB}$，再利用向量$\overrightarrow{OA}$在向量$\overrightarrow{OB}$上的投影公式即得解

【详解】

由于向量$\overrightarrow{OA}=(-3,4)$，$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=(-1,5)$

故$\overrightarrow{OB}=(2,1)$

向量$\overrightarrow{OA}$在向量$\overrightarrow{OB}$上的投影是$\frac{\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}}{\left|\overrightarrow{OB}\right|}=\frac{-3\times2+4\times1}{\sqrt{5}}=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

故选：A

【点睛】

本题考查了向量加法、减法的坐标运算和向量投影的概念，考查了学生概念理解，数学运算的能力，属于中档题.

8、A

【解析】

根据换底公式可得$b=\frac{\ln3}{\ln10}$，再化简$a+b,a-b,ab$，比较$\ln3,\ln10-1,\ln10+1$的大小，即得答案.

【详解】

Q $b=\lg3=\log_{10}3=\frac{\ln3}{\ln10}$，

$\therefore a+b=\ln3+\frac{\ln3}{\ln10}=\frac{\ln3(\ln10+1)}{\ln10},a-b=\ln3-\frac{\ln3}{\ln10}=\frac{\ln3(\ln10-1)}{\ln10}$，

$ab=\frac{\ln3\times\ln3}{\ln10}$.

Q $\ln3>0,\ln10>0$，显然$a+b>a-b$.

Q $3e<10,\therefore\ln(3e)<\ln10$,即$\ln3+1<\ln10,\therefore\ln3<\ln10-1$，

$\therefore\frac{\ln3\times\ln3}{\ln10}<\frac{\ln3(\ln10-1)}{\ln10}$，即$ab<a-b$.

综上，$a+b>a-b>ab$.

故选：A.

【点睛】

本题考查换底公式和对数的运算，属于中档题.

9、C

【解析】

画出该几何体的直观图 $P-ABCD$，易证平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，平面 $PCD\perp$ 平面 PAD，平面 $PAB\perp$ 平面 PAD，平面 $PAB\perp$ 平面 PCD，从而可选出答案.

【详解】

该几何体是一个四棱锥，直观图如下图所示，易知平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，

作 $PO\perp AD$ 于 O，则有 $PO\perp$ 平面 $ABCD$，$PO\perp CD$，

又 $AD\perp CD$，所以，$CD\perp$ 平面 PAD，

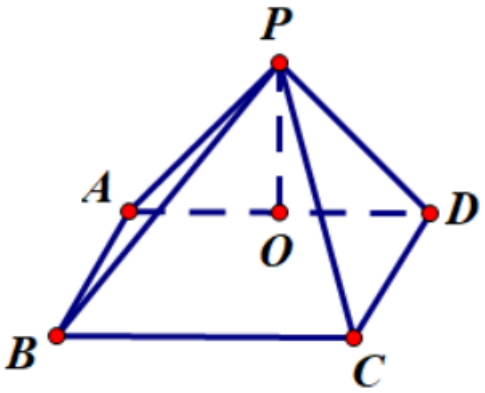
所以平面 $PCD\perp$ 平面 PAD，

同理可证：平面 $PAB\perp$ 平面 PAD，

由三视图可知：$PO=AO=OD$，所以，$AP\perp PD$，又 $AP\perp CD$，

所以，$AP\perp$ 平面 PCD，所以，平面 $PAB\perp$ 平面 PCD，

所以该多面体各表面所在平面互相垂直的有 4 对.



【点睛】

本题考查了空间几何体的三视图，考查了四棱锥的结构特征，考查了面面垂直的证明，属于中档题.

10、D

【解析】

由双曲线的方程 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的左右焦点分别为 F_1,F_2，P 为双曲线 C 上的一点，Q 为双曲线 C 的渐近线上的一点，且 P,Q 都位于第一象限，且 $2\overrightarrow{QP}=\overrightarrow{PF_2},\overrightarrow{QF_1}\cdot\overrightarrow{QF_2}=0$，

可知 P 为 QF_2 的三等分点，且 $\overrightarrow{QF_1}\perp\overrightarrow{QF_2}$，

点 Q 在直线 $bx-ay=0$ 上，并且 $|OQ|=c$，则 $Q(a,b)$，$F_2(c,0)$，

设 $P(x_1,y_1)$，则 $2(x_1-a,y_1-b)=(c-x_1,-y_1)$，

解得 $x_1=\frac{2a+c}{3}, y_1=\frac{2b}{3}$，即 $P(\frac{2a+c}{3},\frac{2b}{3})$，

代入双曲线的方程可得$\frac{(2a+c)^2}{4a^2}-\frac{1}{4}=1$，解得$e=\frac{c}{a}=\sqrt{13}-2$，故选 D.

点睛：本题考查了双曲线的几何性质，离心率的求法，考查了转化思想以及运算能力，双曲线的离心率是双曲线最重要的几何性质，求双曲线的离心率(或离心率的取值范围)，常见有两种方法：①求出a,c，代入公式$e=\frac{c}{a}$；②只需要根据一个条件得到关于a,b,c的齐次式，转化为a,c的齐次式，然后转化为关于e的方程(不等式)，解方程(不等式)，即可得e(e的取值范围).

11、C

【解析】

由复数的除法运算整理已知求得复数 z，进而求得其模.

【详解】

因为$\frac{1}{z}=1+i\Rightarrow z=\frac{1}{1+i}=\frac{1-i}{1-i^2}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$，所以$|z|=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

故选：C

【点睛】

本题考查复数的除法运算与求复数的模，属于基础题.

12、B

【解析】

采用排除法：通过判断函数的奇偶性排除选项 A；通过判断特殊点$f\left(\frac{\pi}{2}\right),f\left(\pi\right)$的函数值符号排除选项 D 和选项 C 即可求解.

【详解】

对于选项 A:由题意知,函数$f\left(x\right)$的定义域为R，其关于原点对称，

因为$f\left(-x\right)=\frac{\left(-x\right)^2\sin\left(-x\right)}{\left(-x\right)^2+1}=-\frac{x^2\sin x}{x^2+1}=-f\left(x\right)$,

所以函数$f\left(x\right)$为奇函数,其图象关于原点对称，故选 A 排除；

对于选项 D:因为$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2+1}=\frac{\pi^2}{\pi^2+4}>0$,故选项 D 排除;

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/425240032310011221