

第六讲 函数导数压轴小题归类

目录

题型 01 整数解型	1
题型 02 函数零点构造型	2
题型 03 同构: 方程零点型同构	3
题型 04 同构: 不等式型同构求参	4
题型 05 恒成立求参: 移项讨论型	5
题型 06 恒成立求参: 虚设零点型	5
题型 07 “倍缩”型函数求参数	6
题型 08 恒成立求参: “等式”型	7
题型 09 双变量型不等式范围最值	8
题型 10 双变量型: 凸凹反转型	9
题型 11 多参型: 代换型	10
题型 12 多参型: 二次构造放缩型	10
题型 13 多参型: 韦达定理求参型	11
题型 14 多参型: 单峰函数绝对值型	12
题型 15 导数与三角函数	12
高考练场	13

热点题型归纳

题型 01 整数解型

【解题攻略】

整数解, 属于导数研究函数的性质, 根据题意求得整数型参数的取值范围, 或者整数解求参数范围等, 涉及函数的零点问题、方程解的个数问题、函数图像交点个数问题, 一般先通过导数研究函数的单调性、最大值、最小值、变化趋势等, 再借助函数的大致图象判断零点、方程根、交点的情况, 归根到底还是研究函数的性质, 如单调性、极值, 然后通过数形结合的思想找到解题的思路.

【典例 1-1】 (2021·湖南怀化·二模(理)) 已知函数 $f(x) = \frac{k}{x} (k \in \mathbb{N}_+)$, $g(x) = \frac{\ln x + 1}{x-1}$, 若对任意的 $c > 1$, 存在实数 a, b 满足 $0 < a < b < c$, 使得 $g(a) = f(b) = g(c)$, 则 k 的最大值是
A. 3 B. 2 C. 4 D. 5

【典例 1-2】 (2020·黑龙江实验中学三模(理)) 已知函数 $f(x) = e^x - ax - 1$ 在区间 $(-1, 1)$ 内存在极值点, 且 $f(x) < 0$ 恰好有唯一整数解, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $\left[\frac{e^2-1}{2e^2}, e\right)$ B. $\left[\frac{e^2-1}{2e^2}, 1\right) \cup \left(e-1, \frac{e^2-1}{2}\right)$
C. $(e-1, e)$ D. $\left[\frac{e^2-1}{2e^2}, \frac{e-1}{e}\right) \cup (e-1, e)$

【变式 1-1】 在关于 x 的不等式 $e^2 x^2 - (ae^x + 4e^2)x + ae^x + 4e^2 > 0$ (其中 $e=2.71828\cdots$ 为自然对数的底数) 的解集中, 有且仅有两个大于 2 的整数, 则实数 a 的取值范围为 ()

- A. $\left[\frac{16}{5e^4}, \frac{1}{2e}\right]$ B. $\left[\frac{9}{4e^2}, \frac{1}{2e}\right]$ C. $\left[\frac{16}{5e^4}, \frac{4}{3e^2}\right]$ D. $\left[\frac{9}{4e^2}, \frac{4}{3e^2}\right]$

【变式 1-2】 (黑龙江省佳木斯市第一中学 2021-2022 学年高三上学期第四次调研考试理科数学试题) 已知偶函数 $f(x)$ 满足 $f(3+x)=f(3-x)$, 且当 $x \in [0,3]$ 时, $f(x)=xe^{-\frac{x}{2}}$, 若关于 x 的不等式 $f^2(x)-tf(x)>0$ 在 $[-150,150]$ 上有且只有 150 个整数解, 则实数 t 的取值范围是 ()

- A. $(0, e^{-\frac{1}{2}})$ B. $[e^{-\frac{1}{2}}, 3e^{-\frac{3}{2}})$ C. $(3e^{-\frac{3}{2}}, 2e^{-1})$ D. $(e^{-\frac{1}{2}}, 2e^{-1})$

【变式 1-3】 (四川省成都石室中学高三下学期考试数学(理)试题) 已知函数 $f(x)=\frac{1+\ln x}{x}$, 若关于 x 的不等式 $f^2(x)+af(x)>0$ 恰有两个整数解, 则实数 a 的取值范围是

- A. $(-\frac{1+\ln 2}{2}, -\frac{1+\ln 3}{3}]$ B. $[\frac{1+\ln 3}{3}, \frac{1+\ln 2}{2})$
 C. $(-\frac{1+\ln 2}{2}, -\frac{1+\ln 3}{3})$ D. $(-1, -\frac{1+\ln 3}{3}]$

题型 02 函数零点构造型

【解题攻略】

函数零点构造型, 涉及到函数的性质应用:

与对称有关的常用结论:

- ①若点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 关于直线 $x=a$ 对称, 则 $x_1+x_2=2a$;
- ②若 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=a$ 对称, 则 $f(x)=f(2a-x)$;
- ③若 $f(a+x)=f(b-x)$, 则 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{a+b}{2}$ 对称;
- ④若 $f(2a-x)+f(x)=2b$, 则 $f(x)$ 的图象关于点 (a, b) 对称.

数形结合法解决零点问题:

- ①零点个数: 几个零点
- ②几个零点的和
- ③几个零点的积

【典例 1-1】 (2020·黑龙江实验中学高三阶段练习(理)) 已知函数 $f(x)=\begin{cases} |\ln x|, & 0 < x \leq e \\ 2-\ln x, & x > e \end{cases}$, 若实数 $0 < a < b < c$ 互不相等, 且 $f(a)=f(b)=f(c)$, 则 $b+c-a$ 的取值范围为_____.

【典例 1-2】 (2020·吉林吉林·三模) 已知函数 $f(x)=\begin{cases} 2+\ln x, & x \geq 1 \\ \frac{1}{2}x+\frac{3}{2}, & x < 1 \end{cases}$, 若实数 x_1, x_2 满足 $x_1 \neq x_2$, $f(x_1)+f(x_2)=4$, 则 x_1+x_2 的取值范围为_____.

【变式 1-1】 (2022·云南省玉溪第一中学高三) 已知函数 $f(x)=xe^x$, $g(x)=x \ln x$, 若 $f(x_1)=g(x_2)=t$, 其中 $t > 0$, 则 $\frac{\ln t}{x_1 x_2}$ 的取值范围是_____.

【变式 1-2】 (2022·浙江·高三专题练习) 设函数 $f(x)=\begin{cases} x-a, & x \leq 0 \\ \ln x, & x > 0 \end{cases}$, 已知 $x_1 < x_2$, 且 $f(x_1)=f(x_2)$, 若 x_2-x_1

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/425303140102011132>