

第一课时

概率内容的新概念较多，相近概念容易混淆，本课时就学生易犯错误作如下归纳总结：

类型一 “非等可能”与“等可能”混同

例 1 掷两枚骰子，求所得的点数之和为 6 的概率.

错解 掷两枚骰子出现的点数之和 2, 3, 4, ..., 12 共 11 种基本事件，所以概率为 $P = \frac{1}{11}$

剖析 以上 11 种基本事件不是等可能的，如点数和 2 只有 (1, 1)，而点数之和为 6 有 (1, 5)、(2, 4)、(3, 3)、(4, 2)、(5, 1) 共 5 种. 事实上，掷两枚骰子共有 36 种基本事件，且是等可能的，所以“所得点数之和为 6”的概率为 $P = \frac{5}{36}$.

类型二 “互斥”与“对立”混同

例 2 把红、黑、白、蓝 4 张纸牌随机地分给甲、乙、丙、丁 4 个人，每个人分得 1 张，事件“甲分得红牌”与“乙分得红牌”是 ()

A. 对立事件 B. 不可能事件 C. 互斥但不对立事件 D. 以上均不对

错解 A

剖析 本题错误的原因在于把“互斥”与“对立”混同，二者的联系与区别主要体现在：
(1) 两事件对立，必定互斥，但互斥未必对立；(2) 互斥概念适用于多个事件，但对立概念只适用于两个事件；(3) 两个事件互斥只表明这两个事件不能同时发生，即至多只能发生其中一个，但可以都不发生；而两事件对立则表示它们有且仅有一个发生. 事件“甲分得红牌”与“乙分得红牌”是不能同时发生的两个事件，这两个事件可能恰有一个发生，一个不发生，可能两个都不发生，所以应选 C.

类型三 “互斥”与“独立”混同

例 3 甲投篮命中率为 0.8，乙投篮命中率为 0.7，每人投 3 次，两人恰好都命中 2 次的概率是多少？

错解 设“甲恰好投中两次”为事件 A，“乙恰好投中两次”为事件 B，则两人都恰好投中两次为事件 A+B， $P(A+B) = P(A) + P(B)$: $C_3^2 0.8^2 \times 0.2 + C_3^2 0.7^2 \times 0.3 = 0.825$

剖析 本题错误的原因是把相互独立同时发生的事件当成互斥事件来考虑，将两人都恰好投中 2 次理解为“甲恰好投中两次”与“乙恰好投中两次”的和. 互斥事件是指两个事件不可能同时发生；两事件相互独立是指一个事件的发生与否对另一个事件发生与否没有影响，它们虽然都描绘了两个事件间的关系，但所描绘的关系是根本不同.

解: 设“甲恰好投中两次”为事件 A，“乙恰好投中两次”为事件 B，且 A, B 相互独立，则两人都恰好投中两次为事件 A·B，于是 $P(A \cdot B) = P(A) \times P(B) = 0.169$

类型四 “条件概率 $P(B/A)$ ”与“积事件的概率 $P(A \cdot B)$ ”混同

例 4 袋中有 6 个黄色、4 个白色的乒乓球，作不放回抽样，每次任取一球，取 2 次，求第二次才取到黄色球的概率.

错解 记“第一次取到白球”为事件 A, “第二次取到黄球”为事件 B, “第二次才取到黄球”为事件 C, 所以 $P(C)=P(B/A)=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$.

剖析 本题错误在于 $P(A \cdot B)$ 与 $P(B/A)$ 的含义没有弄清, $P(A \cdot B)$ 表示在样本空间 S 中, A 与 B 同时发生的概率; 而 $P(B/A)$ 表示在缩减的样本空间 S_A 中, 作为条件的 A 已经发生的条件下事件 B 发生的概率。

解: $P(C) = P(A \cdot B) = P(A) P(B/A) = \frac{4}{10} \times \frac{6}{9} = \frac{4}{15}$.

备用

1. 某班数学兴趣小组有男生和女生各 3 名, 现从中任选 2 名学生去参加校数学竞赛, 求

- (I) 恰有一名参赛学生是男生的概率;
- (II) 至少有一名参赛学生是男生的概率;
- (III) 至多有一名参赛学生是男生的概率。

解: 基本事件的种数为 $C_6^2=15$ 种

(I) 恰有一名参赛学生是男生的基本事件有 $C_3^1 \cdot C_3^1=9$ 种 $\therefore$ 所求事件概率 $P_1=\frac{9}{15}=0.6$

(II) 至少有一名参赛学生是男生这一事件是由两类事件构成的, 即恰有一名参赛学生

是男生和两名参赛学生都是男生, $\therefore$ 所求事件概率 $P_2=\frac{9+C_3^2}{15}=\frac{12}{15}=0.8$

(III) 至多有一名参赛学生是男生这一事件也是由两类事件构成的, 即参赛学生没有男

生和恰有一名参赛学生是男生, $\therefore$ 所求事件概率 $P_3=\frac{C_3^2+9}{15}=\frac{12}{15}=0.8$

2. 已知两名射击运动员的射击水平, 让他们各向目标靶射击 10 次, 其中甲击中目标 7 次, 乙击中目标 6 次, 若在让甲、乙两人各自向目标靶射击 3 次中, 求: (1) 甲运动员恰好击中目标 2 次的概率是多少? (2) 两名运动员都恰好击中目标 2 次的概率是多少? (结果保留两位有效数字)

解. 甲运动员向目标靶射击 1 次, 击中目标的概率为 $7/10=0.7$

乙运动员向目标靶射击 1 次, 击中目标的概率为 $6/10=0.6$

(1) 甲运动员向目标靶射击 3 次, 恰好都击中目标 2 次的概率是

$$C_3^2 \times 0.7^2 \times (1-0.7)^1 = 0.44$$

(2) 乙运动员各向目标靶射击 3 次, 恰好都击中目标 2 次的概率是

$$[C_3^2 \cdot 0.7^2 \cdot (1-0.7)^1] \cdot [C_3^2 \cdot 0.6^2 \cdot (1-0.6)^1] = 0.19$$

作业

1. 甲、乙两人独立地解同一问题，甲解决这个问题的概率是 p_1 ，乙解决这个问题的概率是 p_2 ，那么恰好有 1 人解决这个问题的概率是 ()
 (A) $p_1 p_2$ (B) $p_1(1-p_2) + p_2(1-p_1)$ (C) $1-p_1 p_2$ (D) $1-(1-p_1)(1-p_2)$
2. 连续掷两次骰子，以先后得到的点数 m, n 为点 $P(m, n)$ 的坐标，那么点 P 在圆 $x^2+y^2=17$ 外部的概率应为 ()
 (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{11}{18}$ (D) $\frac{13}{18}$
3. 从含有 500 个个体的总体中一次性地抽取 25 个个体，假定其中每个个体被抽到的概率相等，那么总体中的每个个体被抽取的概率等于_____。
4. 若在二项式 $(x+1)^{10}$ 的展开式中任取一项，则该项的系数为奇数的概率是_____。
 (结果用分数表示)
5. 袋中有大小相同的 5 个白球和 3 个黑球，从中任意摸出 4 个，求下列事件发生的概率。
 (I) 摸出 2 个或 3 个白球；(II) 至少摸出一个黑球。
6. 已知甲、乙两人投篮的命中率分别为 0.4 和 0.6。现让每人各投两次，试分别求下列事件的概率：(I) 两人都投进两球；(II) 两人至少投进三个球。

作业答案

1. B 2. D 3. 0.05 4. $\frac{4}{11}$

$$5. (I) P(A+B) = P(A) + P(B) = \frac{C_5^2 \cdot C_3^2}{C_8^4} + \frac{C_5^2 \cdot C_3^1}{C_8^4} = \frac{6}{7}; \quad (II) P = 1 - \frac{C_5^4}{C_8^4} = 1 - \frac{1}{14} = \frac{13}{14}$$

$$6. (I) P(\text{两人都投进两球}) = C_2^2(0.4)^2(0.6)^0 C_2^2(0.4)^0(0.6)^2 = 0.16 \times 0.36 = 0.0576.$$

$$(II) P(\text{两人至少投进三个球}) = 0.0576 + 0.0768 + 0.1728 = 0.3072$$

第二课时

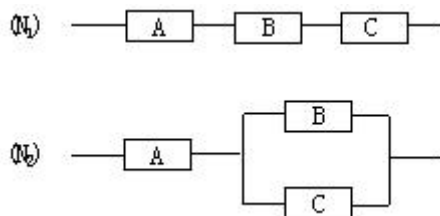
例题

例 1 甲、乙二人参加普法知识竞答，共有 10 个不同的题目，其中选择题 6 个，判断题 4 个，甲、乙二人依次各抽一题.

(I) 甲抽到选择题、乙抽到判断题的概率是多少？

(II) 甲、乙二人中至少有一人抽到选择题的概率是多少？(2000 年新课程卷)

例 2 如图,用 A、B、C 三类不同的元件连接成两个系统 N_1 、 N_2 .当元件 A、B、C 都正常工作时,系统 N_1 正常工作；当元件 A 正常工作且元件 B、C 至少有一个正常工作时,系统 N_2 正常工作.已知元件 A、B、C 正常工作的概率依次为 0.80,0.90,0.90.分别求系统 N_1 、 N_2 正常工作的概率 P_1 、 P_2 . (2001 年新课程卷)



例 3 某单位 6 个员工借助互联网开展工作，每个员工上网的概率都是 0.5（相互独立）.

(I) 求至少 3 人同时上网的概率；

(II) 至少几人同时上网的概率小于 0.3？(2002 年新课程卷)

例 4 有三种产品，合格率分别是 0.90，0.95 和 0.95，各抽取一件进行检验.

(I) 求恰有一件不合格的概率；

(II) 求至少有两件不合格的概率.(精确到 0.001) (2003 年新课程卷)

备用 从分别写有 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 的七张卡片中, 任取 4 张, 组成没有重复数字的四位数, 计算:

- (1) 这个四位数是偶数的概率;
- (2) 这个四位数能被 9 整除的概率;
- (3) 这个四位数比 4510 大的概率。

解: (1) 组成的所有四位数共有 $C_6^1 \cdot A_6^3 = 720$ 个。四位偶数有: 个位是 0 时有 $A_6^3 = 120$,

个位不是 0 时有 $C_3^1 \cdot C_5^1 \cdot C_5^2 = 300$, 共有 $120+300=420$ 个。

$\therefore$ 组成的四位数为偶数的概率为 $\frac{420}{720} = \frac{7}{12}$

(2) 能被 9 整除的数, 应该各位上的数字和能被 9 整除. 数字组合为: 1, 2, 6, 0 1, 3, 5, 0 2, 4, 5, 0 3, 4, 5, 6 2, 3, 4, 0 此时共有 $4 \times C_3^1 \cdot A_3^3 + A_4^4 = 72 + 24 = 96$.

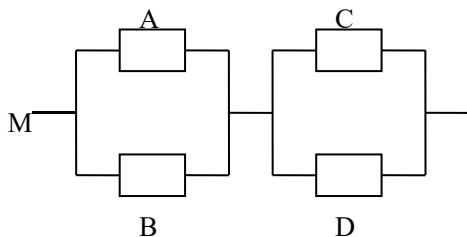
$\therefore$ 能被 9 整除的四位数的概率为 $\frac{96}{720} = \frac{2}{15}$

(3) 比 4510 大的数分别有: 千位是 4, 百位是 5 时, 有 $A_5^2 - 5 = 15$; 千位是 4, 百位是 6 时, 有 $A_5^2 = 20$; 千位大于 4 时, 有 $C_2^1 \cdot A_6^3 = 240$; 故共有 $240+20+18=278$.

$\therefore$ 四位数且比 4510 大的概率为 $\frac{278}{720} = \frac{139}{360}$

作业

1. 一台X型号自动机床在一小时内不需要工人照看的概率为0.8000,有四台这中型号的自动机床各自独立工作,则在一小时内至多2台机床需要工人照看的概率是 ()
(A) 0.1536 (B) 0.1808 (C) 0.5632 (D) 0.9728
2. 种植两株不同的花卉,它们的存活率分别为 p 和 q ,则恰有一株存活的概率为 ()
(A) $p+q-2pq$ (B) $p+q-pq$ (C) $p+q$ (D) pq
3. 有红、黄、蓝三种颜色的旗帜各3面,在每种颜色的3面旗帜上分别标上号码1、2和3,现任取出3面,它们的颜色与号码不相同的概率是_____.
4. 某班委会由4名男生与3名女生组成,现从中选出2人担任正副班长,其中至少有1名女生当选的概率是_____(用分数作答)
5. 某产品检验员检查每一件产品时,将正品错误地鉴定为次品的概率为0.1,将次口错误地鉴定为正品的概率为0.2,如果这位检验员要鉴定4件产品,这4件产品中3件是正品,1件是次品,试求检验员鉴定成正品,次品各2件的概率.
6. 如图,用 A, B, C, D 表示四类不同的元件连接成系统 M .当元件 A, B 至少有一个正常工作且元件 C, D 至少有一个正常工作时,系统 M 正常工作.已知元件 A, B, C, D 正常工作的概率依次为0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 求元件连接成的系统 M 正常工作的概率 $P(M)$.



例题答案

1. (I) $\frac{4}{15}$; (II) $\frac{13}{15}$. 2. 0.648; 0.792. 3. (I) $\frac{21}{32}$; (II) 5人. 4. (I) 0.176; (II) 0.012.

作业答案

1. D 2. A 3. $\frac{1}{14}$ 4. $\frac{5}{7}$ 5. 解: 有两种可能: 将原1件次品仍鉴定为次品, 原3件正品中1件错误地鉴定为次品; 将原1件次品错误地鉴定为正品, 原3件正品中的2件错误地鉴定为次品. 概率为

$$P = 0.8 \times C_3^1 \times 0.1 \times 0.9^2 + 0.2 \times C_3^2 \times 0.1^2 \times 0.9 = 0.1998$$
6. 解: $P(M) = [1 - P(\bar{A} \cdot \bar{B})] [1 - P(\bar{C} \cdot \bar{D})] = 0.752$

第三课时

例题

例 1 从 10 位同学（其中 6 女，4 男）中随机选出 3 位参加测验.每位女同学能通过测验的概率均为 $\frac{4}{5}$ ，每位男同学能通过测验的概率均为 $\frac{3}{5}$.试求：

（I）选出的 3 位同学中，至少有一位男同学的概率；

（II）10 位同学中的女同学甲和男同学乙同时被选中且通过测验的概率.

(2004 年全国卷 I)

例 2 已知 8 支球队中有 3 支弱队,以抽签方式将这 8 支球队分为 A、B 两组,每组 4 支.求：

（I）A、B 两组中有一组恰有两支弱队的概率；

（II）A 组中至少有两支弱队的概率. (2004 年全国卷 II)

例 3 某同学参加科普知识竞赛，需回答 3 个问题.竞赛规则规定：答对第一、二、三问题分别得 100 分、100 分、200 分，答错得零分.假设这名同学答对第一、二、三个问题的概率分别为 0.8、0.7、0.6，且各题答对与否相互之间没有影响.

（I）求这名同学得 300 分的概率；

（II）求这名同学至少得 300 分的概率. (2004 年全国卷 III)

例 4 从 4 名男生和 2 名女生中任选 3 人参加演讲比赛.

（I）求所选 3 人都是男生的概率；

（II）求所选 3 人中恰有 1 名女生的概率；

（III）求所选 3 人中至少有 1 名女生的概率. (2004 年天津卷)

备用 A、B、C、D、E 五人分四本不同的书，每人至多分一本，求：

(1) A 不分甲书，B 不分乙书的概率；

(2) 甲书不分给 A、B，乙书不分给 C 的概率。

解： (1) 分别记“分不到书的是 A，B 不分乙书”，“分不到书的是 B，A 不分甲书”，“分不到书的是除 A、B 以外的其余的三人中的一人，同时 A 不分甲书，B 不分乙书”为事件 A_1, B_1, C_1 ，它们的概率是

$$P(A_1) = \frac{3A_3^3}{A_5^4} = \frac{7}{20}, P(B_1) = \frac{3A_3^3}{A_5^4} = \frac{3}{20}, P(C_1) = 3(A_3^3 + A_2^1 \cdot \frac{A_2^1 \cdot A_2^1 \cdot A_2^1}{A_5^4}) = \frac{7}{20}.$$

因为事件 A_1, B_1, C_1 彼此互斥，由互斥事件的概率加法公式，A 不分甲书，B 不分乙书的概率是：

$$P(A_1 + B_1 + C_1) = P(A_1) + P(B_1) + P(C_1) = \frac{3}{20} + \frac{3}{20} + \frac{7}{20} = \frac{13}{20}$$

(2) 在乙书不分给 C 的情况下，分别记“甲书分给 C”，“甲书分给 D”，“甲书分给 E”为事件 A_2, B_2, C_2 彼此互斥，有互斥事件的概率加法公式，甲书不分给 A、B，乙书不分给 C 的概率为：

$$P(A_2 + B_2 + C_2) = P(A_2) + P(B_2) + P(C_2) = \frac{1}{5} + \frac{3}{20} + \frac{3}{20} = \frac{1}{2}$$

$$P(A_2) = \frac{A_4^3}{A_5^4} = \frac{1}{5} \quad P(B_2) = P(C_2) = \frac{C_3^1 \cdot A_3^2}{A_5^4} = \frac{3}{20}$$

作业

1. 将一颗质地均匀的骰子（它是一种各面上分别标有点数 1, 2, 3, 4, 5, 6 的正方体玩具）先后抛掷 3 次，至少出现一次 6 点向上的概率是（ ）
 (A) $\frac{5}{216}$ (B) $\frac{25}{216}$ (C) $\frac{31}{216}$ (D) $\frac{91}{216}$
2. 在 5 张卡片上分别写着数字 1、2、3、4、5，然后把它们混合，再任意排成一行，则得到的数能被 5 或 2 整除的概率是（ ）
 (A) 0.8 (B) 0.6 (C) 0.4 (D) 0.2
3. 在某次花样滑冰比赛中，发生裁判受贿事件，竞赛委员会决定将裁判由原来的 9 名增至 14 名，但只任取其中 7 名裁判的评分作为有效分，若 14 名裁判中有 2 人受贿，则有效分中没有受贿裁判的评分的概率是_____。（结果用数值表示）
4. 某国际科研合作项目成员由 11 个美国人、4 个法国人和 5 个中国人组成。现从中随机选出两位作为成果发布人，则此两人不属于同一个国家的概率为_____（结果用分数表示）
5. 已知 10 件产品中有 3 件是次品.
 (I) 任意取出 3 件产品作检验，求其中至少有 1 件是次品的概率；
 (II) 为了保证使 3 件次品全部检验出的概率超过 0.6，最少应抽取几件产品作检验？
6. 冰箱中放有甲、乙两种饮料各 5 瓶，每次饮用时从中任意取 1 瓶甲种或乙种饮料，取用甲种或乙种饮料的概率相等.
 (I) 求甲种饮料饮用完毕而乙种饮料还剩下 3 瓶的概率；
 (II) 求甲种饮料被饮用瓶数比乙种饮料被饮用瓶数至少多 4 瓶的概率.

例题答案

$$1 \text{ (I) } \frac{5}{6}; \text{ (II) } \frac{4}{125} \quad 2 \text{ (I) } \frac{6}{7}; \text{ (II) } \frac{1}{2} \quad 3 \text{ (I) } 0.228; \text{ (II) } 0.564 \quad 4 \text{ (I) } \frac{1}{5}; \text{ (II) } \frac{3}{5}; \text{ (III) } \frac{4}{5}.$$

作业答案

$$1. D \quad 2. B \quad 3. \frac{3}{13} \quad 4. \frac{119}{190} \quad 5. \text{解: (I) } 1 - \frac{C_7^3}{C_{10}^3} = \frac{17}{24} \quad \text{(II) 最少应抽取 9 件产品作检验.}$$

$$6. \text{解: (I) } P_7(5) = C_7^5 P^5 (1-P)^2 = \frac{21}{128}. \quad \text{(II) } P_6(5) + P_5(5) + P_4(4) = C_6^5 P^5 (1-P) + C_5^5 P^5 + C_4^4 P^4 = \frac{3}{16}$$

第四课时

例题

例 1 某地区有 5 个工厂，由于用电紧缺，规定每个工厂在一周内必须选择某一天停电（选哪一天是等可能的）. 假定工厂之间的选择互不影响.

（I）求 5 个工厂均选择星期日停电的概率；

（II）求至少有两个工厂选择同一天停电的概率. (2004 年浙江卷)

例 2 甲、乙两人参加一次英语口语考试，已知在备选的 10 道试题中，甲能答对其中的 6 题，乙能答对其中的 8 题.规定每次考试都从备选题中随机抽出 3 题进行测试，至少答对 2 题才算合格.

（I）分别求甲、乙两人考试合格的概率；

（II）求甲、乙两人至少有一人考试合格的概率. (2004 年福建卷)

例 3 甲、乙、丙三台机床各自独立地加工同一种零件，已知甲机床加工的零件是一等品而乙机床加工的零件不是一等品的概率为 $\frac{1}{4}$,乙机床加工的零件是一等品而丙机床加工的零件不是一等品的概率为 $\frac{1}{12}$,甲、丙两台机床加工的零件都是一等品的概率为 $\frac{2}{9}$.

（I）分别求甲、乙、丙三台机床各自加工零件是一等品的概率；

（II）从甲、乙、丙加工的零件中各取一个检验，求至少有一个一等品的概率.

(2004 年湖南卷)

例 4 为防止某突发事件发生，有甲、乙、丙、丁四种相互独立的预防措施可供采用，单独采用甲、乙、丙、丁预防措施后此突发事件不发生的概率（记为 P）和所需费用如下：

预防措施	甲	乙	丙	丁
P	0.9	0.8	0.7	0.6
费用（万元）	90	60	30	10

预防方案可单独采用一种预防措施或联合采用几种预防措施，在总费用不超过 120 万元的前提下,请确定一个预防方案,使得此突发事件不发生的概率最大.(2004 年湖北卷)

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/426024054242011025>