2024-2025学年上海市宝山中学九年级（上）期中数学试卷

一、选择题：本题共6小题，每小题4分，共24分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

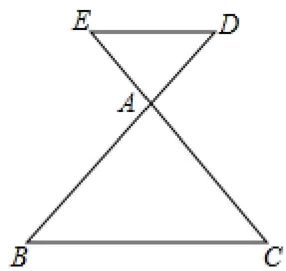
1. 在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle C=90^\circ$，$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$所对的边分别为a、b、c，下列等式成立的是(　)

A. $b=a\cot B$　　B. $a=c\sin B$　　C. $c=\dfrac{a}{\sin A}$　　D. $a=b\cos A$

2. 已知P是线段AB的黄金分割点，且$AP>BP$，那么下列等式不成立的是(　)

A. $\dfrac{AB}{AP}=\dfrac{AP}{BP}$　　B. $\dfrac{AB}{BP}=\dfrac{BP}{AP}$　　C. $\dfrac{BP}{AP}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$　　D. $\dfrac{AP}{AB}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$

3. 在$\triangle ABC$中，点D、E分别在边BA、CA的延长线上（如图），下列四个选项中，能判定$DE//BC$的是(　)



A. $\dfrac{BD}{AB}=\dfrac{CE}{AC}$

B. $\dfrac{AB}{AD}=\dfrac{AE}{AC}$

C. $\dfrac{AB}{AD}=\dfrac{BC}{DE}$

D. $\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{AE}{AD}$

4. 下列说法中，错误的是(　)

A. 长度为1的向量叫做单位向量

B. 如果$k>0$，且$\overrightarrow{a}\neq\overrightarrow{0}$，那么$k\overrightarrow{a}$的方向与$\overrightarrow{a}$的方向相同

C. 如果$\overrightarrow{e}$是一个单位向量，$\overrightarrow{a}$是非零向量，$|\overrightarrow{a}|\overrightarrow{e}=\overrightarrow{a}$

D. 如果$\overrightarrow{a}=\dfrac{5}{2}\overrightarrow{c},\overrightarrow{b}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{c}$，其中$\overrightarrow{c}$是非零向量，那么$\overrightarrow{a}//\overrightarrow{b}$

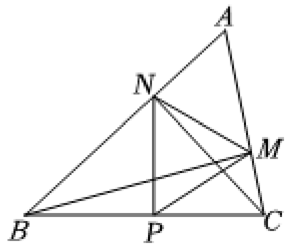
5. 已知一次函数$y_1=kx+m(k\neq0)$和二次函数$y_2=ax^2+bx+c(a\neq0)$部分自变量与对应的函数值如下表

x	……	-1	0	2	4	5	……
y_1	……	0	1	3	5	6	……
y_2	……	0	-1	0	5	9	……

当$y_2>y_1$时，自变量x的取值范围是(　)

A. $-1<x<2$　　B. $4<x<5$　　C. $x<-1$或$x>5$　　D. $x<-1$或$x>4$

6. 如图，在$\triangle ABC$中$\angle A=60^{\circ}$，$BM\perp AC$于点M，$CN\perp AB$于点N，P为BC边的中点，联结PM、PN、MN、以下是甲、乙两位同学得到的研究结果：



(甲)当M为AC中点时，$\triangle ABC$为等边三角形；

(乙)$\triangle PMN$为等边三角形.

对于甲、乙两位同学的结论，下列判断正确的是(　)

A. 甲正确乙错误　　　B. 甲错误乙正确　　C. 甲、乙皆正确　　D. 甲、乙皆错误

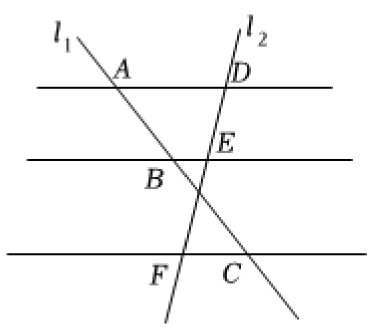
二、填空题：本题共 12 小题，每小题 4 分，共 48 分。

7. 已知线段$a=12cm$，$b=6cm$，如果b是a、c的比例中项，那么线段c等于______cm.

8. 如果两个相似三角形的周长比为 1：2，那么它们的对应中线的比为______.

9. 在锐角$\triangle ABC$中，锐角A的正切值是$\dfrac{3}{4}$，如果将这个三角形三边的长都扩大为原来的 2 倍，那么锐角A的余弦值是______.

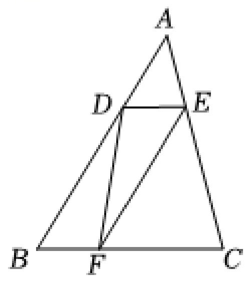
10. 如图，$AD//BE//FC$，它们依次交直线l_1、l_2于点A、B、C和点D、E、F. 如果$AB=2$，$AC=5$，那么$\dfrac{DE}{EF}$的值是______.



11. 已知一斜坡的坡度为 1：$\sqrt{3}$，则斜坡的坡角为______度.

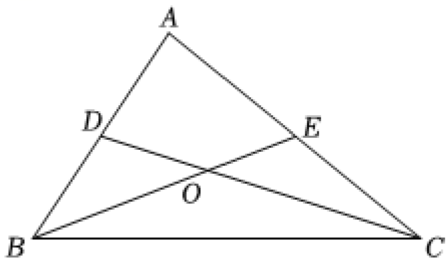
12. 如果抛物线$y=(a+2)x^2-3$在对称轴的左侧，y的值随x的增大而增大，那么a的取值范围是______.

13. 如图，点D、E、F分别在$\triangle ABC$边AB、AC、BC上，且$AD=\dfrac{1}{3}AB, AE=\dfrac{1}{3}AC, BF=\dfrac{1}{3}BC$. 若$\triangle ABC$的面积是$18cm^2$，那么$\triangle DEF$的面积是______$cm^2$.

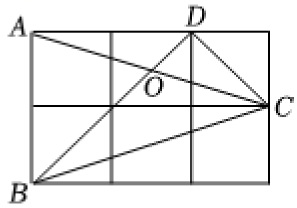


14. 如果抛物线$C_1: y=x^2+1$向右平移一个单位后，顶点落在抛物线$C_2: y=x^2-2ax+4$上，那么a的值等于______.

15. 如图，$\triangle ABC$中，点D、点E分别是AB、AC的中点，BE与CD交于点O. 若$\angle ACO=\angle EBC$，那么CD：BC的值是______.

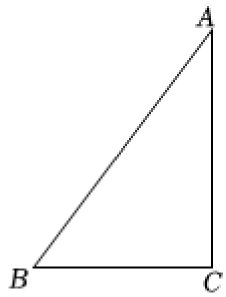


16. 如图，在边长为1的正方形网格中，四边形*ABCD*的顶点都在小正方形顶点的位置上，我们称这样的四边形叫做“格点四边形”.联结*AC*、*BD*相交于点*O*，那么$\triangle AOB$的面积等于______.



17. 梯形*ABCD*中，$AD//BC$，$\angle ABC=45^{\circ}$，$BC=12$，*AC*、*BD*相交于点*O*，$\tan\angle DAC=2$，过点*D*作$DE//AB$，交*AC*于点E.若$\triangle DOE$是直角三角形，那么$AD=$______.

18. 如图，$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle ACB=90^{\circ}$，$AC=8$，$BC=6$.把$\triangle ABC$绕点*B*逆时针旋转（旋转角小于180°）点*A*、*C*的对应点分别是A'、C'，射线CC'与AA'交于点*E*，若$BA'//CC'$，则$C'E=$______.



三、解答题：本题共7小题，共78分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

19.（本小题10分）

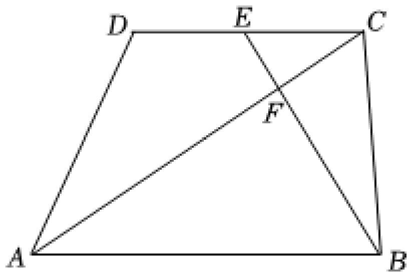
计算：$\sin^2 45^{\circ}+\dfrac{4\cos 60^{\circ}}{\tan 60^{\circ}-1}-\sqrt{3}\cdot\tan 30^{\circ}$.

20.（本小题10分）

如图，在梯形*ABCD*中，$AB//CD$，*E*是*CD*的中点，且$EC=\dfrac{1}{3}AB, AC$与*BE*交于点F.

(1) 若$\overrightarrow{AB}=\vec{m},\overrightarrow{AD}=\vec{n}$，请用$\vec{m},\vec{n}$来表示$\overrightarrow{DC}$、$\overrightarrow{AF}$；

(2) 在原图中直接在图中作出$\overrightarrow{AC}$在$\vec{m},\vec{n}$方向上的分向量（不要求写作法，但要写出所作图中表示结论的向量）.

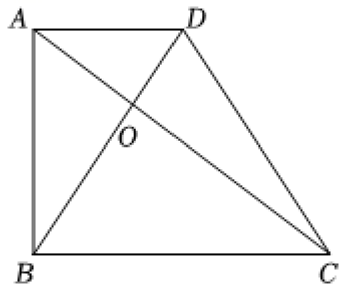


21.（本小题 10 分）

如图，已知在梯形 *ABCD* 中，$AD//BC$，$\angle ABC=90^{\circ}$，$BD=CD$，对角线 *AC*、*BD* 相交于点 *O*，$AD=2$，$AB=3$.

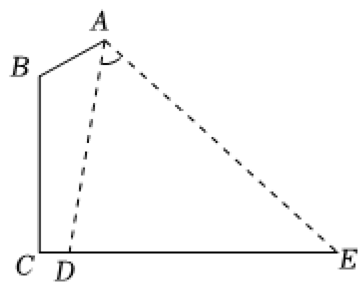
(1) 求 *AO*：*CO* 的值；

(2) 求$\angle ACD$的正切值.



22.（本小题 10 分）

如图是某路灯在铅垂面内的示意图，灯柱 *BC* 的高为 11.2 米，灯柱 *BC* 与灯杆 *AB* 的夹角为 120°，路灯采用锥形灯罩，在地面上的照射区域 *DE* 的长为 14.7 米，从 *D*、*E* 两处测得路灯 *A* 的仰角分别为α和 45°，且$\tan\alpha=6$，求灯杆 *AB* 的长度.

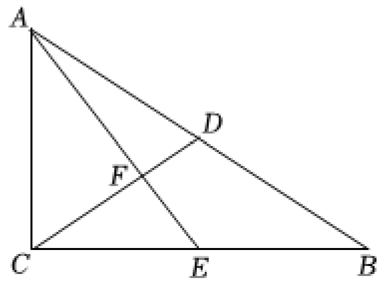


23.（本小题 12 分）

如图，$\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^{\circ}$，*D* 是斜边 *AB* 上的中点，*E* 是边 *BC* 上的点，*AE* 与 *CD* 交于点 *F*，且$AC^2=CE\cdot CB$.

(1) 求证：$AE\perp CD$；

(2) 联结 *BF*，如果点 *E* 是 *BC* 中点，求证：$AE\cdot BF=2BE\cdot CD$.



24.（本小题 12 分）

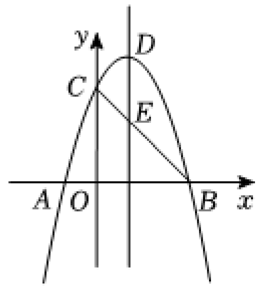
如图，抛物线 $y=-x^2+mx+3(m>0)$ 与 x 轴交于 A、B 两点（A 在 B 左侧），与 y 轴交于点 C. 联结 CB 交对称轴于点 E，点 D 为抛物线的顶点.

(1) 联结 AC、CD，若 $\angle CED=45^\circ$

①求抛物线解析式；

②线段 BC 上一点 F，$\angle ACB=\angle FAB$，联结 FD，求 $\tan\angle FDE$.

(2) 平移抛物线，使新抛物线顶点 D' 在射线 CD 上，新抛物线与 y 轴交于点 C'. 若 $C'D$ 平分 $\angle CDE$，且 $CD'=2CC'$，求新抛物线的解析式.



25.（本小题 14 分）

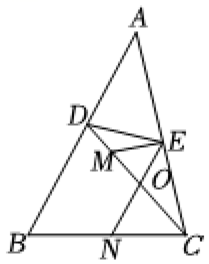
$\triangle ABC$ 中，$BC=12$，D、E 分别在 AB、AC 上，$\angle ACB=\angle ADE$，联结 DC，作 $\angle MEN=\angle DCB$ 交 DC 于 M，交 BC 于 N，EN 交 DC 于 O.

(1) 如图 1，$AB=AC$，$BD=2AD$，$DC=10$.

①求 $\angle DCB$ 的正弦值；

②若 DM：$MO=7$：18，求 DM；

(2) 如图 2，$\angle MEN=\angle ABC=45^\circ, EC=\sqrt{2}DE$，联结 MN，若四边形 $MNCE$ 为梯形，请直接写出 DM 的长.



图

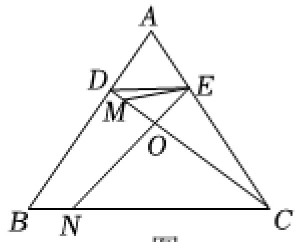


图1

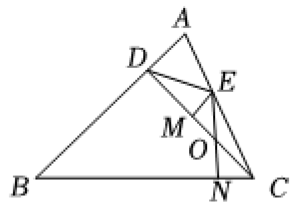


图2

答案和解析

1.【答案】C

【解析】解：在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle C=90^{\circ}$，$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$所对的边分别为a、b、c，

$\therefore \cot B=\frac{a}{b}$，$\sin B=\frac{b}{c}$，$\sin A=\frac{a}{c}$，$\cos A=\frac{b}{c}$，

即$b=\frac{a}{\cot B}$，$b=c\sin B$，$c=\frac{a}{\sin A}$，$b=c\cos A$，

故选：C.

根据锐角三角函数的定义进行判断即可.

本题考查锐角三角函数，理解锐角三角函数的定义是正确解答的关键.

2.【答案】B

【解析】解：$\because$点P是线段AB的黄金分割点，且$AP>PB$，

$\therefore \frac{AP}{AB}=\frac{PB}{AP}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，

$\therefore AP^2=AB\cdot BP$，

故A，C，D都不符合题意；

$\because \frac{AB}{AP}=\frac{AP}{BP}$，

故B符合题意；

故选：B.

根据黄金分割的定义，进行计算逐一判断即可解答.

本题考查了黄金分割，熟练掌握黄金分割的定义是解题的关键.

3.【答案】A

【解析】解：当$\frac{BD}{AB}=\frac{CE}{AC}$时，$DE//BC$，$A$选项正确；

$\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}$时，$DE//BC$，$B$、$C$选项错误；

$\frac{AB}{AC}=\frac{AD}{AE}$时，$DE//BC$，$D$选项错误；

故选：A.

根据平行线分线段成比例定理、平行线的判定定理判断即可.

本题考查的是平行线分线段成比例定理、平行线的判定定理，掌握相关的判定定理是解题的关键.

4.【答案】C

【解析】解：A、长度为 1 的向量叫做单位向量，故本选项不符合题意；

B、当 $k>0$ 且 $\overrightarrow{a}\neq\overrightarrow{0}$ 时，那么 $k\overrightarrow{a}$ 的方向与 $\overrightarrow{a}$ 的方向相同，故本选项不符合题意；

C、如果 $\overrightarrow{e}$ 是一个单位向量，$\overrightarrow{a}$ 是非零向量，$|\overrightarrow{a}|\overrightarrow{e}=\overrightarrow{a}$ 或 $|\overrightarrow{a}|\overrightarrow{e}=-\overrightarrow{a}$，故本选项符合题意；

D、如果 $\overrightarrow{a}=\frac{5}{2}\overrightarrow{c}$，$\overrightarrow{b}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{c}$，其中 $\overrightarrow{c}$ 是非零向量，那么向量 a 与向量 b 共线，即 $\overrightarrow{a}//\overrightarrow{b}$，故本选项不符合题意；

故选：C.

由平面向量的性质来判断选项的正误.

此题考查了平面向量的性质．题目比较简单，注意向量是有方向性的，掌握平面向量的性质是解此题的关键.

5.【答案】D

【解析】解：$\because$ 当 $x=-1$ 时，$y_1=y_2=0$；当 $x=4$ 时，$y_1=y_2=5$；

$\therefore$ 直线与抛物线的交点为 $(-1,0)$ 和 $(4,5)$，

而 $-1<x<4$ 时，$y_1>y_2$，

$\therefore$ 当 $y_2>y_1$ 时，自变量 x 的取值范围是 $x<-1$ 或 $x>4$.

故选：D.

利用表中数据得到直线与抛物线的交点为 $(-1,0)$ 和 $(4,5)$，$-1<x<4$ 时，$y_1>y_2$，从而得到当 $y_2>y_1$ 时，自变量 x 的取值范围.

本题考查了二次函数与不等式：对于二次函数 $y=ax^2+bx+c(a$、b、c 是常数，$a\neq0)$ 与不等式的关系，利用两个函数图象在直角坐标系中的上下位置关系求自变量的取值范围，可作图利用交点直观求解，也可把两个函数解析式列成不等式求解.

6.【答案】C

【解析】解：当 M 为 AC 中点时，

$\because BM\perp AC$ 于点 M，

$\therefore BM$ 垂直平分 AC，

$\therefore AB=BC$，

$\because \angle A=60^\circ$，

$\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形，

故甲正确，符合题意；

$\because \angle A=60^\circ$，$BM\perp AC$ 于点 M，$CN\perp AB$ 于点 N，

$\therefore \angle ABM=\angle ACN=90^{\circ}-60^{\circ}=30^{\circ}$，

在$\triangle ABC$中，$\angle BCN+\angle CBM=180^{\circ}-60^{\circ}-30^{\circ}\times 2=60^{\circ}$，

$\because$点P是BC的中点，$BM\perp AC$，$CN\perp AB$，

$\therefore PM=PN=\dfrac{1}{2}BC=PB=PC$，

$\therefore \angle BPN=2\angle BCN$，$\angle CPM=2\angle CBM$，

$\therefore \angle BPN+\angle CPM=2(\angle BCN+\angle CBM)=2\times 60^{\circ}=120^{\circ}$，

$\therefore \angle MPN=60^{\circ}$，

$\therefore \triangle PMN$是等边三角形，

故乙正确，符合题意；

故选：C.

根据线段垂直平分线的性质求出$AB=BC$，再根据“有一个角是60°的等腰三角形是等边三角形”可判断甲；

先根据直角三角形两锐角互余的性质求出$\angle ABM=\angle ACN=30^{\circ}$，再根据三角形的内角和定理求出$\angle BCN+\angle CBM=60^{\circ}$，然后根据三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和求出$\angle BPN+\angle CPM=120^{\circ}$，从而得到$\angle MPN=60^{\circ}$，又由①得$PM=PN$，根据有一个角是$60^{\circ}$的等腰三角形是等边三角形可判断乙.

本题主要考查了直角三角形斜边的中线等于斜边的一半的性质，等边三角形的判定等知识，仔细分析图形并熟练掌握性质是解题的关键.

7.【答案】3

【解析】解：线段$a=12cm$，$b=6cm$，线段c是a、b的比例中项，

$\therefore \dfrac{a}{c}=\dfrac{c}{b}$，

$\therefore b^2=ac=12c=36$，

$\therefore c=3cm$.

故答案为：3.

根据比例中项的定义，列出比例式即可求解.

此题考查了比例线段；理解比例中项的概念，这里注意线段不能是负数.

8.【答案】1：2

【解析】解：$\because$两个相似三角形的周长比为1：2，

$\therefore$两个相似三角形的相似比为1：2，

$\therefore$对应中线的比为 1：2，

故答案为：1：2.

根据相似三角形的周长比等于相似比可求得其相似比，再根据对应中线的比等于相似比可得到答案.

本题主要考查相似三角形的性质，掌握相似三角形的周长比、对应中线比等于相似比是解题的关键.

9.【答案】$\frac{4}{5}$

【解析】解：$\because$将这个三角形三边的长都扩大为原来的 2 倍，

$\therefore$变化后的三角形与原来的三角形相似，

$\therefore$变化前后的$\angle A$是相等的，

设锐角 A 所对的直角边为 $3a$，邻边为 $4a$，

则锐角 A 所在直角三角形的斜边为 $\sqrt{(3a)^2+(4a)^2}=5a$，

$\therefore$锐角 A 的余弦值是 $\frac{4a}{5a}=\frac{4}{5}$，

故答案为：$\frac{4}{5}$.

根据题意可知，变化前后的三角形相似，然后可以得到$\angle A$的度数不变，从可以求得锐角 A 的余弦值.

本题考查相似三角形的判定和性质、解直角三角形，解答本题的关键是明确变化前后$\angle A$的大小不变.

10.【答案】$\frac{2}{3}$

【解析】解：$\because AB=2$，$AC=5$，

$\therefore BC=AC-AB=5-2=3$，

$\because AD//BE//FC$，

$\therefore \frac{DE}{EF}=\frac{AB}{BC}=\frac{2}{3}$，

故答案为：$\frac{2}{3}$.

根据平行线分线段成比例定理列出比例式，把已知数据代入计算得到答案.

本题考查的是平行线分线段成比例定理，灵活运用平行线分线段成比例定理、找准对应关系是解题的关键.

11.【答案】30

【解析】解：设坡角为α，由题意知：$\tan\alpha=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore \angle\alpha=30°$.

即斜坡的坡角为$30°$.

坡度=坡角的正切值，以此求出坡角的度数.

此题考查的是坡度和坡角的关系，坡角的正切等于坡度，坡角越大，坡度也越大，坡面越陡.

12.【答案】$a<-2$

【解析】解：$\because$在抛物线的对称轴的左侧，y的值随x的增大而增大，

$\therefore$抛物线对称轴左侧的图象呈上升趋势，

$\therefore$抛物线的开口向下，

$\therefore a+2<0$，

$\therefore a<-2$，

故答案为：$a<-2$.

由抛物线开口向下时，对称轴左侧y的值随x的增大而增大，可得$a+2<0$，进而求解得到结果.

本题考查二次函数图象与系数的关系，解题关键是掌握二次函数的性质.

13.【答案】4

【解析】解：$\because AD=\frac{1}{3}AB$，$AE=\frac{1}{3}AC$，

$\therefore DE//BC$，

$\therefore \triangle ADE\backsim\triangle ABC$，

$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=(\frac{AD}{AB})^2=\frac{1}{9}$，

$\because \triangle ABC$的面积是$18cm^2$，

$\therefore S_{\triangle ADE}=2$，

同理，$S_{\triangle CEF}=\frac{4}{9}S_{\triangle ABC}=8cm^2$，

$\because AD=\frac{1}{3}AB$，

$\therefore BD=2AD$，

$\because DE//BC$，

$\therefore S_{\triangle BDF}=2S_{\triangle ADE}=4cm^2$，

$\therefore \triangle DEF$的面积$=S_{\triangle ABC}-S_{\triangle ADE}-S_{\triangle CEF}-S_{\triangle BDF}=18-2-8-4=4(cm^2)$，

故答案为：4.

根据平行线分线段成比例定理逆定理求出$DE//BC$，则$\triangle ADE\backsim\triangle ABC$，根据相似三角形的性质求出$S_{\triangle ADE}=2$，同理求出$S_{\triangle CEF}=8cm^2$，根据等高的三角形面积比等于对应底的比求出

$S_{\triangle BDF}=2S_{\triangle ADE}=4cm^2$，再根据$\triangle DEF$的面积$=S_{\triangle ABC}-S_{\triangle ADE}-S_{\triangle CEF}-S_{\triangle BDF}$求解即可．

此题考查了三角形面积、相似三角形的判定与性质，熟记相似三角形的判定与性质是解题的关键．

14.【答案】2

【解析】解：由题意，$\because$抛物线C_1：$y=x^2+1$向右平移一个单位，

$\therefore$新抛物线为$y=(x-1)^2+1$.

$\therefore$其顶点为$(1,1)$.

又新抛物线的顶点落在抛物线$C_2:y=x^2-2ax+4$上，

$\therefore 1-2a+4=1$.

$\therefore a=2$.

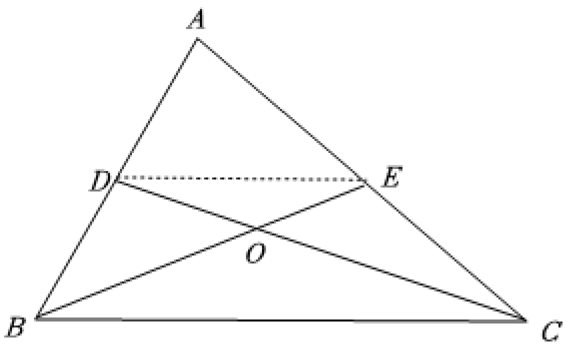
故答案为：2.

依据题意，由抛物线C_1：$y=x^2+1$向右平移一个单位可得，新抛物线为$y=(x-1)^2+1$，进而顶点为$(1,1)$，再代入到抛物线$C_2:y=x^2-2ax+4$的解析式上，进而计算可以得解．

本题主要考查了二次函数图象与几何变换、二次函数的性质、二次函数图象上点的坐标特征，解题时要熟练掌握并能将求出平移后抛物线的顶点是关键．

15.【答案】$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

【解析】解：如图所示，连接DE，



$\because$点D、点E分别是AB、AC的中点，

$\therefore DE$为$\triangle ABC$的中位线，

$\therefore DE//BC$，$DE=\dfrac{1}{2}BC$，

$\therefore \triangle DOE\backsim\triangle COB$.

$\therefore \dfrac{DO}{OC}=\dfrac{DE}{BC}=\dfrac{1}{2}$.

设 $DO=k$，则 $OC=2k$， $CD=3k$，

$\because DE//BC$， $\therefore\angle EBC=\angle DEB$，

又 $\because\angle ACO=\angle EBC$，

$\therefore\angle DEB=\angle ACO$，

又 $\because\angle EDO=\angle CDE$，

$\therefore\triangle DEO\backsim\triangle DCE$.

$\therefore\dfrac{DE}{DC}=\dfrac{DO}{DE}$，

$\therefore DE^2=DC\cdot DO$，

即 $DE^2=3k\times k=3k^2$，

$\therefore DE=\sqrt{3}k$，

$\therefore BC=2\sqrt{3}k$，

$\therefore\dfrac{CD}{BC}=\dfrac{3k}{2\sqrt{3}k}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

故答案为： $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

连接 DE，可得 DE 为 $\triangle ABC$ 的中位线，从而 $DE=\dfrac{1}{2}BC$，再证明 $\triangle DOE\backsim\triangle COB$，

$\therefore\dfrac{DO}{OC}=\dfrac{DE}{BC}=\dfrac{1}{2}$. 设 $DO=k$，则 $OC=2k$， $CD=3k$，证明 $\triangle DEO\backsim\triangle DCE$，

$\therefore DE^2=DC\cdot DO$，即 $DE^2=3k\times k=3k^2$， $\therefore DE=\sqrt{3}k$， $\therefore BC=2\sqrt{3}k$，从而可得结果.

本题考查了三角形中位线性质，相似三角形的判定与性质，熟练掌握以上内容是解题的关键.

16.【答案】 $\dfrac{3}{2}$

【解析】解：如图所示，取格点 E，连接 CE，

可得 $CE//AD$， $CE=AD$，

$\therefore\triangle ADO\backsim\triangle CEO$，

$\therefore\dfrac{AD}{EC}=\dfrac{AO}{CO}=1$

则 $AO=CO$，故 BO 为 $\triangle ABC$ 的中线，

由中线性质可得：

$S_{\triangle ABO}=\dfrac{1}{2}S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times 2\times 3=\dfrac{3}{2}$.

故答案为： $\dfrac{3}{2}$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/426025225031011002