

## 摘要

随着科学技术的不断发展进步，数学与各个学科领域之间的联系愈加紧密，而数学建模就是连接数学与实际生活的重要桥梁，是实现“数学化”的必要手段，数学建模被作为六大核心素养之一在普通高中数学课程标准（2017版）中被提出，数学建模逐步进入中小学课堂是现代教育的必然趋势和选择，但目前在实际教学中，教师难以在时间紧任务重的教学背景下开展建模活动，学生亦是无法领悟到建模思想，因此，将建模思想融入到高中数学课堂教学中，使建模思想渗透入日常教学，潜移默化地提高学生的建模素养是十分重要的。

本研究主要采用文献分析法、问卷调查法以及访谈法。首先对数学建模研究背景及国内外研究现状展开阐述，通过对文献的阅读、理解，对相关概念进行了界定，并对研究的理论基础进行了阐述。通过调查问卷以及对一线教师进行访谈，分析高中数学建模教学现状，通过调查结果分析得出，高中生建模素养不高，课堂中涉及数学建模内容较少，教师缺乏建模教学相关理论指导和专业性。本研究结合调查结果，有针对性地提出了数学课堂教学中融入建模思想的教学策略：以现实情境为载体进行教学；注重变式、能力迁移训练；“问题解决”导向式教学；构建知识结构体系；强化数学阅读理解能力；加强过程性评价；以及学习策略：知识内化，形成体系；灵活应用，深度加工数学知识；学会类比联想。并从函数和数列两个板块入手，分别进行教学案例设计举例说明，希望对准教师和一线教师提供参考。

**关键词：**数学课堂教学；数学建模思想；教学策略；学习策略

## 目 录

摘 要 .....	I
Abstract .....	II
<b>第1章 绪论</b> .....	1
1.1 研究背景 .....	1
1.2 研究意义 .....	1
1.2.1 社会意义 .....	1
1.2.2 育人意义 .....	1
1.2.3 学科意义 .....	1
1.2.4 实践意义 .....	2
1.3 研究思路与方法 .....	2
1.3.1 研究思路 .....	2
1.3.2 研究方法 .....	3
<b>第2章 文献综述与核心概念界定</b> .....	4
2.1 研究现状 .....	4
2.1.1 国外研究现状 .....	4
2.1.2 国内研究现状 .....	6
2.2 核心概念 .....	11
2.2.1 数学建模 .....	11
2.2.2 建模思想 .....	11
2.2.3 建模过程 .....	11
2.2.4 数学建模素养的水平划分 .....	11
2.3 理论基础 .....	11
2.3.1 弗赖登塔尔数学化理论 .....	11
2.3.2 建构主义学习理论 .....	12
<b>第3章 高中数学建模教学现状调查</b> .....	13
3.1 学生问卷调查分析 .....	13
3.1.1 调查目的及对象 .....	13

3.1.2	调查问卷设计 .....	13
3.1.3	调查结果分析 .....	14
3.1.4	调查结论 .....	20
3.2	教师访谈分析 .....	20
3.2.1	访谈目的及对象 .....	20
3.2.2	访谈问题设计 .....	20
3.2.3	访谈结果分析 .....	21
3.2.4	访谈结论 .....	23
<b>第4章</b>	<b>数学教学中融入建模思想的策略 .....</b>	<b>24</b>
4.1	教学中融入建模思想的教学策略 .....	24
4.2	教学中融入建模思想的学习策略 .....	27
<b>第5章</b>	<b>数学教学中融入建模思想的案例设计 .....</b>	<b>29</b>
5.1	建模思想融入函数教学中的案例设计 .....	29
5.2	建模思想融入数列教学中的案例设计 .....	33
<b>第6章</b>	<b>一线教师关于两个教学设计的评价及建议 .....</b>	<b>38</b>
6.1	杨仕龙老师关于两个教学设计的评价及建议 .....	38
6.2	李鸿老师关于两个教学设计的评价及建议 .....	38
6.3	周琪老师关于两个教学设计的评价及建议 .....	39
<b>第7章</b>	<b>研究结论与不足 .....</b>	<b>40</b>
7.1	研究结论 .....	40
7.2	研究不足 .....	40
	参考文献 .....	42
	附录A 高中生数学建模能力调查问卷 .....	44
	附录B 教师访谈问卷 .....	46
	致 谢 .....	i
	关于学位论文原创性/使用授权的声明 .....	ii
	在学期间的科研情况 .....	iii
	在学期间的实践情况 .....	iv

## Abstract

With the continuous development of science and technology, the connection between mathematics and other subjects have become increasingly close. And mathematical modeling is vital and indispensable to connect mathematics with daily life and to achieve Mathematicization. As one of the six core capabilities raised by General High School Mathematics Curriculum Standards 2017, It is inevitable for modern education that mathematical modeling will gradually come into primary and secondary school. Yet it is difficult for teachers to put modeling into effect under the Short-Time-Heavy-Task circumstance, and students are not able to understand modeling thought, either. Due to the situation above, it is important to apply modeling thought into daily teaching, through this way, modeling thought will infiltrate into it and students' capabilities of modeling will be improved gradually.

Methods of documentation analysis, questionnaire and interviewing are employed in this paper. First of all, the previous and current situation of mathematical modeling research at home and abroad are elaborated. After reading literature and make conclusion from it, relevant concepts are defined and the theoretical basis of this research is elaborated. Through questionnaires and interviews with front-line teachers, it shows that the current situation of mathematical modeling teaching in high school is not as expected. The capability of modeling among high school students is not sufficient, and there is little part in class that involve mathematical modeling. At the meantime, teachers lack theoretical and professional training to guide when it comes to modeling. After combining the findings of several surveys, this research proposed some strategies to apply modeling thought into daily teaching: teaching under living circumstance, focusing on variation and training on ability transferring, Problem-Solving oriented teaching strategy, emphasis on building a knowledge structure system, strengthening mathematical reading and comprehension skills, strengthening process evaluation. This research also come up with some learning strategies: forming a knowledge system, comprehending mathematics well enough to apply it flexibly, learning how to extend and make analogies. At last, this research illustrate some teaching designs in Function and Progression to make the conclusion more clear. May the research can do some help to Teachers-To-Be and Teachers-Already-Are.

**Key words:** Mathematics Classroom Teaching; Mathematical Modeling Thought; Teaching Strategies; Learning Strategies

## 第1章 绪论

### 1.1 研究背景

数学建模作为六大数学核心素养之一，其对于学生的发展的重要性显而易见，但现阶段数学建模思想在高中数学教学中的渗透、应用不深刻、不全面，教师难以在时间紧任务重的教学背景下很好的将数学建模思想融入高中的课堂教学之中，使学生真正地领悟建模思想。很多学者已经针对数学建模进行了研究，但多数是着眼于研究学生的建模能力现状以及建模能力的评价标准，对于建模学习的教学策略研究也大多都从建模板块的系统性学习入手。故本研究将着眼于在时间紧任务重的高中数学教学过程中融入数学建模思想的策略研究，目的在于使建模思想渗透入日常的教学，潜移默化地提高学生的建模素养。

### 1.2 研究意义

#### 1.2.1 社会意义

随着科学技术的不断发展进步，数学不仅与天文、物理、生物等各个学科之间的联系越来越紧密，也与现代工程技术、医学、交通运输等各个生活领域之间的联系愈加紧密<sup>[1]</sup>。而数学建模是串联数学理论与实际生活的纽带，是实现“数学化”的必要手段。因此，数学建模逐步进入中小学课堂是现代教育的必然趋势和选择，具有重要的社会意义。

#### 1.2.2 育人意义

掌握数学建模的思想与方法，不仅是要求学生能解决问题，同时也要求学生能够从现实生活中的实际问题中能够概括得到数学问题，并能够建立模型，解决问题，从数学问题返回到现实生活中解决实际问题。在数学建模的学习过程中，一方面能够使学生充分体会数学与实际生活密切相关，使学生对数学学习产生更浓厚的兴趣；另一方面，能够提高学生发现问题、分析问题以及解决问题的能力<sup>[2]</sup>。

#### 1.2.3 学科意义

数学建模作为数学六大核心素养之一，在《普通高中数学课程标准》（2017年版）（后文统一称为《课标（2017版）》）中被提出，其学科价值不容小觑，《课标（2017版）》中不仅在高中课程的结构安排中加入了数学建模板块，同时给出了要达到10个课时及以上的教学要求，并给出了数学建模素养水平的评定标准<sup>[3]</sup>。数学建模同时也是将数学与其他学科建立联系的重要途径以及解决跨学科问题的重要手段，由此可以看出，现代教育对数学建模的重视以及在中学课堂中融入数学建模思想的重要性。

### 1.2.4 实践意义

本研究在高中数学教学中融入建模思想，让学生对建模思想耳濡目染，旨在使学生的数学建模能力和数学应用意识在日常教学中得到潜移默化地加强，提出将建模思想融入课堂教学的策略有助于教师落实建模教学，并进行了对应策略的教学案例设计，希望对准教师和一线教师提供参考。

## 1.3 研究思路与方法

### 1.3.1 研究思路

本研究分为三个阶段。

第一阶段：提出问题。通过查阅资料和阅读相关文献研究，进行文献综述，提出本文将要研究的问题。

第二阶段：数据收集与现状分析。首先，根据相关数学建模素养水平的划分标准进行问卷设计和访谈问题设计，在进行正式调查之前先进行试测，根据试测结果对问卷进行修改调整；接着发放问卷以及进行访谈，对问卷结果和访谈结果进行记录汇总；最后对结果进行分析和总结，得出现阶段高中生数学建模水平、高中数学建模思想融入教学的实际情况与难点。

第三阶段：提出策略与案例。根据问卷和访谈结果得出的数学建模思想融入教学的实际情况与难点，提出相对应的学习策略与教学策略，并从函数和数列两个板块入手，分别进行教学案例设计举例说明。研究思路如图1-1所示。

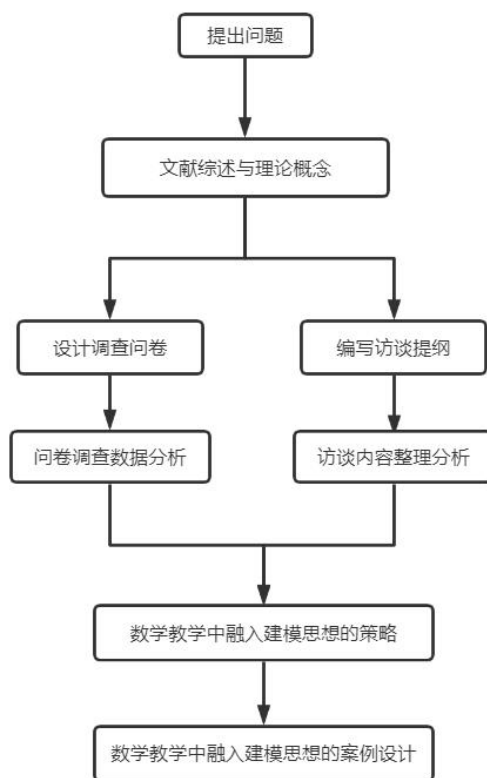


图1-1 研究思路框架流程图

### 1.3.2 研究方法

本研究主要采用文献分析法、问卷调查法以及访谈法。

(1) 文献分析法：通过知网、万方、维普平台以及图书馆等途径收集阅读数学建模以及教学策略相关文献，了解中学数学建模教学已有的研究成果，为本研究提供理论基础。

(2) 问卷调查法：针对实习学校的部分学生设计调查问卷，通过问卷调查结果分析了解当前数学建模思想融入教学的实际情况。从学生的“学”的角度了解现阶段学生对数学建模思想的掌握程度。

(3) 访谈法：采用半结构式访谈法，半结构式访谈法的提问方式以及问题都比较灵活，有利于加深对问题的研究，用以处理访谈提纲中未考虑到的情况。本研究的访谈目的在于了解一线教师在实际教学中将建模思想融入教学时遇到的问题、现有处理方法以及教学建议。

## 第2章 文献综述与核心概念界定

### 2.1 研究现状

六大核心素养自提出以来，许多学者就对其展开了研究，数学建模作为关注数学应用以及解决问题的核心素养，也成为了学者们关注的重点。笔者在收集并阅读了部分数学建模相关文献之后，对国内外关于数学建模的研究现状作了梳理。

#### 2.1.1 国外研究现状

国外研究现状主要从以下几个方面进行梳理：

##### (1) 数学模型

艾略特（Elliott）认为数学模型是在的特定认知对象的属性与数量间相互关系的基础上，用特定的数学语言，进行简单描述的数学结构<sup>[4]</sup>。

##### (2) 数学建模

格雷弗拉斯（Greefrath）提出数学建模就是从生活情境中的现实问题出发建立数学模型，并顺利解决现实问题的过程，他认为数学建模是一个过程性活动<sup>[5]</sup>。

布鲁姆（Blum）提出，数学模型由数学中的一些子集及其关系，与生活中实际情境所组成的，数学中的一些对象和关系可以与生活中实际情境相联系起来，而数学建模的背景是现实生活情境，建模要从现实出发，反映到数学领域，这就是数学建模<sup>[6]</sup>。

尼斯（Niss）认为对实际问题进行分析思考、理解概括得到数学问题，经过分析思考，建立数学模型，并求解得到答案，最后检验数学模型合理性的过程就是数学建模<sup>[7]</sup>。

##### (3) 建模过程

截止目前，国内外对于建模过程的研究都比较深入，而国外学者较早的提出了四阶段循环的建模过程理论，如图2-1所示：首先要理解并分析现实问题，运用数学语言将实际问题数学化，然后建立相应的数学模型，求解数学模型，最后用结果检验实际问题的答案并解答实际问题<sup>[8]</sup>。

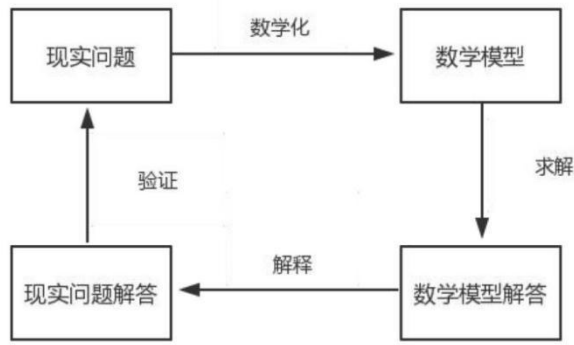


图2-1 四阶段循环建模过程

布鲁姆 (Blum) 认为，在实际问题和数学模型之间应当补充一个“现实模型”阶段，将现实情境进行简化并假设，找到关键信息以及对象间的关系将有利于建立数学模型，因此，他提出了五阶段循环的建模过程模型<sup>[9]</sup>，如图2-2所示。

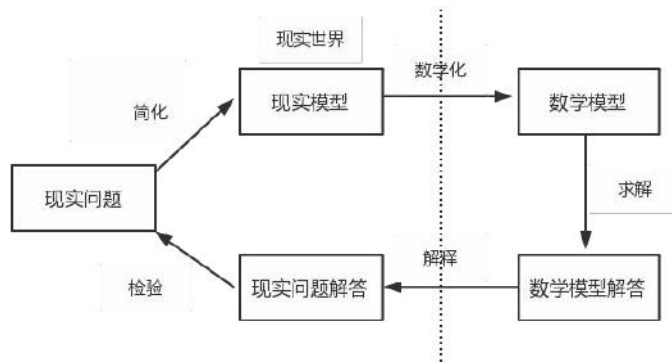


图2-2 五阶段循环建模过程

而五阶段循环建模中，人们对实际情境的认识是主观的，但实际情境却是客观存在的，于是布鲁姆 (Blum) 在五阶段建模循环的基础上，进一步地提出了加入“情境模型”，即不同的人对于相同的现实情境产生的不同的理解，在不同的理解下建立出不同的模型，这就是情境模型，在此基础上布鲁姆 (Blum) 进一步提出了七阶段循环建模过程模型<sup>[10]</sup>，如图2-3所示。七阶段循环建模包括6个状态7个环节。6个状态包括现实问题、情境模型、现实模型、数学模型、数学结果以及实际结论；7个环节涉及领会现实情境、获取现实模型、现实模型数学化、解决数学模型、阐述说明并转换获得现实解答、验证结果以及反馈到现实问题中<sup>[10]</sup>。

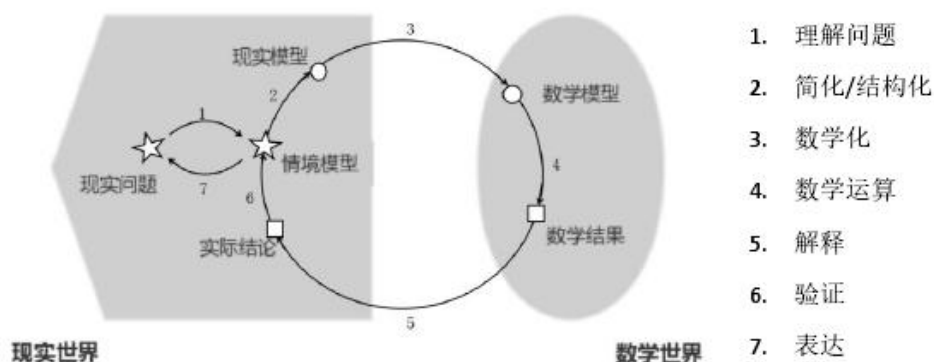


图2-3 七阶段循环建模过程

#### (4) 数学建模能力水平划分

亨宁 (Henning) 和基恩 (Keune) 将数学建模能力水平分成了三个不同的等级, 水平1为了解数学建模, 了解数学建模的完整过程以及建模过程中需要注意的关键点; 水平2为能够理解现实情境, 从具体实际问题出发获取有效信息, 将具体问题转换成用利用数学语言规范表述的数学问题, 并建立对应的数学模型; 水平3为反思数学建模过程, 不断完善数学模型<sup>[11]</sup>。

路德维希 (Ludwig) 和徐斌艳对德国和中国学生的数学建模能力水平分别展开了调查, 并将数学建模能力水平区分为六个水平, 依次为: 水平0的学生没有任何建模能力, 无法清晰地领会生活情境中的具体问题; 水平1的学生能够理解现实情境中的问题但无法进行数学化; 水平2的学生可以将现实问题进行数学化, 但数学化后的数学问题与现实问题一致性不高; 水平3的学生能够对数学化后的问题建立数学模型, 但无法求解; 水平4的学生能够求解数学模型, 但往往会忽略检验; 水平5的学生能够在获得模型解答后进行检验反思, 甚至对模型进行评价<sup>[12]</sup>。

#### 2.1.2 国内研究现状

国内研究现状主要从以下几个方面进行梳理:

##### (1) 数学模型

于欢认为数学中的概念公式、数学表达式、定理法则等都可以称作数学模型<sup>[13]</sup>。叶其孝认为数学模型可以解释成用来刻画一种现象特征的数学结构。<sup>[14]</sup>

李明振认为数学模型是为达到一定的目的, 用数学语言将事物现象特性加以概述的一种数学结构, 同时, 李明振也认为数学中的定理, 公式概念包括所有的运算体系都是数学模型<sup>[15]</sup>。

曹一鸣认为数学模型就是一种模式, 与具体的模型不同, 它包括数学中的所有命题、方法以及概念<sup>[16]</sup>。徐利治认为数学模型的本质是数学结构, 是利用数学语言解释事物间的属性和关系的一种数学结构<sup>[17]</sup>。

综上,相关研究中有学者认为用于表现事物特性的数学结构就是数学模型,这是广义上的理解;而有学者认为数学中的所有公式定理以及概念等都能够称为数学模型,这是狭义上的理解。

### (2) 数学建模

于欢认为数学建模是一个解决实际问题的过程,具体表现为将现实问题转换为数学问题,通过创建数学模型、求解并验证数学模型,最后回到现实问题解决实际问题的过程<sup>[13]</sup>。叶其孝认为数学建模是一个数学过程<sup>[14]</sup>。

周春荔认为,数学建模指的是从现实问题中抽象和归纳出数学问题,建立数学模型的过程<sup>[18]</sup>。李明振认为,数学建模就是从实际问题出发,对从中归纳出的数学问题进行计算和求解的过程<sup>[15]</sup>。

刘来福认为数学建模是一种过程,即建立数学模型的过程<sup>[19]</sup>。邵光华提出数学建模是针对实际问题建立模型的操作程序,并且在建立数学模型的过程中,能够发现实际问题的特征以及本质<sup>[20]</sup>。

李大潜认为数学建模的重点在于体验数学模型的建立过程与方法,是一个动态的过程<sup>[21]</sup>。王海龙提出,数学建模指的就是建立数学模型,面对生活中的具体问题时,借助假定、建立模型、求解模型、应用测试来解决问题的整个过程理解为数学建模<sup>[22]</sup>。

陈昌平提出,数学建模是抓住事物本质,利用数学语言将事物本质及对象间的关系特征抽象概括表达出的一种数学结构<sup>[23]</sup>。郝晶杰认为数学建模是探索现实问题的处理与建构数学模型的过程,是对现实问题进行抽象归纳、用简洁的数学语言表述,然后建立数学模型,求解和验证数学模型,最后返回实际问题的过程<sup>[24]</sup>。

王亚辉提出数学建模作为问题解决最有效的方法之一,包括六个阶段:模型预备、假设制定、模型构建、模型求解、解析和测试<sup>[25]</sup>。姜启源认为数学建模就是建立数学模型<sup>[26]</sup>。

综上,相关研究中学者们都提出了关于数学建模概念的见解,有学者认为,数学建模就是把一个现实问题抽象为一个数学问题,并进行数学建模来解决问题,并最后用以解决实际问题的数学过程;也有学者认为数学建模就是建立数学模型。

### (3) 建模过程

梁贯成等人认为数学建模的过程是不断重复进行的,建模过程中一些环节可能会根据情况重复进行,一些环节可能同时展开<sup>[27]</sup>,如图2-4所示。

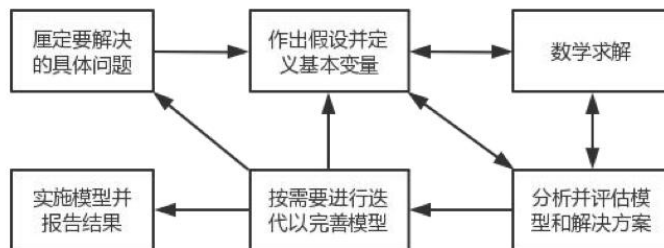


图2-4 建模过程（梁贯成等人）

《课标（2017年版）》中也给出了建模的流程图。从实际情境中抽象出数学问题，建立模型，进行求解，检验计算求得的模型结果，若结果不符合实际，则要返回模型建立这一环节进行修改调整，直至计算结果符合实际<sup>[28]</sup>。建模流程图如图2-5所示。

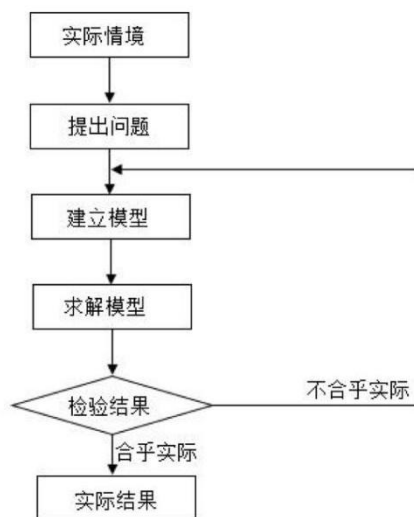


图2-5 建模过程（《课标(2017年版)》）

叶其孝认为建模过程就是解决实际问题的过程，并给出了建模过程流程图<sup>[29]</sup>，如图2-6所示。

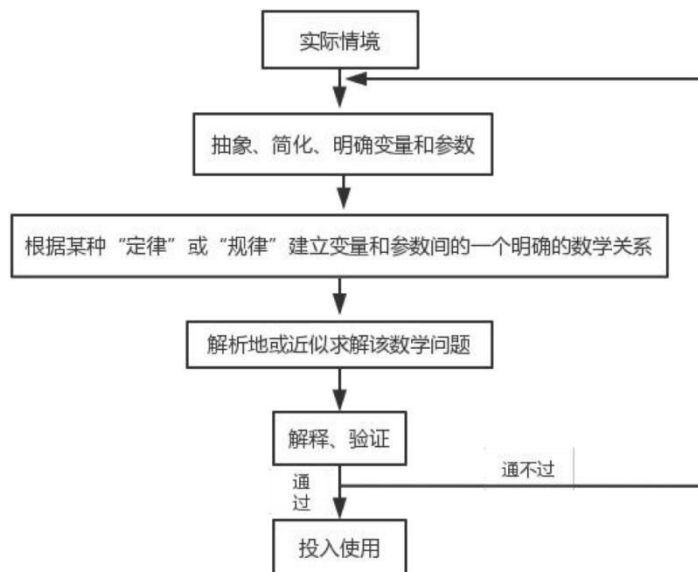


图2-6 建模过程（叶其孝）

#### （4）数学建模素养水平的划分

《课标（2017版）》中数学建模素养水平根据情境与问题、知识与技能、思维与表达、沟通与反思四个维度分为三个层次，并分别说明了不同维度的每一水平的要求<sup>[28]</sup>。

喻平将对核心素养的评价分为以定性评价、过程性评价为主的必备品格评价和以定量评价、终结性评价为主的关键能力评价，并给出了数学建模能力划分的三种层次，分别为对知识的理解、对知识进行迁移以及对知识展开创新，提出了这三种层次对应的要求<sup>[30]</sup>。

钱月凤结合德国的《高中数学教育标准》(2012年版)和我国的《课标(2017版)》，从国际视角出发，分析介绍了两国的数学建模能力水平的划分<sup>[31]</sup>。

综上，相关的研究从不同的维度给出了数学建模素养水平的不同划分，并给出了对应水平的特点和要求。

#### （5）数学建模教学策略

史宁中认为要培养学生的数学建模能力，关键在于要基于现实情境，建立适当的数学模型，让学生充分体验发觉问题、明确指出问题、剖析问题、解决问题的建模全过程<sup>[32]</sup>。

张思明在《中学数学建模教学的实践与探索》中指出在进行数学建模教学过程的设计时，要强调以下三个原则：注意要发展学生各个方面的数学能力；强调使用计算工具；调动学生的积极性，并给出建议在设计建模相关活动的过程中，切记要遵循学生的实际发展水平，结合现行教材的内容设计，循序渐进，同时注意实际应用中的“活动性”，同时，给出了三种不同的数学建模在中学课堂中展开的形式，

包括在常规课堂教学中的一些环节中增加建模内容、数学应用与数学建模专题拓展活动和数学建模课程<sup>[33]</sup>。

何远奎指出中学数学建模教学要遵循循序渐进原则，由浅入深，由简到繁，使学生逐步适应；适度性原则，适度适量地进行建模教学，合理调控；适应性原则，题目选取要符合学生的认知发展水平，适应学生的发展以及因材施教原则，尊重学生个性，展开针对性教学，并提出在进行中学数学建模教学的实践时要以教材为基准渗透建模思想、在课堂教学过程中充分融入建模思想以及加强数学建模在其他学科中的应用<sup>[34]</sup>。

肖慧指出要将数学建模思想融入中学数学教学里，目的在于提高学生的建模能力水平，要以实验为基础、以学生为中心、以问题为主线来组织教学，同时提出教师可以利用现行教材给学生介绍典型或常用的数学模型<sup>[35]</sup>。

闵祝伟提出教师要应用建模思想进行教学设计，并提出了设立问题情境引起学生解决问题的好胜心，进而引发学生对建模产生兴趣，强化理论假定建立数学模型，将具体的实际问题投射到模型之中并加以解答，重视以应用意识推动模型拓展的教学策略<sup>[36]</sup>。郑大鹏从设立情境、设想问题、结合客观实事、显化教育、成立学习小组、阅读思考建模实例以及深入反思七个层面对高中课堂教学中的数学建模教学策略展开了讨论<sup>[37]</sup>。

王院指出在数学建模教学中常常受到阻碍，包括数学建模的内容编写在高中教材中比较分散，不利于学生进行综合应用；学生洞察力的欠缺以及教师过于关注学生解题结果的教育理念偏差。同时提出了五个数学建模教学的可行渠道：教师应增强建模观念，连系现有教材灌输建模思想，结合多学科进行跨学科教学，注重专题探究同时强调案例教学<sup>[38]</sup>。

陈蓓提出教师进行建模教学时不宜急于求成，应选择循序渐进的原则，由简入繁，考虑先着手于难度较低的建模题，让学生体验解决问题的快感，再逐步加大题目难度，让学生深刻体会建模思想，同时让学生采用小组合作探究的方式进行数学建模，并在过程中及时给予教学反馈，使学生建模能力不断提高<sup>[39]</sup>。

但琦、朱德全与宋宝和三人提出过于简单或过于复杂的问题会导致学生对建模学习的积极性减退，因此教师应充分考虑学生的最近发展区，在学生现有的知识基础上实施建模教学，才能有效的提高学生的建模能力<sup>[40]</sup>。

李明振提出教师可以通过样例教学让学生感受建模全过程，再给学生提供丰富的变式题目，让其感受数学建模的灵活性和多样性，同时，在建模教学过程中，要有师生交流，小组合作探究的环节，使学生的思路在交流的过程中更加灵活多变<sup>[41]</sup>。

综上，相关研究已经提出了在数学教学中融入数学建模思想的概念，并且一些学者提出了结合现行教材、创设情境、案例研读等宏观教学策略。学者们所提出的数学建模教学策略主要有以下四个方面：一是要考虑学生的最近发展区，增强学生

对于数学建模的学习积极性；二是对于建模题目的选择，难度不宜过难也不宜过于简单；三是要采用合作学习的模式进行数学建模学习，在交流中促进思维发散；四是要选取具有灵活性的变式题目。

## 2.2 核心概念

### 2.2.1 数学建模

数学建模是将生活中的实际问题归纳概括为数学问题，构建数学模型，求出模型解答并对解答进行验证，最后返回现实情境解决实际问题的完整数学过程。数学建模是解决问题的一种手段。

### 2.2.2 建模思想

建模思想是引导学生在解决实际问题时，采用从实际问题中获取数学信息，抽象出数学模型，并解决问题的思想方法。高中的数学概念、定理、公式等都可以理解为数学模型，而这些模型建立的过程就蕴涵着数学建模的思想。数学建模思想融入到教学当中有利于培养学生自主探究能力和创新能力，获得基本知识和技能的同时，也促进学生思维能力的发展，知识背景和应用的引入更有利于学生构建知识体系，能让学生体会数学的应用价值。

### 2.2.3 建模过程

建模过程及解决实际问题的过程，分为五个阶段，第一阶段为从现实生活情境中发现并提出问题；第二阶段是将生活情境中的真实问题数学化，将真实问题转换为数学问题；第三阶段为理解剖析问题，构建相应的数学模型；第四阶段为计算数学模型，得到数学模型的解答；第五阶段为用数学模型的求解来说明现实问题，验证结论，解决现实问题。

### 2.2.4 数学建模素养的水平划分

本研究采用《课标（2017版）》中对数学建模素养水平划分的标准，将数学建模素养水平划分为三个水平：水平一要求学生了解数学建模过程，能够在熟知的情境中回顾已习得的建模经验，并模拟过程进行简单的建模操作以达到解决问题的目的；水平二要求学生能够在熟悉的情境中察觉问题、洞悉关键词、提取信息，并抽象概括问题，通过数学建模解决问题；水平三要求学生能够在情境中洞察数学关系，提炼出数学问题，创造性地建立数学模型解决问题。

## 2.3 理论基础

### 2.3.1 弗赖登塔尔数学化理论

数学现实与数学化理论由弗莱登塔尔提出，他认为，数学与现实世界息息相关，现实世界是学生认识数学的根源，学生需要在现实情境中认识数学。弗莱登塔尔将数学化分为两种，一种是水平数学化，另一种是垂直数学化。水平数学化即将现实问题用严谨规范的数学语言进行表述，得出并解决数学问题，并通过数学解答解释说明现实问题；而垂直数学化则是将已掌握的数学知识进行深化研究，或是对已有

数学知识进行细化分类，建立起数学知识脉络的过程。因此，数学化理论体现在数学建模教学的过程之中，首先，数学建模是从现实生活情境出发，从实际生活中发现问题，分析问题并抽象概括为数学问题，这是水平数学化；其次，在建立模型和求解模型的过程中，需要应用到已有的数学知识及经验，这是垂直数学化；最后利用水平数学化将数学问题的解答应用于实际问题之中。

### 2.3.2 建构主义学习理论

建构主义学习理论的观点为，任何人都是基于自身所积累的经验出发观察世界、理解世界，从而架构起自己对事物的理解，知识的产生是在自身与外界不断的交流与互动中进行的。因此，建构主义学习理论是以情境教学为基础的，实际生活中的现实问题情境是学生进行自主建构过程的良好载体。而将数学建模思想融入课堂这一举措恰恰符合建构主义学习理论的思想，在教师创设的问题情境中以及教师的启发下，学生借助已经掌握的知识 and 经验理解问题、剖析问题，并建立数学模型，选择恰当的数学方法求出模型的解答，以解决实际问题，并在这个过程中，建构起自身新的理解和知识。同样地，将建构主义学习理论运用于数学建模的日常教学中时，需要强调学生的主观能动性，发展学生的自主能力，借助引导启发学生自主建构，形成自身的理解，以此更有利于学生建模能力的提高和建模思维的发展。

## 第3章 高中数学建模教学现状调查

数学建模作为中学生核心素养培养在我国兴起的时间比较短，在实习期间，通过了解学生的学习情况以及与师生进行沟通交流，发现很多中学生还没有意识到其重要性，认为数学建模与考试之间联系不大，与此同时，由于数学建模与生活实际以及其他学科领域联系紧密，难度较大，学生们认为其费时费力，不愿意在数学建模上浪费时间，尤其是在学业任务繁重的高中阶段；而对于部分数学教师来说，数学建模与天文、地理以及物理等各个领域之间联系密切，教学难度大，对教师本身的综合知识水平要求高，并且作为新课改中增加的版块，数学建模对于老师和学生来说都是新内容，怎样有效的将数学建模与高中数学课堂教学相结合成为了目前急需攻克的问题。因此，在此基础上，需要对现阶段下高中数学建模教学现状进行调查分析，了解掌握现阶段建模教学的难点问题所在以及学生、老师对于相关问题的想法，分析问题，针对性地提出相关建议策略，使得高中数学教学中能够更好地融入数学建模思想。

### 3.1 学生问卷调查分析

#### 3.1.1 调查目的及对象

本研究的调查是以掌握高中生数学建模素养的发展情况和能力水平为目的，找出问题所在以及出现该情况的原因，以便更好地提出应对措施。

本研究的调查对象为四川省南充市某省级重点中学的高二学生，高二学生已经学习掌握了大部分高中数学知识，建立了比较完整的高中数学知识体系。笔者选取了来自不同班级的学生共550人进行调查，共发出550份调查问卷，收到有效问卷523份，问卷有效率为95.1%。

#### 3.1.2 调查问卷设计

调查问卷的设计以《课标（2017版）》中对数学建模素养水平划分的标准为依据，通过查阅知网资料，参考了牛伟强、王冬梅等人毕业论文中的调查问卷<sup>[42][43]</sup>，结合一线在职教师的修改意见以及笔者自身的实践经验，编制了本问卷，并在正式测试前进行了预测试，对部分问题进行了修改调整，并剔除了部分问题，以使得调查问卷的可靠性和可实施性得到保证，最终形成调查问卷，见附录A。

调查问卷总计有24道题目，其中前21题为选择题，后3题为简答题。其中第1、2、3题考察学生对数学学习的认知和兴趣态度，第4、5、6题考察学生对数学建模的认识情况，第7至21题是从数学建模的过程出发，从五个维度分别考察学生的数学建模能力，五个维度分别为数学建模阅读与表征能力、数学建模归纳概述能力、数学建模模型构建能力、数学建模模型求解能力、数学建模模型评价能力，每个维度设置了3道题目，每个题目设有A、B、C、D、E五个选项，分别赋值1、2、3、4、

5分，分值越高代表该生相应的建模能力水平越高，反之越低。问卷第22、23、24题为开放性的简答题，以希望学生能够充分发挥自己的主观能动性以及创新思维，给出富有创新的解答，仅作为结果分析时的补充。

### 3.1.3 调查结果分析

问卷调查从“数学学习的认知和兴趣态度”、“对数学建模的认识情况”以及“五个维度考察建模能力”三个方面入手。共发出550份调查问卷，剔除无效问卷27份（其中未答完问卷19份，所有题目全部选择同一个选项的问卷8份），回收有效问卷523份，问卷有效率95.1%。

#### (1) 高中生对于数学学习的态度

问卷中第1、2、3题考察学生对数学学习的认识和兴趣程度，现状统计结果用百分比表示如表3-1所示：

表3-1 高中生数学学习兴趣现状调查（%）

题号 选项	A	B	C
1	18.3	11.3	70.4
2	59.1	25.8	15.1
3	32.1	54.9	13

由上表可以看出，进入高中后70.4%的学生认为高中数学变得更难了，这种难度变化使得学生们对于数学学习的兴趣都发生了变化，仅仅有15.1%的学生对数学学习抱有高的学习兴趣，有25.8%的学生的学习兴趣维持不变，59.1%的学生在学习难度愈来愈大的情况下学习兴趣下降，随着数学学习难度的变化，学生的成绩也有所变化，其中13%的学生成绩有进步，54.9%的学生成绩无明显变化，而有32.1%的学生明显下滑。数学课程的难度变化会使数学学科丧失对学生的吸引力，使学生的学习动力减退，从而导致数学学习成效渐微，学习兴趣是学生学习的内驱力，将建模思想融入课堂教学时需考虑学生现阶段的知识基础以及解决问题的能力，设置难度适中的题目，循序渐进地增加难度，使学生体会成功解决问题的自我价值感，提高对数学学习的兴致，维持高水平的学习动机。

#### (2) 高中生对数学建模的了解

问卷中第4、5、6题考察了学生对数学建模的了解程度，现状统计结果用百分比表示如表3-2所示：

表3-2 高中生对数学建模了解现状调查 (%)

题号 选项	A	B	C	D	E
4	11.1	22.5	31	30.2	5.2
5	22.8	6.1	13.8	32.1	25.2
6	90.4	9.6	0		

由上表可以看出，有22.6%和11.1%的学生对数学建模了解很少甚至完全不了解，有30.2%的学生对数学建模比较了解，仅有5.2%的学生对数学建模非常了解，而由于高中学习任务比较重，老师也并未经常组织数学建模活动，有90.4%的学生从未参与过数学建模活动，对于数学建模过程，有22.8%的学生不能确定完整的建模过程，有32.1%的学生忽略了模型检验这一过程，仅有25.2%的学生了解数学建模的全过程。

通过上面三个问题，可以得出目前教师对数学建模的重视程度低，学生对建模了解较少，数学建模不是简单的解题的过程，需要让学生从头到尾体验完整的数学建模过程，体会数学建模思想。

### (3) 高中生数学建模阅读理解能力现状

问卷中第7、8、9题是考察高中生数学建模过程中的阅读理解能力，阅读理解为数学建模过程的第一阶段，阅读理解能力即在理清题意之后，能够结合数学知识，提取有用信息，收集整理、分析数据，将实际问题归纳概括为数学问题的能力。现状统计结果用百分比表示如表3-3所示：

表3-3 高中生数学建模阅读理解能力现状调查 (%)

题号 选项	A	B	C	D	E
7	0.6	13	50.1	31.5	4.8
8	0.9	26.2	55.3	15.5	2.1
9	1.7	7.8	50.7	22.4	17.4

由上表可以看出，高中生整体数学建模阅读理解能力处于中等水平，总体呈正态分布趋势，中间高，两端低。其中有50.1%的学生有时从数学角度思考问题；有31.5%的学生经常从数学角度思考问题，这说明大部分学生在平时的生活中能够做到用数学的眼光看待世界。有55.3%和15.5%的学生将实际问题提炼为数学问题的速度一般或比较快，但仍有1%和26.2%的学生认为自己将实际问题提炼为数学问题的速度非常慢或比较慢，这说明高中生在阅读题目，理清题意，理解问题方面还存在较大的问题；有50.7%的学生认为数学阅读对数学建模能力的提高效果一般，有

22.4%和17.4%的学生认为数学阅读能够比较强或者非常强程度上使自己的数学建模水平得到提升,这说明大部分学生认可数学阅读对于建模能力的积极作用,但碍于高中学习任务重、压力大、时间紧的现状,无法加强数学阅读方面的锻炼。

通过上面三个问题,可以得出大部分高中生都能够认识到数学阅读的重要性,并且大部分高中生的数学阅读理解能力水平比较高,能够读懂题目、理解题意,但仍然存在部分高中生的阅读理解能力较弱的现象,无法从题目中获取关键信息,理清题意。

#### (4) 高中生数学建模抽象概括能力现状

问卷中第10、11、12题是考察高中生数学建模过程中的抽象概括能力,抽象概括为数学建模过程的第二阶段,抽象概括能力即结合已掌握的数学知识,将现实情境中比较复杂的问题与数学问题互相转化的能力,它是一种高层次、高要求的思维方式。现状统计结果用百分比表示如表3-4所示:

表3-4 高中生数学建模抽象概括能力现状调查 (%)

题号 选项	A	B	C	D	E
10	1.3	35.7	48.6	9.8	4.6
11	1.7	31.6	46.5	14.7	5.5
12	0.4	22.9	57.6	15.5	3.6

由上表可以看出仅有9.8%和4.6%的学生经常或总是能够从比较抽象的问题中归纳提炼出较熟悉的数学模型,而有35.8%和48.6%的学生偶尔或很少能够将抽象问题概括转化为熟悉的模型,这说明很多学生在解决问题时都会尝试将抽象问题转化为熟悉的数学问题,但效率并不高,大部分学生无法准确完成抽象概括的过程;有14.7%和5.5%的学生经常或总是能够从复杂的问题情境中发现提出主要问题并进行数学抽象的能力比较强或非常强,但大部分学生很少能够做到,有1.7%的学生从未能完成从复杂情境中发现提取主要问题并进行数学抽象的过程,由此看来,高中生将抽象问题数学化的能力比较差;有57.6%和15.5%的学生偶尔或经常能理清数学模型中的逻辑关系,有22.9%和0.4%的学生很少或从未弄清楚过模型中的逻辑关系,这说明大部分高中生的逻辑思维能力还比较弱,无法对模型中的逻辑关系作出正确清晰的认识。

通过上面三个问题,能够推断出大多数高中生在进行数学建模时,都有将问题抽象概括为熟悉的数学问题并建立模型的意识,但很多高中生的抽象概括能力不强,并不能总是对问题进行准确清晰的抽象概括,无法实现将实际问题与数学问题互相转换。

#### (5) 高中生数学建模模型建立能力现状

问卷中第13、14、15题考察了高中生数学建模模型建立的能力，模型建立是数学建模过程中的重要环节，模型建立需要学生有丰富的知识积累，模型创新的能力，模型建立能力即通过已学知识建立相应的数学模型，并且根据具体题目对模型不断的改进完善，以求得问题解答的能力。现状统计结果用百分比表示如表3-5所示：

表3-5 高中生数学建模模型建立能力现状调查（%）

题号 选项	A	B	C	D	E
13	2.5	10.9	59.4	19.7	7.5
14	2.1	24.1	58.1	10.7	5
15	1.1	34.2	49.5	14.3	0.8

从上表可以看出，在模型建立方面，大部分高中生无法建立准确有效的数学模型，有59.5%和10.9%的学生认为自己利用数形结合建立数学模型的能力一般或比较弱，而有19.7%和7.5%的学生认为自己利用数形结合建立数学模型的能力比较强或非常强，这说明大部分学生对于数形结合这一数学方法掌握比较熟练，能够借助其建立数学模型；有58.1%和24.1%的学生偶尔或很少能够从不同模型出发，在求解过程中对模型进行不断改进完善，从而求得最优解，仅有10.7%和5%的学生经常或总是能够做到，这说明大部分学生都能够在模型建立过程中，不断完善模型，以求得最优解，但仍有小部分学生无法对模型进行改进求解；有49.5%和14.3%的学生偶尔或经常能够从给定的数据中建立公式或图像以进行后续建模，但仍有34.2%的学生很少能够做到，这说明大部分学生在进行模型建立时的创新能力还比较弱，无法依据数据建立相应的公式或图像。

通过上面三个问题，可以看出很多高中生模型建立的能力一般或者比较弱，对于可以通过数形结合建立模型题目，他们更能得心应手，但对于需要创新性思维的题目，便束手无策了。

#### （6）高中生数学建模模型求解能力现状

问卷中第16、17、18题考察了高中生数学建模的模型求解能力，模型求解能力是可以应用已掌握的数学知识与经验解决已创设的数学模型的能力，涵盖对数据的处理运算，等式方程的变形求解等在内，它要求学生在进行数学运算时具有熟练性、准确性以及规范性。现状统计结果用百分比表示如表3-6所示：

表3-6 高中生数学建模模型求解能力现状调查 (%)

题号 选项	A	B	C	D	E
16	0.4	4.4	36.5	25.8	32.9
17	1.1	8.6	69.4	15.9	5
18	2.5	29.1	55.4	12.4	0.6

由上表可以看出,绝大部分学生认为运算能力的提升对数学建模能力的提升十分重要,有25.8%和32.9%的学生认为其比较重要或非常重要,而认为数学运算在数学建模过程中重要性一般的学生占36.5%,这表明大部分学生能够意识到数学运算的作用与意义,明白其是解决问题的必备重要基本技能;有69.4%的学生认为自己的运算能力一般,能够解决一部分基础的模型求解问题,有15.9%和5%的学生认为自己的运算能力比较强或非常强,其余8.6%和1.1%的学生认为自己的运算能力比较弱或非常弱,在进行数学运算时常常出错或找不到解题思路;在模型求解的过程中,有55.4%和12.4%的学生偶尔或经常能够用不同的运算方法灵活求解模型,但仍然有29.1%和2.5%的学生很少甚至从不灵活应用不同方法求解模型。

通过上面三个问题,发现大部分高中生在模型求解的过程中,都具备数学运算的基本能力,能够对已学习过的数学法则,公式加以灵活应用,寻求问题的解答,同时,有超过一半的学生能够对于较复杂的问题灵活运用不同的解法,这体现了学生能够在实际应用中将数学知识融会贯通。

#### (7) 高中生数学建模模型评价能力现状

问卷中第19、20、21题考察高中生数学建模过程中模型评价的能力,模型评价能力是一种综合性能力,它是在数学建模过程中,改进和完善数学模型、检验和转换求解过程、应用和检验模型结果、总结和反思过程经验的能力。其在高中生数学建模过程中体现为回顾整个建模过程,对数学模型进行进一步探索思考、对运算结果进行检验、对模型进行总结创新的能力。模型评价能力对学生的综合素质能力有着较高的要求,需要在不断经历完整的建模过程中锻炼和提高。现状统计结果如表3-7所示:

表3-7 高中生数学建模模型评价能力现状调查 (%)

题号 选项	从不	很少	偶尔	经常	总是
19	1.5	31.2	51.6	13.4	2.3
20	2.9	39.4	46.1	10.9	0.7
21	2.5	25.6	59.5	9.4	3.1

由上表可以看出，有51.6%和13.4%的学生偶尔或经常会将运算结果代入实际情境中来确定未知数的范围，而有31.2%和1.5%的学生很少甚至从不会根据实际情境确定未知数范围，这说明过半数的学生有意识结合实际考虑问题，但仍有三分之一的学生没有这个意识，仅仅是解题而已，不能将数学与实际相结合考虑；有46.1%和10.9%的学生偶尔或经常将运算结果代入现实问题情境中进行应用检验，而有39.4%和2.9%的学生很少或从未进行这样的步骤，这说明有相当一部分学生没有养成对将运算结论代入实际进行检验应用的习惯；在进行数学建模时，仅有9.4%和3.1%的学生经常或总是对整个建模过程进行反思，总结方法思路，有25.6%和2.5%的学生很少甚至从不进行这一行为，仅仅只是完成题目，无法做到举一反三，使自己的数学建模能力无法得到提高，始终保持在一个比较基础的层面，有59.5%的学生偶尔会对建模过程进行反思总结，但总结能力比较弱，往往无法快速准确地提炼出方法思路。

通过上面三个问题，发现很多高中生容易忽略在得出模型的解答之后，结合现实情境对解答进行应用验证，很多学生有意识地去总结建模过程中的思想方法，但缺乏创新能力。

#### (8) 简答题结果分析

问卷中第22、23题主要考察学生对自身数学建模能力的认识以及知识结构水平。通过调查得出大部分学生对于数学建模没有较高的学习热情，他们认为相关建模题目出现在高考中的频率较小，而数学建模问题的文字叙述较长，读懂题目，理清题意对于部分学生来说实属不易，解决数学建模问题又需要花费大量的时间，因此，在高中课业繁重的情况下，大部分学生会优先选择其他类型的题目而略过数学建模问题。大部分学生都认为自己数学建模的水平一般，能够解决熟悉的数学建模问题，但对于复杂的、陌生的问题往往都无从下手。

在回答“你认为影响数学建模能力的因素有哪些？”时，有76.1%的学生都认为阅读理解能力会造成较大的影响，有85.5%的学生认为对于知识的理解掌握影响着数学建模能力，有69.2%的学生认为运算能力会影响数学建模能力，同时有53.3%和53.7%的学生提到了知识的应用能力和分析能力也会影响数学建模能力。以下为部分学生具有代表性的回答。

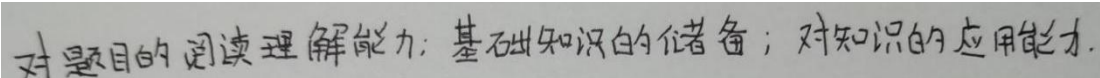
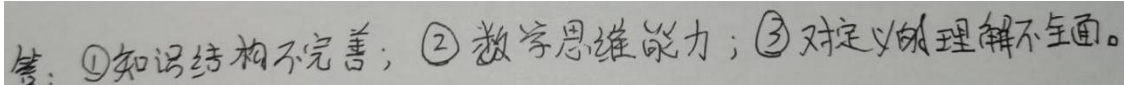
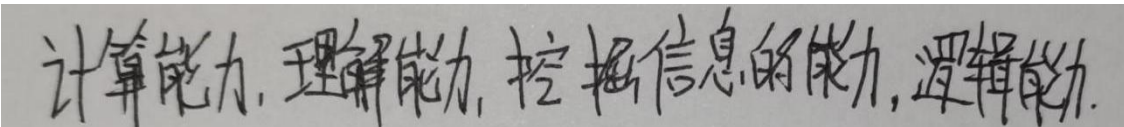


图3-1 学生1调查问卷图片



答: ①知识结构不完善; ②数学思维能力; ③对定义的理解不全面。

图3-2 学生2调查问卷图片



计算能力, 理解能力, 挖掘信息的能力, 逻辑能力。

图3-3 学生3调查问卷图片

第24题是通过具体题目考查学生的数学建模素养水平。题目要求学生设计出测量教学楼高度的方案, 过半数的学生能够回答, 而能够回答的学生中大部分都有具体的思路, 能够想到利用已学习过的三角函数相关知识进行解答, 但大都解答不规范, 无法完整的作出建模过程。这说明大部分高中生符合数学建模素养水平一或者水平二的标准, 极少有学生达到水平三的标准。

### 3.1.4 调查结论

通过以上问卷调查表明: 大部分高中生的数学建模素养符合水平二的要求, 由于高中阶段的学习难度大、学习任务重以及教学模式单一, 过半学生产生了畏难心理, 形成了被动学习的学习模式, 同时, 大部分学生对数学建模的了解不深, 仅仅停留在解决应用题的阶段, 阅读表征能力、抽象概括能力以及运算能力不强, 对于灵活将已学知识应用于数学建模之中的能力也有所欠缺, 尚未形成对建模过程进行总结反思的思维模式和习惯。

## 3.2 教师访谈分析

### 3.2.1 访谈目的及对象

访谈目的在于了解新课标下数学建模在常规课堂教学中的实践情况, 以及了解一线教师对于建模思想融入课堂教学的想法与建议。

本研究的访谈对象为四川省南充市某学校的高中数学教师, 共6名教师, 2名教龄超20年的有着充分教学经验的教师, 2名已经执教10至20年的中坚力量, 2名从教年限10年以内的青年教师。

### 3.2.2 访谈问题设计

访谈主要围绕教师建模水平、教学现状、重视程度以及看法建议四个方面展开设计了七个访谈问题。问题1是为了了解一线教师对数学建模的了解程度, 问题2、3、4是为了了解建模思想融入高中数学课堂教学的现状以及教师的教学模式安排, 问题5、6是为了了解学校及教师对数学建模的重视程度, 问题7则是希望从一线教师处得到他们关于建模思想融入课堂教学的看法和建议。访谈问卷见附录B。

### 3.2.3 访谈结果分析

#### (1) 一线教师对数学建模的了解程度

数学建模素养一经提出，不仅是对学生，对教师的素养要求也在变高，为了更真实可靠地反映出一线教师对数学建模素养的了解情况，笔者对6位有着不同执教年限的一线教师进行了沟通访谈，以下为部分访谈实录：

笔者：老师，您好！请问对于数学建模，您的了解程度如何？

Y老师（执教32年）：有了解过，前两年新课标提出基本核心素养的时候有去了解过，也听很多专家讲过数学建模的重要性。

L1老师（执教3年）：我还算比较了解数学建模吧，我上学期间学校有相关的课程，我自己在校期间也参加过很多数学建模竞赛。

笔者：那学校是否会组织对数学教师进行建模专项培训或开展相关讲座呢？

T老师（执教17年）：有的，学校会安排教师去外面参加教学研讨会，定期也会有组织教学培训，组织教师参加学术讲座进行学习。

由此可见，一线教师对于数学建模素养都有一定程度的了解，也都有数学建模学习经验或参与过相关专业培训进修，教龄超20年的教师尽管没有在大学阶段课程学习经历，但都在后续的教学培训中进行过培训，而其余教师都曾在大学阶段有过数学建模学习的经历，甚至部分教师还通过参加数学建模竞赛来提升自己。

#### (2) 建模思想融入高中数学课堂教学的现状

随着《课标（2017版）》中数学建模核心素养的提出，数学建模越来越多的出现在中学生的数学课堂，数学建模也逐渐成为教育教学研究的重要课题，但在具体的课堂教学中，有些教师对培养学生的建模能力不够重视，教学模式也比较单一，教学设备不齐全，很难顾及到培养学生探究数学在现实生活中的实际应用问题的能力。为了更真实客观地了解建模思想融入高中数学课堂教学的现状，笔者就此问题对几位不同教龄的一线教师展开了访谈，以下为部分访谈实录：

笔者：老师，您好！您平时在课堂教学中最常采用的教学模式是什么呢？

W老师（执教29年）：我平时上课最主要还是以讲授法为主，如果是一些比较简单的课我会采用探究式教学和启发式教学，比如说三角函数的图像和性质、等差数列这几块内容我会启发学生自主探究。

笔者：那您在课堂上，留给学生自主探究，合作学习的时长一般为多长呢？

W老师（执教29年）：一般我会留10到15分钟的时间给学生自主学习或者讨论，主要是在课前导入的部分要留时间给学生思考，和讲完例题之后需要留时间让学生自己练习。

Z老师（执教6年）：我的课堂上一般会留出10分钟左右的时间让学生自主学习，通常都是让他们进行课堂练习。

笔者：您有尝试过将建模思想融入平时的课堂教学之中吗？您是如何做的？

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/426103104033010101>