

专题 15 排列组合



易错点一：相邻与不相邻问题处理方法不当致误（相邻问题）



相邻问题

技巧总结

相邻问题

1、思路：对于相邻问题，一般采用“捆绑法”解决，即将相邻的元素看做是一个整体，在于其他元素放在一起考虑. 如果设计到顺序，则还应考虑相邻元素的顺序问题，再与其他元素放在一起进行计算.

2、解题步骤：

第一步：把相邻元素看作一个整体（捆绑法），求出排列种数

第二步：求出其余元素的排列种数

第三步：求出总的排列种数

易错提醒：排列组合实际问题主要有相邻问题 and 不相邻问题。（1）相邻问题捆绑法（把相邻的若干个特殊元素“捆绑”为一个大元素，然后再与其余“普通元素”全排列，最后再“松绑”，将特殊元素在这些位置上全排列）；

（2）不相邻（相间）问题插空法（某些元素不能相邻或某些元素要在某特殊位置时可采用插空法，即先安排好没有限制条件的元素，然后再把有限制条件的元素按要求插入排好的元素之间）；



例、现有 8 个人排成一排照相，其中甲、乙、丙 3 人不能相邻的排法有（ ）

A. $A_6^3 \cdot A_5^5$ 种 B. $(A_8^8 - A_6^6 \cdot A_3^3)$ 种

C. $A_5^3 \cdot A_3^3$ 种 D. $(A_8^8 - A_6^4)$ 种

变式 1：加工某种产品需要 5 道工序，分别为 A, B, C, D, E ，其中工序 A, B 必须相邻，工序 C, D 不能相邻，那么有（ ）种加工方法.

A. 24 B. 32 C. 48 D. 64

变式 2：中国航天工业迅速发展，取得了辉煌的成就，使我国跻身世界航天大国的行列. 中国的目标是到 2030 年成为主要的太空大国. 它通过访问月球，发射火星探测器以及建造自己的空间站，扩大了太空计划. 在航天员进行的一项太空实验中，要先后实施 6 个程序，其中程序 A 只能出现在第一步或最后一步，程序 B 和 C 实施时必须相邻，请问实验顺序的编排方法共有（ ）

A. 24 种 B. 48 种 C. 96 种 D. 144 种

变式 3：为推动党史学习教育各项工作扎实开展，营造“学党史、悟思想、办实事、开新局”的浓厚氛围，某校党委计划将中心组学习、专题报告会、党员活动日、主题班会、主题团日这五种活动分 5 个阶段安排，以推动党史学习教育工作的进行，若主题班会、主题团日这两个阶段相邻，且中心组学习必须安排在前两阶段并与党员活动日不相邻，则不同的安排方案共有（ ）

A. 10 种 B. 12 种 C. 16 种 D. 24 种



1. 2023 年杭州亚运会期间，甲、乙、丙 3 名运动员与 5 名志愿者站成一排拍照留念，若甲与乙相邻、丙不排在两端，则不同的排法种数有（ ）

A. 1120 B. 7200 C. 8640 D. 14400

2. 六名同学暑期相约去都江堰采风观景，结束后六名同学排成一排拍照留念，若甲与乙相邻，丙与丁不相邻，则不同的排法共有（ ）

- A. 48 种 B. 72 种 C. 120 种 D. 144 种

3. 把二项式 $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{x}\right)^8$ 的所有展开项重新排列, 记有理项都相邻的概率为 p , 有理项两两不相邻的概率为

q , 则 $\frac{p}{q} =$ ()

- A. 5 B. $\frac{1}{5}$ C. 4 D. $\frac{1}{4}$

4. A, B, C, D, E, F 六人站成一排, 满足 A, B 相邻, C, D 不相邻的不同站法的种数为 ()

- A. 48 B. 96 C. 144 D. 288

5. 2023 年 5 月 21 日, 中国羽毛球队在 2023 年苏迪曼杯世界羽毛球混合团体锦标赛决赛中以总比分 3:0 战胜韩国队, 实现苏迪曼杯三连冠. 甲、乙、丙、丁、戊五名球迷赛后在现场合影留念, 其中甲、乙均不能站左端, 且甲、丙必须相邻, 则不同的站法共有 ()

- A. 18 种 B. 24 种 C. 30 种 D. 36 种

6. 为配合垃圾分类在学校的全面展开, 某学校举办了一次垃圾分类知识比赛活动. 高一、高二、高三年级分别有 1 名、2 名、3 名同学获一等奖. 若将上述获一等奖的 6 名同学排成一排合影, 要求同年级同学排在一起, 则不同的排法共有 ()

- A. 18 种 B. 36 种 C. 72 种 D. 144 种

7. 甲、乙两个家庭周末到附近景区游玩, 其中甲家庭有 2 个大人和 2 个小孩, 乙家庭有 2 个大人和 3 个小孩, 他们 9 人在景区门口站成一排照相, 要求每个家庭的成员要站在一起, 且同一家庭的大人不能相邻, 则所有不同站法的种数为 ()

- A. 144 B. 864 C. 1728 D. 2880

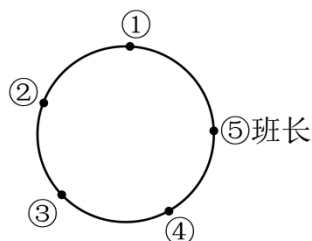
8. 某驾校 6 名学员站成一排拍照留念, 要求学员 A 和 B 不相邻, 则不同的排法共有 ()

- A. 120 种 B. 240 种 C. 360 种 D. 480 种

9. 某高铁动车检修基地库房内有 $A \sim E$ 共 5 条并行的停车轨道线, 每条轨道线只能停一列车, 现有动车 01, 02、高铁 01, 02, 03 共五列车入库检修, 若已知两列动车安排在相邻轨道, 则动车 01 停放在 A 道的概率为 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{10}$

10. 班长邀请 A, B, C, D 四位同学参加圆桌会议. 如图, 班长坐在⑤号座位, 四位同学随机坐在①②③④四个座位, 则 A, B 两位同学座位相邻的概率是 ()



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$
C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{2}{3}$

11. 将 3 名男生, 2 名女生排成一排, 要求男生甲必须站在中间, 2 名女生必须相邻的排法种数有 ()

- A. 4 种 B. 8 种 C. 12 种 D. 48 种

12. 5 名同学排成一排, 其中甲、乙、丙三人必须排在一起的不同排法有 ()

- A. 70 种 B. 72 种 C. 36 种 D. 12 种

13. 现有 2 名男生和 3 名女生, 在下列不同条件下进行排列, 则 ()

- A. 排成前后两排, 前排 3 人后排 2 人的排法共有 120 种
B. 全体排成一排, 女生必须站在一起的排法共有 36 种
C. 全体排成一排, 男生互不相邻的排法共有 72 种
D. 全体排成一排, 甲不站排头, 乙不站排尾的排法共有 72 种

14. 甲、乙、丙、丁、戊五人并排站成一排, 下列说法正确的是 ()

- A. 若甲、乙、丙按从左到右的顺序排列, 则不同的排法有 12 种
B. 若甲、乙不相邻, 则不同的排法有 72 种
C. 若甲不能在最左端, 且乙不能在最右端, 则不同的排法共有 72 种

-
- D. 如果甲、乙必须相邻且乙在甲的右边，则不同的排法有 24 种
15. 甲乙丙等 5 人的身高互不相同，站成一排进行列队训练，则（ ）
- A. 甲乙不相邻的不同排法有 48 种
- B. 甲乙中间恰排一个人的不同排法有 36 种
- C. 甲乙不排在两端的不同排法有 36 种
- D. 甲乙丙三人从左到右由高到矮的不同排法有 20 种
16. 某学校举行校园歌手大赛，共有 4 名男生，3 名女生参加，组委会对他们的出场顺序进行安排，则下列说法正确的是（ ）
- A. 若 3 个女生不相邻，则有 144 种不同的出场顺序
- B. 若女生甲在女生乙的前面，则有 2520 种不同的出场顺序
- C. 若 4 位男生相邻，则有 576 种不同的出场顺序
- D. 若学生的节目顺序已确定，再增加两个教师节目，共有 72 种不同的出场顺序
17. 某校高二年级安排甲、乙、丙三名同学到 A, B, C, D, E 五个社区进行暑期社会实践活动，每名同学只能选择一个社区进行实践活动，且多名同学可以选择同一个社区进行实践活动，则下列说法正确的有（ ）
- A. 如果社区 A 必须有同学选择，则不同的安排方法有 61 种
- B. 如果同学甲必须选择社区 A ，则不同的安排方法有 50 种
- C. 如果三名同学选择的社区各不相同，则不同的安排方法共有 60 种
- D. 如果甲、乙两名同学必须在同一个社区，则不同的安排方法共有 20 种
18. 在树人中学举行的演讲比赛中，有 3 名男生，2 名女生获得一等奖. 现将获得一等奖的学生排成一排合影，则（ ）
- A. 3 名男生排在一起，有 6 种不同排法 B. 2 名女生排在一起，有 48 种不同排法
- C. 3 名男生均不相邻，有 12 种不同排法 D. 女生不站在两端，有 108 种不同排法

19. 甲, 乙, 丙, 丁, 戊五人并排站成一排, 下列说法正确的是 ()

- A. 如果甲, 乙必须相邻且乙在甲的右边, 那么不同的排法有 24 种
- B. 最左端只能排甲或乙, 最右端不能排甲, 则不同的排法共有 42 种
- C. 甲乙不相邻的排法种数为 72 种
- D. 甲乙丙按从左到右的顺序排列的排法有 40 种

20. (多选) 把 5 件不同产品 A, B, C, D, E 摆成一排, 则 ()

- A. A 与 B 相邻有 48 种摆法
- B. A 与 C 相邻有 48 种摆法
- C. A, B 相邻又 A, C 相邻, 有 12 种摆法
- D. A 与 B 相邻, 且 A 与 C 不相邻有 24 种摆法

21. 甲、乙、丙、丁四名同学和一名老师站成一排合影留念. 要求老师必须站在正中间, 且甲同学不与老师相邻, 则不同的站法种数为 ()

- A. $A_5^5 - A_4^4$
- B. $A_4^4 - C_2^1 A_3^3$
- C. $C_1^1 C_2^1 A_3^3$
- D. $\frac{1}{2} A_4^4$

易错点二: “捆绑法”中忽略了“内部排列”或“整体列”

(不相邻问题)



不相邻问题

技巧总结

1. 思路: 对于不相邻问题一般采用“插空法”解决, 即先将无要求的元素进行全排列, 然后将要求不相邻的元素插入到已排列的元素之间, 最后进行计算即可

2. 解题步骤:

①先考虑不受限制的元素排列种数

②再将不相邻的元素插入到已排列元素的空当种（插空法），求出排列种数

③求出总的排列种数

易错提醒：处理相邻问题的基本方法是“捆绑法”，即把相邻的若干个特殊元素“捆绑”为一个元素，然后与其余元素全排列，最后“松绑”，将特殊元素在这些位置上全排列。处理不相邻问题的基本方法是“插空法”，即先安排好没有限制条件的元素，然后把有限制条件的元素按要求插入到排好的元素之间，但应该注意插入的元素之间如果也有顺序，应先进行排列。



例、有 3 名男生，4 名女生，在下列不同条件下，求不同的排列方法的总数。

(1) 全体排成一行，其中男、女生各站在一起；

(2) 全体排成一行，其中男生必须排在一起。

变式 1：为推动党史学习教育各项工作扎实开展，营造“学党史、悟思想、办实事、开新局”的浓厚氛围，某校党委计划将中心组学习、专题报告会、党员活动日、主题班会、主题团日这五种活动分 5 个阶段安排，以推动党史学习教育工作的进行，若主题班会、主题团日这两个阶段相邻，且中心组学习必须安排在前两阶段并与党员活动日不相邻，则不同的安排方案共有（ ）

A. 10 种 B. 12 种 C. 16 种 D. 24 种

变式 2：甲、乙、丙、丁、戊共 5 人随机地排成一行，则甲、乙相邻，丙、丁不相邻的概率为（ ）

A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{5}{12}$

变式 3：某地元旦汇演有 2 男 3 女共 5 名主持人站成一排，则舞台站位时男女间隔的不同排法共有（ ）

A. 12 种 B. 24 种 C. 72 种 D. 120 种



1. 4 名男生和 3 名女生排队（排成一排）照相，下列说法正确的是（ ）

-
- A. 若女生必须站在一起，那么一共有 $A_3^3 A_5^5$ 种排法
- B. 若女生互不相邻，那么一共有 $A_3^3 A_4^4$ 种排法
- C. 若甲不站最中间，那么一共有 $C_6^1 A_6^6$ 种排法
- D. 若甲不站最左边，乙不站最右边，那么一共有 $A_7^7 - 2A_6^6$ 种排法
2. 某校文艺汇演共 6 个节目，其中歌唱类节目 3 个，舞蹈类节目 2 个，语言类节目 1 个，则下列说法正确的是（ ）
- A. 若以歌唱类节目开场，则有 360 种不同的出场顺序
- B. 若舞蹈类节目相邻，则有 120 种出场顺序
- C. 若舞蹈类节目不相邻，则有 240 种不同的出场顺序
- D. 从中挑选 2 个不同类型的节目参加市艺术节，则有 11 种不同的选法
3. 现将 8 把椅子排成一排，4 位同学随机就座，则下列说法中正确的是（ ）
- A. 4 个空位全都相邻的坐法有 120 种
- B. 4 个空位中只有 3 个相邻的坐法有 240 种
- C. 4 个空位均不相邻的坐法有 120 种
- D. 4 个空位中至多有 2 个相邻的坐法有 900 种
4. 有甲、乙、丙、丁、戊五位同学，下列说法正确的是（ ）.
- A. 若五位同学排队要求甲、乙必须相邻且丙、丁不能相邻，则不同的排法有 12 种
- B. 若五位同学排队最左端只能排甲或乙，最右端不能排甲，则不同的排法共有 42 种
- C. 若甲、乙、丙三位同学按从左到右的顺序排队，则不同的排法有 20 种
- D. 若甲、乙、丙、丁四位同学被分配到三个社区参加志愿活动，每个社区至少一位同学，则不同的分配方案有 36 种
5. 现将 9 把椅子排成一排，5 位同学随机就座，则下列说法中正确的是（ ）

- A. 4 个空位全都相邻的坐法有 720 种
- B. 4 个空位中只有 3 个相邻的坐法有 1800 种
- C. 4 个空位均不相邻的坐法有 1800 种
- D. 4 个空位中至多有 2 个相邻的坐法有 9000 种
6. 现有 3 位歌手和 4 名粉丝站成一排，要求任意两位歌手都不相邻，则不同的排法种数可以表示为 ()
- A. $A_7^7 - A_3^3 A_5^1 A_4^4 - A_5^2 A_4^4$ B. $A_4^4 A_3^3$
- C. $A_7^7 - A_3^3 A_5^1 A_4^4 - C_3^2 A_2^2 A_5^2 A_4^4$ D. $A_4^4 A_5^3$
7. 为弘扬我国古代的“六艺文化”，某夏令营主办单位计划利用暑期开设“礼”、“乐”、“射”、“御”、“书”、“数”六门体验课程，每周一门，连续开设六周，则下列说法正确的是 ()
- A. 某学生从中选 2 门课程学习，共有 15 种选法
- B. 课程“乐”“射”排在相邻的两周，共有 240 种排法
- C. 课程“御”“书”“数”排在相邻的三周，共有 144 种排法
- D. 课程“礼”不排在第一周，也不排在最后一周，共有 480 种排法
8. 有甲、乙、丙等 6 名同学，则说法正确的是 ()
- A. 6 人站成一排，甲、乙两人不相邻，则不同的排法种数为 480
- B. 6 人站成一排，甲、乙、丙按从左到右的顺序站位，则不同的站法种数为 240
- C. 6 名同学平均分成三组到 A、B、C 工厂参观（每个工厂都有人），则有 90 种不同的安排方法
- D. 6 名同学分成三组参加不同的活动，甲、乙、丙在一起，则不同的分组方法有 6 种
9. 有甲、乙、丙、丁、戊五位同学，下列说法正确的是 ()
- A. 若五位同学排队要求甲、乙必须相邻且丙、丁不能相邻，则不同的排法有 12 种
- B. 若五位同学排队最左端只能排甲或乙，最右端不能排甲，则不同的排法共有 42 种

C. 若甲乙丙三位同学按从左到右的顺序排队, 则不同的排法有 20 种

D. 若甲、乙、丙、丁四位同学被分配到三个社区参加志愿活动, 每个社区至少一位同学, 则不同的分配方案有 72 种

10. 4 名男生和 3 名女生排成一排照相, 要求男生和男生互不相邻, 女生与女生也互不相邻, 则不同的排法种数是 ()

- A. 36 B. 72 C. 81 D. 144

11. 杭州第 19 届亚运会火炬 9 月 14 日在浙江台州传递, 火炬传递路线以“和合台州活力城市”为主题, 全长 8 公里. 从和合公园出发, 途经台州市图书馆、文化馆、体育中心等地标建筑. 假设某段线路由甲、乙等 6 人传递, 每人传递一棒, 且甲不从乙手中接棒, 乙不从甲手中接棒, 则不同的传递方案共有 ()

- A. 288 种 B. 360 种 C. 480 种 D. 504 种

12. A, B, C, D, E 五名学生按任意次序站成一排, 其中 A 和 B 不相邻, 则不同的排法种数为 ()

- A. 72 B. 36 C. 18 D. 64

13. 某选拔性考试需要考查 4 个学科 (语文、数学、物理、政治), 则这 4 个学科不同的考试顺序中物理考试与数学考试不相邻的概率为 ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

14. 现有 4 男 3 女共 7 个人排成一排照相, 其中三个女生不全相邻的排法种数为 ()

- A. $A_5^3 A_5^5$ B. $A_7^7 - A_5^5 A_3^3$ C. $A_4^4 A_5^3$ D. $A_7^7 - A_5^3$

15. 黄金分割最早见于古希腊和古埃及. 黄金分割又称黄金率、中外比, 即把一条线段分成长短不等的 a, b 两段, 使得长线段 a 与原线段 $a+b$ 的比等于短线段 b 与长线段 a 的比, 即 $a:(a+b)=b:a$, 其比值约为 0.618339... 小王酷爱数学, 他选了其中的 6, 1, 8, 3, 3, 9 这六个数字组成了手机开机密码, 如果两个 3 不相邻, 则小王可以设置的不同密码个数为 ()

- A. 180 B. 210 C. 240 D. 360

易错点三：忽视排列数、组合数公式的隐含条件（排列组合综合）



1. 两个重要公式

(1) 排列数公式

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1) \quad (n, m \in N^*, \text{且} m \leq n).$$

(2) 组合数公式

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!} = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)}{m!} \quad (n, m \in N^*, \text{且} m \leq n)$$

2、要点 $C_n^m = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)}{m!}$ 一般用于计算，而 $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$ 和 $C_n^m = \frac{A_n^m}{A_m^m}$ 一般用于证

明、解方程（不等式）。

重点：三个重要性质和定理

组合数性质

(1) 对称性： $C_n^m = \frac{A_n^m}{A_m^m} = C_n^{n-m} \quad (n, m \in N^*, \text{且} m \leq n);$

组合意义：从 n 个不同的元素中任取 m 个元素，则 C_n^m 。

从 n 个不同的元素中任取 m 个元素后只剩下 $n-m$ 个元素了，则从 n 个不同的元素中任取 m 个元素与从 n 个不同的元素中任取 $n-m$ 个元素是等效的。则 C_n^{n-m} ，故 $C_n^m = C_n^{n-m}$ 。

等式特点：等号两边组合数的下标相同，上标之和等于下标。

应用：①简化计算，当 $m > \frac{n}{2}$ 时，通常将计算 C_n^m 转化为计算 C_n^{n-m} ，如 $C_8^5 = C_8^3 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$

②列等式：由 $C_n^x = C_n^y$ ，可得 $x = y$ 或 $x + y = n$ ，如 $C_8^3 = C_8^x$ ，则 $3 = x$ 或 $3 + x = 8$ 故 $x = 3$ 或 $x = 5$ 。

$$(2) C_{n+1}^m = C_n^m + C_n^{m-1} (n, m \in N^*, \text{且} m \leq n);$$

组合意义：从 $(n+1)$ 个不同的元素中任取 m 个元素，则 C_{n+1}^m .

对于某一元素，只存在着取与不取两种可能，如果取这一元素，则需从剩下的 n 个元素中任取 $(m-1)$ 个元素，所以共有 C_n^{m-1} 种，如果不取这一元素，则需从剩下的 n 个元素中任取 m 个元素，所以共有 C_n^m ，根据分类加法原理： $C_{n+1}^m = C_n^m + C_n^{m-1}$.

等式特点：下标相同而上标相差1的两个组合数之和，等于下标比原下标多1而上标与较大的相同的一个组合数.

应用：恒等变形

$$\text{常见的组合恒等式：} C_n^m = \frac{n-m+1}{m} C_n^{m-1}, \quad C_n^m = \frac{n}{n-m} C_{n-1}^m, \quad C_n^m = \frac{n}{m} C_{n-1}^{m-1}$$

$$C_r^r + C_{r+1}^r + C_{r+2}^r + \cdots + C_n^r = C_{n+1}^{r+1}, \quad C_m^r C_n^0 + C_m^{r-1} C_n^1 + C_m^{r-2} C_n^2 + \cdots + C_m^0 C_n^r = C_{m+n}^r.$$

$$(3) C_n^0 = 1.$$

重点：三个重要性质和定理

组合数性质

$$(1) \text{对称性：} C_n^m = \frac{A_n^m}{A_m^m} = C_n^{n-m} (n, m \in N^*, \text{且} m \leq n);$$

组合意义：从 n 个不同的元素中任取 m 个元素，则 C_n^m .

从 n 个不同的元素中任取 m 个元素后只剩下 $n-m$ 个元素了，则从 n 个不同的元素中任取 m 个元素与从 n 个不同的元素中任取 $n-m$ 个元素是等效的. 则 C_n^{n-m} ，故 $C_n^m = C_n^{n-m}$.

等式特点：等号两边组合数的下标相同，上标之和等于下标.

$$\text{应用：①简化计算，当} m > \frac{n}{2} \text{时，通常将计算} C_n^m \text{转化为计算} C_n^{n-m}，\text{如} C_8^5 = C_8^3 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$$

$$\text{②列等式：由} C_n^x = C_n^y，\text{可得} x = y \text{ 或 } x + y = n，\text{如} C_8^3 = C_8^x，\text{则} 3 = x \text{ 或 } 3 + x = 8 \text{ 故 } x = 3 \text{ 或 } x = 5.$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/426104224133010140>