云南省巧家县巧家第一中学2024届数学高三第一学期期末质量跟踪监视模拟试题

注意事项：

1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。

2．答题时请按要求用笔。

3．请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。

4．作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。

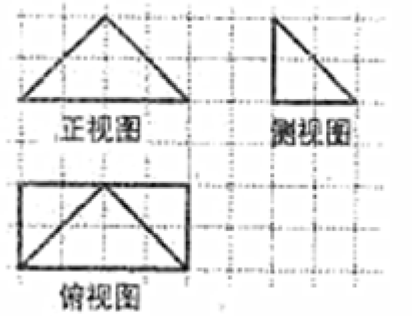
5．保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知向量$\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(4\lambda,-1)$，且$\vec{a}\perp\vec{b}$，则$\lambda=$（　　）

A．$\dfrac{1}{2}$　　B．$\dfrac{1}{4}$　　C．1　　D．2

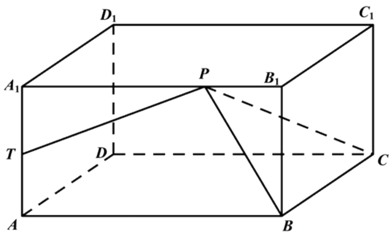
2．如图，正方形网格纸中的实线图形是一个多面体的三视图，则该多面体各表面所在平面互相垂直的有（　　）



A．2对　　B．3对

C．4对　　D．5对

3．如图，长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$2AB=3AA_1=6$，$\overrightarrow{A_1P}=2\overrightarrow{PB_1}$，点$T$在棱$AA_1$上，若$TP\perp$平面$PBC$.则$\overrightarrow{TP}\cdot\overrightarrow{B_1B}=$（　　）



A．1　　B．-1　　C．2　　D．-2

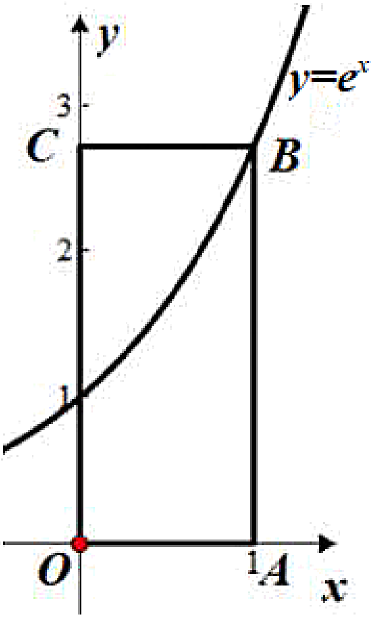
4．曲线$y=(ax+2)e^x$在点$(0,2)$处的切线方程为$y=-2x+b$，则$ab=$（　　）

A．-4　　B．-8　　C．4　　D．8

5．设$(1+i)\cdot z=1-i$，则复数z的模等于(　　)

A．$\sqrt{2}$　　B．2　　C．1　　D．$\sqrt{3}$

6．某人用随机模拟的方法估计无理数e的值，做法如下：首先在平面直角坐标系中，过点$A(1,0)$作x轴的垂线与曲线$y=e^x$相交于点B，过B作y轴的垂线与y轴相交于点C（如图），然后向矩形$OABC$内投入M粒豆子，并统计出这些豆子在曲线$y=e^x$上方的有N粒$(N<M)$，则无理数e的估计值是（　　）



A．$\dfrac{N}{M-N}$　　　B．$\dfrac{M}{M-N}$　　　C．$\dfrac{M-N}{N}$　　　D．$\dfrac{M}{N}$

7．已知函数$f(x)=3\sin(\omega x+\varphi)$，$(\omega>0,0<\varphi<\pi)$，若$f\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)=0$，对任意$x\in\mathbf{R}$恒有$f(x)\le\left|f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)\right|$，在区间$\left(\dfrac{\pi}{15},\dfrac{\pi}{5}\right)$上有且只有一个$x_1$使$f(x_1)=3$，则$\omega$的最大值为（　　）

A．$\dfrac{123}{4}$　　　B．$\dfrac{111}{4}$　　　C．$\dfrac{105}{4}$　　　D．$\dfrac{117}{4}$

8．要得到函数$y=\sqrt{3}\sin\left(x-\dfrac{\pi}{12}\right)$的图象，只需将函数$y=\sqrt{3}\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$图象上所有点的横坐标（　　）

A．伸长到原来的2倍（纵坐标不变），再将得到的图象向右平移$\dfrac{\pi}{4}$个单位长度

B．伸长到原来的2倍（纵坐标不变），再将得到的图像向左平移$\dfrac{\pi}{4}$个单位长度

C．缩短到原来的$\dfrac{1}{2}$倍（纵坐标不变），再将得到的图象向左平移$\dfrac{5\pi}{24}$个单位长度

D．缩短到原来的$\dfrac{1}{2}$倍（纵坐标不变），再将得到的图象向右平移$\dfrac{11\pi}{24}$个单位长度

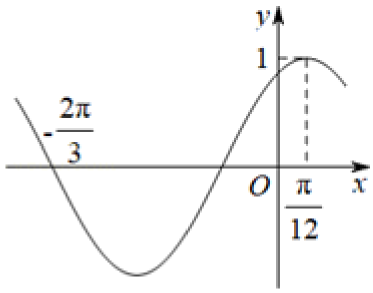
9．设全集 ***U*=*R***，集合 $A=\{x\mid x^2-3x-4>0\}$，则 $\complement_U A=$（　　）

A．{*x*|-1 <*x*<4}　　　**B．{*x*|-4<*x*<1}**　　　**C．{*x*|-1≤*x*≤4}**　　　**D．{*x*|-4≤*x*≤1}**

10．$\left(x-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^8$ 的二项展开式中，x^2 的系数是（ ）

A．70　　　**B．-70**　　　**C．28**　　　**D．-28**

11．已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0,\omega>0,0<\varphi<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，则 $f\left(\dfrac{3\pi}{8}\right)=$（　　）



A． $\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$　　　**B．** $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$　　　**C．** $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$　　　**D．** $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$

12．双曲线 ***C***：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的离心率是 **3**，焦点到渐近线的距离为 $\sqrt{2}$，则双曲线 ***C*** 的焦距为（　　）

A．3　　　**B．** $3\sqrt{2}$　　　**C．6**　　　**D．** $6\sqrt{2}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知向量 $\vec{a}=(1,2),\vec{b}=(-3,2)$，若向量 $k\vec{a}+\vec{b}$ 与 $2\vec{a}-\vec{b}$ 共线，则 $k=$________.

14．在如图所示的三角形数阵中，用 $a_{i,j}\left(i\geq j\right)$ 表示第 i 行第 j 个数 $\left(i,j\in N^*\right)$，已知 $a_{i,1}=1-\dfrac{1}{2^{i-1}}\left(i\in N^*\right)$，且当 $i\geq 3$ 时，每行中的其他各数均等于其“肩膀”上的两个数之和，即 $a_{i,j}=a_{i-1,j-1}+a_{i-1,j}\left(2\leq j\leq i-1\right)$，若 $a_{m,2}>2019$，则正整数 m 的最小值为______.

$$0$$

$$\frac{1}{2} \qquad \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{4} \qquad 1 \qquad \frac{3}{4}$$

$$\frac{7}{8} \qquad \frac{7}{4} \qquad \frac{7}{4} \qquad \frac{7}{8}$$

$$\frac{15}{16} \qquad \frac{21}{8} \qquad \frac{7}{2} \qquad \frac{21}{8} \qquad \frac{15}{16}$$

$$\cdots \qquad \cdots \qquad \cdots$$

$$1-\frac{1}{2^{n-1}} \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad 1-\frac{1}{2^{n-1}}$$

15．已知数列$\left\{a_n\right\}$的各项均为正数，记$\left\{S_n\right\}$为数列$\left\{a_n\right\}$的前n项和，若$a_{n+1}=\dfrac{2a_n^2}{a_{n+1}-a_n}\left(n\in N^*\right)$，$a_1=1$，则$S_6=$______.

16．已知ΔABC内角A，B，C的对边分别为a，b，c．$a=4$，$b=\sqrt{6}$，$A=\dfrac{\pi}{3}$则$\cos 2B=$_________.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）在平面直角坐标系xOy中，已知点$P\left(0,\sqrt{3}\right)$，曲线C：$\begin{cases}x=\sqrt{2}\cos\alpha\\ y=2\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$为参数）以原点为极点，$x$轴正半轴建立极坐标系，直线$l$的极坐标方程为$\rho\cos\left(\theta-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

（Ⅰ）判断点P与直线l的位置关系并说明理由；

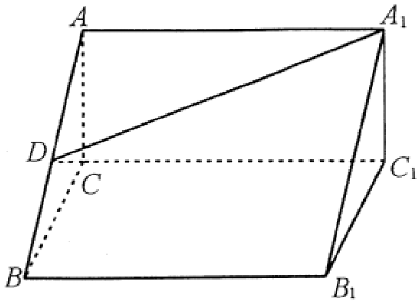
（Ⅱ）设直线与曲线C的两个交点分别为A，B，求$\dfrac{1}{|PA|}+\dfrac{1}{|PB|}$的值.

18．（12分）已知函数$f\left(x\right)=x-\dfrac{1}{x}-\ln x$.

（1）若$f\left(x\right)=x-\dfrac{1}{x}-\ln x$在$x=x_1,x_2\left(x_1\neq x_2\right)$ 处导数相等，证明：$f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)>3-2\ln 2$ ；

（2）若对于任意$k\in\left(-\infty,1\right)$ ，直线$y=kx+b$ 与曲线$y=f\left(x\right)$都有唯一公共点，求实数b的取值范围.

19．（12分）如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$AC\perp BC$，$AB\perp BB_1$，$AC=BC=BB_1$，D为AB的中点，且$CD\perp DA_1$.



（1）求证：$BB_1 \perp$ 平面 ABC；

（2）求锐二面角 $C-DA_1-C_1$ 的余弦值.

20.（12 分）**2019 年是五四运动 100 周年.五四运动以来的 100 年，是中国青年一代又一代接续奋斗、凯歌前行的 100 年，是中口青年用青春之我创造青春之中国、青春之民族的 100 年.为继承和发扬五四精神在青年节到来之际，学校组织“五四运动 100 周年”知识竞赛，竞赛的一个环节由 10 道题目组成，其中 6 道 A 类题、4 道 B 类题，参赛者需从 10 道题目中随机抽取 3 道作答，现有甲同学参加该环节的比赛.**

（1）求甲同学至少抽到 2 道 B 类题的概率；

（2）若甲同学答对每道 A 类题的概率都是 $\frac{2}{3}$，答对每道 B 类题的概率都是 $\frac{3}{5}$，且各题答对与否相互独立.现已知甲同学恰好抽中 2 道 A 类题和 1 道 B 类题，用 X 表示甲同学答对题目的个数，求随机变量 X 的分布列和数学期望.

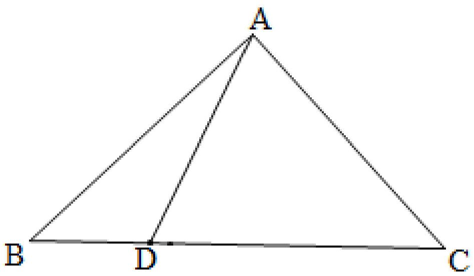
21.（12 分）已知数列 $\{a_n\}$ 满足：$x_{n+1}=x_n{}^2-6$，$n\in N^*$，且对任意的 $n\in N^*$ 都有 $x_n<\frac{\sqrt{21}-1}{2}$，

（Ⅰ）证明：对任意 $n\in N^*$，都有 $-3\le x_n\le\frac{1-\sqrt{21}}{2}$；

（Ⅱ）证明：对任意 $n\in N^*$，都有 $|x_{n+1}+2|\ge 2|x_n+2|$；

（Ⅲ）证明：$x_1=-2$.

22.（10 分）在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=\frac{\pi}{4}$，D 是边 BC 上一点，且 $AD=5$，$\cos\angle ADC=\frac{3}{5}$.



（1）求 BD 的长；

（2）若 $\triangle ABC$ 的面积为 14，求 AC 的长.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**A**

【解析】

根据向量垂直的坐标表示列方程，解方程求得 λ 的值.

【详解】

由于向量 $\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(4\lambda,-1)$，且 $\vec{a}\perp\vec{b}$，所以 $1\times4\lambda+2\times\left(-1\right)=0$ 解得 $\lambda=\dfrac{1}{2}$.

故选：**A**

【点睛】

本小题主要考查向量垂直的坐标表示，属于基础题.

2、**C**

【解析】

画出该几何体的直观图 $P-ABCD$，易证平面 $PAD\perp$平面 $ABCD$，平面 $PCD\perp$平面 PAD，平面 $PAB\perp$平面 PAD，平面 $PAB\perp$平面 PCD，从而可选出答案.

【详解】

该几何体是一个四棱锥，直观图如下图所示，易知平面 $PAD\perp$平面 $ABCD$，

作 ***PO*⊥*AD*** 于 ***O***，则有 ***PO*⊥**平面 ***ABCD***，***PO*⊥*CD***，

又 ***AD*⊥*CD***，所以，***CD*⊥**平面 ***PAD***，

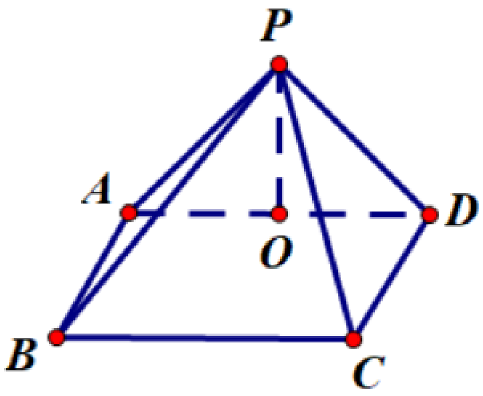
所以平面 $PCD\perp$平面 PAD，

同理可证：平面 $PAB\perp$平面 PAD，

由三视图可知：***PO*＝*AO*＝*OD***，所以，***AP*⊥*PD***，又 ***AP*⊥*CD***，

所以，***AP*⊥**平面 ***PCD***，所以，平面 $PAB\perp$平面 PCD，

所以该多面体各表面所在平面互相垂直的有 **4** 对.



【点睛】

本题考查了空间几何体的三视图，考查了四棱锥的结构特征，考查了面面垂直的证明，属于中档题.

3、**D**

【解析】

根据线面垂直的性质，可知 $TP \perp PB$；结合 $\overrightarrow{A_1P} = 2\overrightarrow{PB_1}$ 即可证明 $\Delta PTA_1 \cong \Delta BPB_1$，进而求得 TA_1.由线段关系及平面向量数量积定义即可求得 $\overrightarrow{TP} \cdot \overrightarrow{B_1B}$.

【详解】

长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，$2AB = 3AA_1 = 6$，

点 ***T*** 在棱 AA_1 上，若 $TP \perp$ 平面 PBC.

则 $TP \perp PB$，$\overrightarrow{A_1P} = 2\overrightarrow{PB_1}$

则 $\angle PTA_1 = \angle BPB_1$，所以 $\Delta PTA_1 \cong \Delta BPB_1$，

则 $TA_1 = PB_1 = 1$，

所以 $\overrightarrow{TP} \cdot \overrightarrow{B_1B} = \left|\overrightarrow{TP}\right| \cdot \left|\overrightarrow{B_1B}\right| \cdot \cos\angle PTA$

$$= \sqrt{2^2 + 1^2} \times 2 \times \left(-\frac{1}{\sqrt{2^2 + 1^2}}\right) = -2,$$

故选：**D.**

【点睛】

本题考查了直线与平面垂直的性质应用，平面向量数量积的运算，属于基础题.

4、**B**

【解析】

求函数导数，利用切线斜率求出 a，根据切线过点 $(0, 2)$ 求出 b 即可.

【详解】

因为 $y=(ax+2)e^x$，

所以 $y'=e^x(ax+2+a)$，

故 $k=y'|_{x=0}=2+a=-2$，

解得 $a=-4$，

又切线过点 $(0,2)$，

所以 $2=-2\times 0+b$，解得 $b=2$，

所以 $ab=-8$，

故选：***B***

【点睛】

本题主要考查了导数的几何意义，切线方程，属于中档题.

5、**C**

【解析】

利用复数的除法运算法则进行化简,再由复数模的定义求解即可.

【详解】

因为 $(1+i)\cdot z=1-i$,

所以 $z=\dfrac{1-i}{1+i}=\dfrac{(1-i)^2}{(1+i)\cdot(1-i)}=-i$,

由复数模的定义知,$|z|=\sqrt{(-1)^2}=1$.

故选:**C**

【点睛】

本题考查复数的除法运算法则和复数的模;考查运算求解能力;属于基础题.

6、**D**

【解析】

利用定积分计算出矩形 $OABC$ 中位于曲线 $y=e^x$ 上方区域的面积，进而利用几何概型的概率公式得出关于 e 的等式，

解出 e 的表达式即可.

【详解】

在函数 $y=e^x$ 的解析式中，令 $x=1$，可得 $y=e$，则点 $B(1,e)$，直线 BC 的方程为 $y=e$，

矩形 $OABC$ 中位于曲线 $y=e^x$ 上方区域的面积为 $S=\int_0^1\left(e-e^x\right)dx=\left(ex-e^x\right)\Big|_0^1=1$，

矩形 $OABC$ 的面积为 $1\times e=e$，

由几何概型的概率公式得 $\dfrac{N}{M}=\dfrac{1}{e}$，所以，$e=\dfrac{M}{N}$.

故选：D.

【点睛】

本题考查利用随机模拟的思想估算 e 的值，考查了几何概型概率公式的应用，同时也考查了利用定积分计算平面区域的面积，考查计算能力，属于中等题.

7、C

【解析】

根据 $f\left(x\right)$ 的零点和最值点列方程组，求得 ω,φ 的表达式（用 k 表示），根据 $f\left(x_1\right)$ 在 $\left(\dfrac{\pi}{15},\dfrac{\pi}{5}\right)$ 上有且只有一个最大值，求得 ω 的取值范围，求得对应 k 的取值范围，由 k 为整数对 k 的取值进行验证，由此求得 ω 的最大值.

【详解】

由题意知 $\begin{cases}-\dfrac{\pi}{3}\omega+\varphi=k_1\pi,\\ \dfrac{\pi}{3}\omega+\varphi=k_2\pi+\dfrac{\pi}{2},\end{cases}$ $k_1,k_2\in Z$，则 $\begin{cases}\omega=\dfrac{3\left(2k+1\right)}{4},\\ \varphi=\dfrac{\left(2k'+1\right)\pi}{4},\end{cases}$ 其中 $k=k_1-k_2$，$k'=k_2+k_1$.

又 $f\left(x_1\right)$ 在 $\left(\dfrac{\pi}{15},\dfrac{\pi}{5}\right)$ 上有且只有一个最大值，所以 $\dfrac{\pi}{5}-\dfrac{\pi}{15}=\dfrac{2\pi}{15}\le 2T$，得 $0<\omega\le 30$，即 $\dfrac{3\left(2k+1\right)}{4}\le 30$，所以 $k\le 19.5$，又 $k\in Z$，因此 $k\le 19$.

①当 $k=19$ 时，$\omega=\dfrac{117}{4}$，此时取 $\varphi=\dfrac{3\pi}{4}$ 可使 $\begin{cases}-\dfrac{\pi}{3}\omega+\varphi=k_1\pi,\\ \dfrac{\pi}{3}\omega+\varphi=k_2\pi+\dfrac{\pi}{2},\end{cases}$ 成立，当 $x\in\left(\dfrac{\pi}{15},\dfrac{\pi}{5}\right)$ 时，

$\dfrac{117}{4}x+\dfrac{3\pi}{4}\in\left(2.7\pi,6.6\pi\right)$，所以当 $\dfrac{117}{4}x_1+\dfrac{3\pi}{4}=4.5\pi$ 或 6.5π 时，$f\left(x_1\right)=3$ 都成立，舍去；

②当 $k=18$ 时，$\omega=\dfrac{111}{4}$，此时取 $\varphi=\dfrac{\pi}{4}$ 可使 $\begin{cases}-\dfrac{\pi}{3}\omega+\varphi=k_1\pi,\\ \dfrac{\pi}{3}\omega+\varphi=k_2\pi+\dfrac{\pi}{2},\end{cases}$ 成立，当 $x\in\left(\dfrac{\pi}{15},\dfrac{\pi}{5}\right)$ 时，$\dfrac{111}{4}x+\dfrac{\pi}{4}\in\left(2.1\pi,5.8\pi\right)$，

所以当 $\dfrac{111}{4}x_1+\dfrac{\pi}{4}=2.5\pi$ 或 4.5π 时，$f\left(x_1\right)=3$ 都成立，舍去；