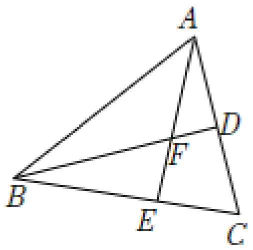
挑战2023年中考数学选择、填空压轴真题汇编

! # $ % & ’ ( ) * + , - .

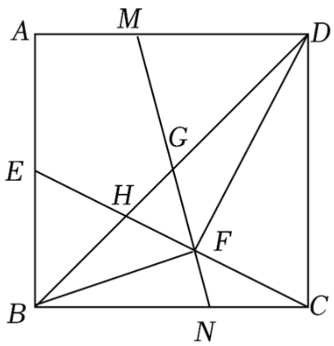
一．平行线分线段成比例（共1小题）

1．（2023•襄阳）如图，在△ABC中，D是AC的中点，△ABC的角平分线AE交BD于点F，若BF：FD＝3：1，AB+BE＝$3\sqrt{3}$，则△ABC的周长为 _____．

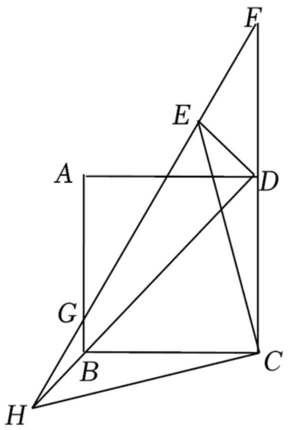


二．相似三角形的性质和判定

2．（2023•鞍山）如图，在正方形$ABCD$中，点E为AB的中点，CE，BD交于点H，$DF\perp CE$于点F，FM平分$\angle DFE$，分别交AD，BD于点M，G，延长MF交BC于点N，连接BF．下列结论：①$\tan\angle CDF=\frac{1}{2}$；②$S_{\triangle EBH}$：$S_{\triangle DHF}$＝3：4；③$MG$：$GF$：$FN$＝5：3：2；④△$BEF$∽△$HCD$．其中正确的是 _____．（填序号即可）．



3．（2023•眉山）如图，四边形$ABCD$为正方形，将△EDC绕点C逆时针旋转90°至△HBC，点D，B，H在同一直线上，HE与AB交于点G，延长HE与CD的延长线交于点F，HB＝2，HG＝3．以下结论：①$\angle EDC$＝135°；②EC^2＝CD•CF；③HG＝EF；④$\sin\angle CED=\frac{\sqrt{2}}{3}$．其中正确结论的个数为（　　）



A．1 个　　　　B．2 个　　　　C．3 个　　　　D．4 个

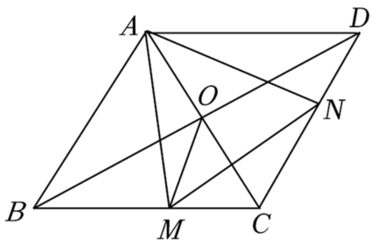
4．（2023•东营）如图，已知菱形 $ABCD$ 的边长为 2，对角线 AC、BD 相交于点 O，点 M，N 分别是边 BC、CD 上的动点，$\angle BAC=\angle MAN=60^\circ$，连接 MN、OM．以下四个结论正确的是（　　）

①$\triangle AMN$ 是等边三角形；

②MN 的最小值是$\sqrt{3}$；

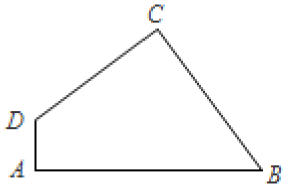
③当 MN 最小时 $S_{\triangle CMN}=\frac{1}{8}S_{\text{菱形}ABCD}$；

④当 $OM\perp BC$ 时，$OA^2=DN\cdot AB$．



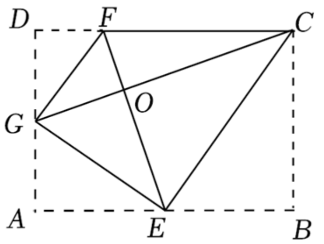
A．①②③　　B．①②④　　C．①③④　　D．①②③④

5．（2023•绍兴）将一张以 AB 为边的矩形纸片，先沿一条直线剪掉一个直角三角形，在剩下的纸片中，再沿一条直线剪掉一个直角三角形（剪掉的两个直角三角形相似），剩下的是如图所示的四边形纸片 $ABCD$，其中 $\angle A=90^\circ$，$AB=9$，$BC=7$，$CD=6$，$AD=2$，则剪掉的两个直角三角形的斜边长不可能是（　　）



A. $\frac{25}{2}$　　　　B. $\frac{45}{4}$　　　　C. 10　　　　D. $\frac{35}{4}$

6. （2023•连云港）如图，将矩形 $ABCD$ 沿着 GE、EC、GF 翻折，使得点 A、B、D 恰好都落在点 O 处，且点 G、O、C 在同一条直线上，同时点 E、O、F 在另一条直线上．小炜同学得出以下结论：①$GF\parallel EC$；②$AB=\frac{4\sqrt{3}}{5}AD$；③$GE=\sqrt{6}DF$；④$OC=2\sqrt{2}OF$；⑤$\triangle COF\backsim\triangle CEG$．其中正确的是（　　）



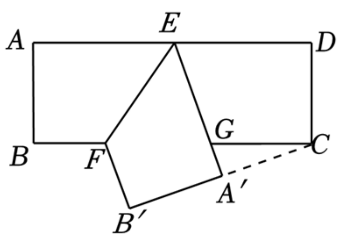
A. ①②③　　　　B. ①③④　　　　C. ①④⑤　　　　D. ②③④

7. （2023•遂宁）如图，正方形 $ABCD$ 与正方形 $BEFG$ 有公共顶点 B，连接 EC、GA，交于点 O，GA 与 BC 交于点 P，连接 OD、OB，则下列结论一定正确的是（　　）

①$EC\perp AG$；②$\triangle OBP\backsim\triangle CAP$；③$OB$ 平分 $\angle CBG$；④$\angle AOD=45^\circ$；

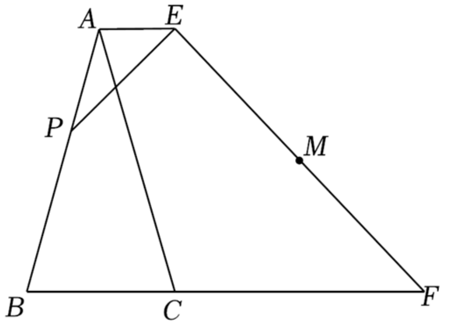
A. ①③　　　　B. ①②③　　　　C. ②③　　　　D. ①②④

8. （2023•金华）如图是一张矩形纸片 $ABCD$，点 E 为 AD 中点，点 F 在 BC 上，把该纸片沿 EF 折叠，点 A，B 的对应点分别为 A'，B'，$A'E$ 与 BC 相交于点 G，$B'A'$ 的延长线过点 C．若 $\frac{BF}{GC}=\frac{2}{3}$，则 $\frac{AD}{AB}$ 的值为（　　）



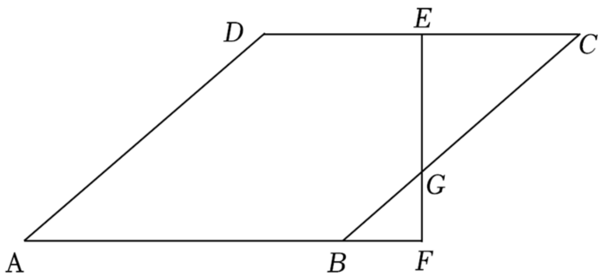
A. $2\sqrt{2}$　　　　B. $\frac{4\sqrt{10}}{5}$　　　　C. $\frac{20}{7}$　　　　D. $\frac{8}{3}$

9. （2023•乐山）如图，等腰$\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{3}$，$AB=AC$，$BC=2$．作 $AE\parallel BC$ 且 $AE=\frac{1}{2}BC$．点 P 是线段 AB 上一动点，连结 PE，过点 E 作 PE 的垂线交 BC 的延长线于点 F，M 是线段 EF 的中点．那么，当点 P 从 A 点运动到 B 点时，点 M 的运动路径长为（　　）



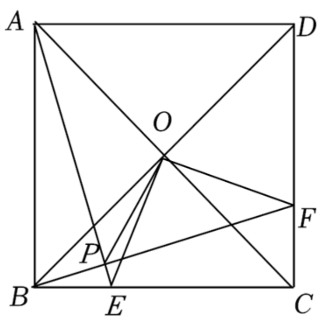
A．$\sqrt{3}$　　　　B．3　　　　C．$2\sqrt{3}$　　　　D．4

10．（2023•海南）如图，菱形 $ABCD$ 中，点 E 是边 CD 的中点，EF 垂直 AB 交 AB 的延长线于点 F，若 BF：CE＝1：2，$EF=\sqrt{7}$，则菱形 $ABCD$ 的边长是（　　）



A．3　　　　B．4　　　　C．5　　　　D．$\frac{4}{5}\sqrt{7}$

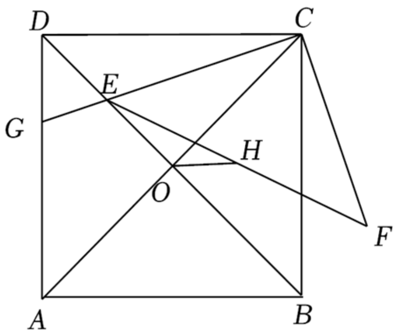
11．（2023•黑龙江）如图，正方形 $ABCD$ 的对角线 AC，BD 相交于点 O，点 F 是 CD 上一点，$OE\perp OF$ 交 BC 于点 E，连接 AE，BF 交于点 P，连接 OP．则下列结论：①$AE\perp BF$；②$\angle OPA=45°$；③$AP-BP=\sqrt{2}OP$；④若 BE：CE＝2：3，则 $\tan\angle CAE=\frac{4}{7}$；⑤四边形 $OECF$ 的面积是正方形 $ABCD$ 面积的$\frac{1}{4}$．其中正确的结论是（　　）



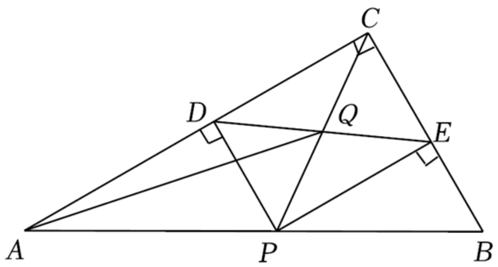
A．①②④⑤　B．①②③⑤　　C．①②③④　　D．①③④⑤

12．（2023•辽宁）如图，在正方形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 相交于点 O，点 E 是 OD 的中点，连接 CE 并延长交 AD 于点 G，将线段 CE 绕点 C

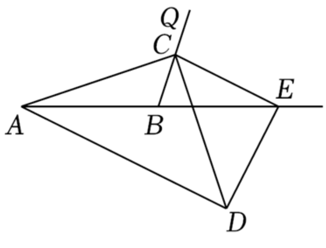
逆时针旋转 90° 得到 CF，连接 EF，点 H 为 EF 的中点．连接 OH，则$\frac{GE}{OH}$的值为 ______．



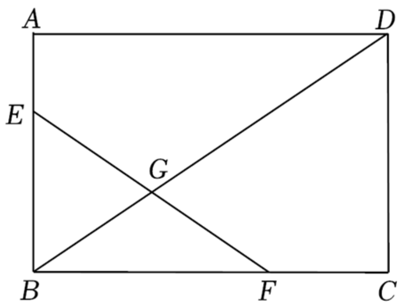
13．（2023•辽宁）如图，在 Rt△ABC 中，∠ACB＝90°，∠B＝60°，BC＝2，点 P 为斜边 AB 上的一个动点（点 P 不与点 A、B 重合），过点 P 作 PD⊥AC，PE⊥BC，垂足分别为点 D 和点 E，连接 DE，PC 交于点 Q，连接 AQ，当△APQ 为直角三角形时，AP 的长是 ______．



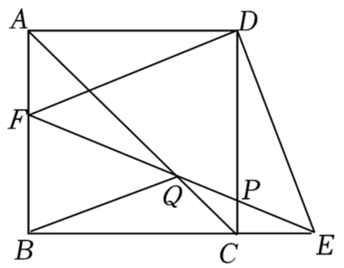
14．（2023•绍兴）如图，AB＝10，点 C 是射线 BQ 上的动点，连结 AC，作 CD⊥AC，CD＝AC，动点 E 在 AB 延长线上，tan∠QBE＝3，连结 CE，DE，当 CE＝DE，CE⊥DE 时，BE 的长是 _____．



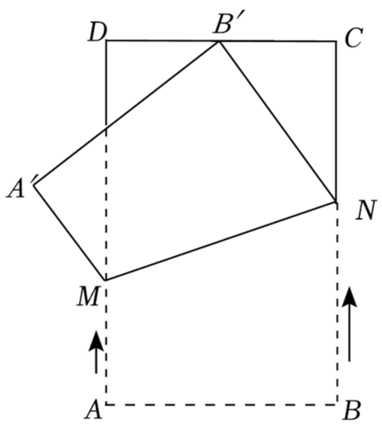
15．（2023•甘肃）如图，在矩形 $ABCD$ 中，AB＝6cm，BC＝9cm，点 E，F 分别在边 AB，BC 上，AE＝2cm，BD，EF 交于点 G，若 G 是 EF 的中点，则 BG 的长为 ______cm．



16．（2023•新疆）如图，四边形 $ABCD$ 是正方形，点 E 在边 BC 的延长线上，点 F 在边 AB 上，以点 D 为中心，将△DCE 绕点 D 顺时针旋转 90°与△DAF 恰好完全重合，连接 EF 交 DC 于点 P，连接 AC 交 EF 于点 Q，连接 BQ，若 $AQ\bullet DP=3\sqrt{2}$，则 $BQ=$____.



17．（2023•苏州）如图，在矩形 $ABCD$ 中，$\frac{AB}{BC}=\frac{2}{3}$．动点 M 从点 A 出发，沿边 AD 向点 D 匀速运动，动点 N 从点 B 出发，沿边 BC 向点 C 匀速运动，连接 MN．动点 M，N 同时出发，点 M 运动的速度为 v_1，点 N 运动的速度为 v_2，且 $v_1<v_2$．当点 N 到达点 C 时，M，N 两点同时停止运动．在运动过程中，将四边形 $MABN$ 沿 MN 翻折，得到四边形 $MA'B'N$．若在某一时刻，点 B 的对应点 B' 恰好与 CD 的中点重合，则 $\frac{v_1}{v_2}$ 的值为 ______.



18．（2023•湖北）如图1，在△*ABC*中，∠*B*＝36°，动点*P*从点*A*出发，沿折线*A*→*B*→*C*匀速运动至点*C*停止．若点*P*的运动速度为1*cm/s*，设点*P*的运动时间为*t*（*s*），*AP*的长度为*y*（*cm*），*y*与*t*的函数图象如图2所示．当*AP*恰好平分∠*BAC*时*t*的值为 _____．

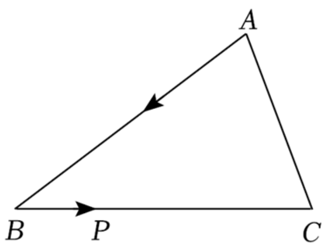


图1

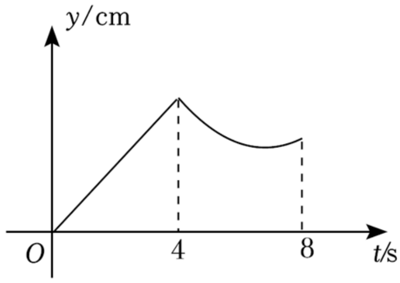


图2

19．（2023•随州）如图1，在矩形*ABCD*中，*AB*＝8，*AD*＝6，*E*，*F*分别为*AB*，*AD*的中点，连接*EF*．如图2，将△*AEF*绕点*A*逆时针旋转角θ（0°＜θ＜90°），使*EF*⊥*AD*，连接*BE*并延长交*DF*于点*H*．则∠*BHD*的度数为 ____，*DH*的长为 ______．

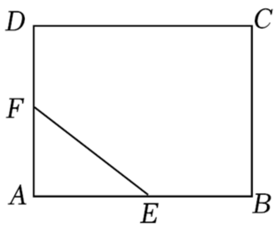


图1

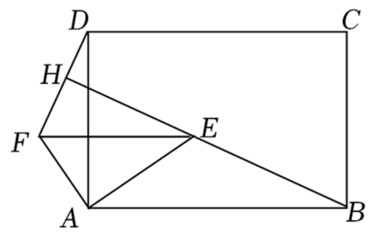


图2

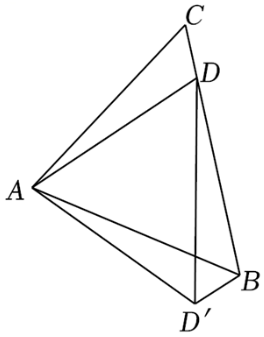
20．（2023•娄底）如图，已知等腰△*ABC*的顶角∠*BAC*的大小为θ，点*D*为边*BC*上的动点（与*B*、*C*不重合），将*AD*绕点*A*沿顺时针方向旋转θ角度时点*D*落在*D*′处，连接*BD*′．给出下列结论：

①△*ACD*≌△*ABD*′；

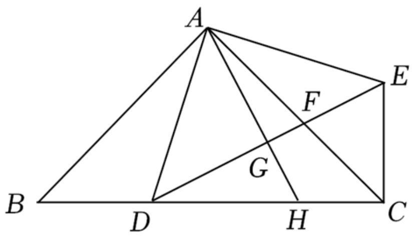
②△*ACB*∽△*ADD*′；

③当*BD*＝*CD*时，△*ADD*′的面积取得最小值．

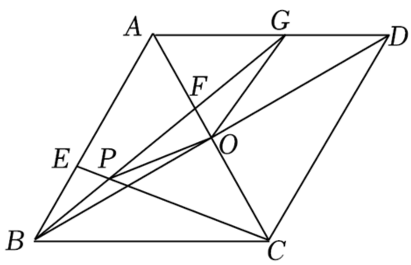
其中正确的结论有 ______（填结论对应的应号）．



21．（2023•牡丹江）如图，在等腰直角三角形 ABC 和等腰直角三角形 ADE 中，$\angle BAC=\angle DAE=90°$，点 D 在 BC 边上，DE 与 AC 相交于点 F，$AH\perp DE$，垂足是 G，交 BC 于点 H．下列结论中：①$AC=CD$；②$\sqrt{2}AD^2=BC\cdot AF$；③若 $AD=3\sqrt{5}$，$DH=5$，则 $BD=3$；④$AH^2=DH\cdot AC$，正确的是 ____．



22．（2023•丹东）如图，四边形 $ABCD$ 是边长为 6 的菱形，$\angle ABC=60°$，对角线 AC 与 BD 交于点 O，点 E，F 分别是线段 AB，AC 上的动点（不与端点重合），且 $BE=AF$，BF 与 CE 交于点 P，延长 BF 交边 AD（或边 CD）于点 G，连接 OP，OG，则下列结论：①$\triangle ABF\cong\triangle BCE$；②当 $BE=2$ 时，$\triangle BOG$ 的面积与四边形 $OCDG$ 面积之比为 1：3；③当 $BE=4$ 时，BE：$CG=2$：1；④线段 OP 的最小值为 $2\sqrt{5}-2\sqrt{3}$．其中正确的是 ______．（请填写序号）



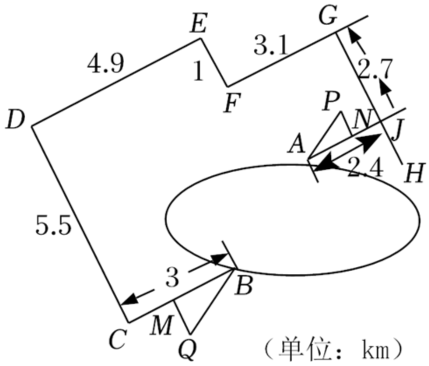
三．相似三角形的应用

23．（2023•衢州）希腊数学家海伦给出了挖掘直线隧道的方法：如图，A，B 是两侧山脚的入口，从 B 出发任作线段 BC，过 C 作 $CD\perp BC$，然后依次作垂线段 DE，EF，FG，GH，直到接近 A 点，作 $AJ\perp GH$ 于点 J．每条线段可测量，长度如图所示．分别在 BC，AJ 上任选点 M，N，作 $MQ\perp BC$，$NP\perp AJ$

，使得$\frac{PN}{AN}=\frac{QM}{BM}=k$，此时点 P，A，B，Q 共线．挖隧道时始终能看见 P，Q 处的标志即可．

（1）$CD-EF-GJ=$__km．

（2）$k=$_____．



（单位：km）

24．（2023•温州）如图是某风车示意图，其相同的四个叶片均匀分布，水平地面上的点 M 在旋转中心 O 的正下方．某一时刻，太阳光线恰好垂直照射叶片 OA，OB，此时各叶片影子在点 M 右侧成线段 CD，测得 $MC=8.5m$，$CD=13m$，垂直于地面的木棒 EF 与影子 FG 的比为 2：3，则点 O，M 之间的距离等

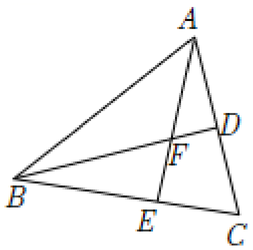
于 ____米．转动时，叶片外端离地面的最大高度等于 ____米．

挑战 2023 年中考数学选择、填空压轴真题汇编

! # $ % & ’ ( ) * + , - .

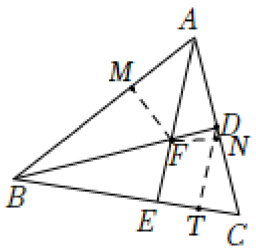
一．平行线分线段成比例（共 1 小题）

1．（2023•襄阳）如图，在△ABC 中，D 是 AC 的中点，△ABC 的角平分线 AE 交 BD 于点 F，若 BF：FD＝3：1，$AB+BE$＝$3\sqrt{3}$，则△ABC 的周长为 ____.



答案:$5\sqrt{3}$

【解答】解：如图，过点 F 作 $FM\perp AB$ 于点 M，$FN\perp AC$ 于点 N，过点 D 作 $DT\parallel AE$ 交 BC 于点 T.



∵AE 平分∠BAC，$FM\perp AB$，$FN\perp AC$，

∴FM＝FN，

∴$\frac{S_{\triangle ABF}}{S_{\triangle ADF}}=\frac{BF}{DF}=\frac{\frac{1}{2}\cdot AB\cdot FM}{\frac{1}{2}\cdot AD\cdot FN}=3$，

∴AB＝$3AD$，

设 AD＝DC＝a，则 AB＝$3a$，

∵AD＝DC，$DT\parallel AE$，

∴ET＝CT，

∴$\frac{BE}{ET}=\frac{BF}{DF}=3$，

设 ET＝CT＝b，则 BE＝$3b$，

∵$AB+BE=3\sqrt{3}$，

∴$3a+3b=3\sqrt{3}$，

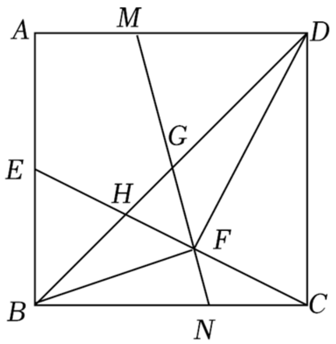
∴$a+b=\sqrt{3}$，

∴△*ABC* 的周长＝$AB+AC+BC=5a+5b=5\sqrt{3}$，

故答案为：$5\sqrt{3}$．

二．相似三角形的性质和判定

2．（2023•鞍山）如图，在正方形 *ABCD* 中，点 *E* 为 *AB* 的中点，*CE*，*BD* 交于点 *H*，*DF*⊥*CE* 于点 *F*，*FM* 平分∠*DFE*，分别交 *AD*，*BD* 于点 *M*，*G*，延长 *MF* 交 *BC* 于点 *N*，连接 *BF*．下列结论：①$\tan\angle CDF=\frac{1}{2}$；②$S_{\triangle EBH}$：$S_{\triangle DHF}$＝3：4；③*MG*：*GF*：*FN*＝5：3：2；④△*BEF*∽△*HCD*．其中正确的是 _____．（填序号即可）．



答案:①③④

【解答】解：如图，过点 *G* 作 *GQ*⊥*DF* 于点 *Q*，*GP*⊥*EF* 于点 *P*．设正方形 *ABCD* 的边长为 $2a$．

∵四边形 *ABCD* 是正方形，

∴∠*ABC*＝∠*BCD*＝90°，

∵*AE*＝*EB*＝*a*，*BC*＝$2a$，

∴$\tan\angle ECB=\frac{EB}{CB}=\frac{1}{2}$，

∵*DF*⊥*CE*，

∴∠*CFD*＝90°，

∴∠*ECB*+∠*DCF*＝90°，

∵∠*DCF*+∠*CDF*＝90°，

∴∠*CDF*＝∠*ECB*，

$\therefore \tan\angle CDF=\frac{1}{2}$，故①正确，

$\because BE\parallel CD$，

$\therefore \frac{EH}{CH}=\frac{BH}{DH}=\frac{EB}{CD}=\frac{1}{2}$，

$\because EC=\sqrt{BE^2+CB^2}=\sqrt{a^2+(2a)^2}=\sqrt{5}a$，$BD=\sqrt{2}CB=2\sqrt{2}a$，

$\therefore EH=\frac{1}{3}EC=\frac{\sqrt{5}}{3}a$，$BH=\frac{1}{3}BD=\frac{2\sqrt{2}}{3}a$，$DH=\frac{2}{3}BD=\frac{4\sqrt{2}}{3}a$，

在 Rt△CDF 中，$\tan\angle CDF=\frac{CF}{DF}=\frac{1}{2}$，$CD=2a$，

$\therefore CF=\frac{2\sqrt{5}}{5}a$，$DF=\frac{4\sqrt{5}}{5}a$，

$\therefore HF=CE-EH-CF=\sqrt{5}a-\frac{\sqrt{5}}{3}a-\frac{2\sqrt{5}}{5}a=\frac{4\sqrt{5}}{15}a$，

$\therefore S_{\triangle DFH}=\frac{1}{2}\cdot FH\cdot DF=\frac{1}{2}\times\frac{4\sqrt{5}}{15}a\times\frac{4\sqrt{5}}{5}a=\frac{8}{15}a^2$，

$\because S_{\triangle BEH}=\frac{1}{3}S_{\triangle ECB}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times a\times 2a=\frac{1}{3}a^2$，

$\therefore S_{\triangle EBH}:S_{\triangle DHF}=\frac{1}{3}a^2:\frac{8}{15}a^2=5:8$，故②错误．

$\because FM$ 平分$\angle DFE$，$GQ\perp EF$，$GP\perp FE$，

$\therefore GQ=GP$，

$\because \frac{S_{\triangle FGH}}{S_{\triangle FDG}}=\frac{\frac{1}{2}\cdot HF\cdot GP}{\frac{1}{2}\cdot DF\cdot GQ}=\frac{GH}{DG}$，

$\therefore \frac{GH}{DG}=\frac{1}{3}$，

$\therefore DG=\frac{3}{4}DH=\sqrt{2}a$，

$\therefore BG=DG$，

$\because DM\parallel BN$，

$\therefore \frac{GM}{GN}=\frac{DG}{GB}=1$，

$\therefore GM=GN$，

$\because S_{\triangle DFH}=S_{\triangle FGH}+S_{\triangle FGD}$，

$\therefore \frac{1}{2}\times\frac{4\sqrt{5}}{15}a\times\frac{4\sqrt{5}}{5}a=\frac{1}{2}\times\frac{4\sqrt{5}}{15}\times GP+\frac{1}{2}\times\frac{4\sqrt{5}}{5}a\times GQ$，

$\therefore GP=GQ=\frac{\sqrt{5}}{5}a$，

$\therefore FG=\frac{\sqrt{10}}{5}a$，

过点 N 作 $NJ\perp CE$ 于点 J，设 $FJ=NJ=m$，则 $CJ=2m$，

$\therefore 3m=\frac{2\sqrt{5}}{5}a$，

$\therefore m=\frac{2\sqrt{5}}{15}a$，

$\therefore FN=\sqrt{2}m=\frac{2\sqrt{10}}{15}a$，

$\therefore MG=GN=GF+FN=\frac{\sqrt{10}}{5}a+\frac{2\sqrt{10}}{15}a=\frac{\sqrt{10}}{3}a$，

$\therefore MG$：GF：$FN=\frac{\sqrt{10}}{3}a$：$\frac{\sqrt{10}}{5}a$：$\frac{2\sqrt{10}}{15}a=5$：3：2，故③正确，

$\because AB\parallel CD$，

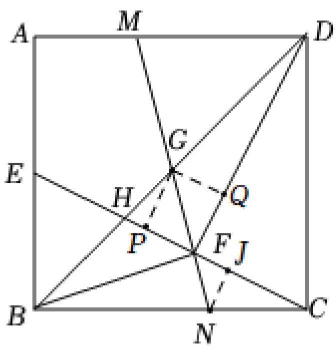
$\therefore \angle BEF=\angle HCD$，

$\because \frac{BE}{EF}=\frac{a}{\frac{3\sqrt{5}}{5}a}=\frac{\sqrt{5}}{3}$，$\frac{HC}{CD}=\frac{\frac{2\sqrt{5}}{3}a}{2a}=\frac{\sqrt{5}}{3}$，

$\therefore \frac{BE}{EF}=\frac{CH}{CD}$，

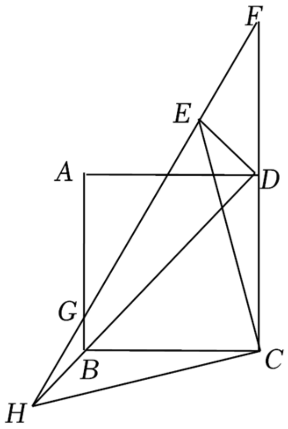
$\therefore \triangle BEF\backsim\triangle HCD$，故④正确．

故答案为：①③④．



3．（2023•眉山）如图，四边形 $ABCD$ 为正方形，将$\triangle EDC$ 绕点 C 逆时针旋转 90°至$\triangle HBC$，点 D，B，H 在同一直线上，HE 与 AB 交于点 G，延长 HE

与 CD 的延长线交于点 F，$HB=2$，$HG=3$．以下结论：①$\angle EDC=135°$；②$EC^2=CD\cdot CF$；③$HG=EF$；④$\sin\angle CED=\frac{\sqrt{2}}{3}$．其中正确结论的个数为（　　）



A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

答案:D

【解答】解：∵$\triangle EDC$ 旋转得到$\triangle HBC$，

∴$\angle EDC=\angle HBC$，

∵$ABCD$ 为正方形，D，B，H 在同一直线上，

∴$\angle HBC=180°-45°=135°$，

∴$\angle EDC=135°$，故①正确；

∵$\triangle EDC$ 旋转得到$\triangle HBC$，

∴$EC=HC$，$\angle ECH=90°$，

∴$\angle HEC=45°$，

∴$\angle FEC=180°-45°=135°$，

∵$\angle ECD=\angle ECF$，

∴$\triangle EFC\backsim\triangle DEC$，

∴$\frac{EC}{DC}=\frac{FC}{EC}$，

∴$EC^2=CD\cdot CF$，故②正确；

设正方形边长为 a，

∵$\angle GHB+\angle BHC=45°$，$\angle GHB+\angle HGB=45°$，

∴$\angle BHC=\angle HGB=\angle DEC$，

∵$\angle GBH=\angle EDC=135°$，

∴△GBH∽△EDC，

∴$\frac{DC}{HB}=\frac{EC}{HG}$，即，

∵△HEC 是等腰直角三角形，

∴，

∵∠GHB=∠FHD，∠GBH=∠HDF=135°，

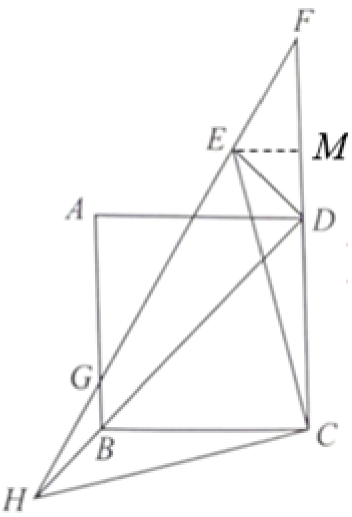
∴△HBG∽△HDF，

∴$\frac{HB}{HD}=\frac{HG}{HF}$，即$\frac{2}{2+\sqrt{2}a}=\frac{3}{\frac{3\sqrt{2}a}{2}+EF}$，解得：$EF$=3，

∵HG=3，

∴HG=EF，故③正确；

过点 E 作 EM⊥FD 交 FD 于点 M，



∴∠EDM=45°，

∵ED=HB=2，

∴$MD=ME=\sqrt{2}$，

∵EF=3，

∴$\sin\angle EFC=\frac{ME}{EF}=\frac{\sqrt{2}}{3}$，

∵∠DEC+∠DCE=45°，∠EFC+∠DCE=45°，

∴∠DEC=∠EFC，

∴$\sin\angle DEC=\sin\angle EFC=\frac{ME}{EF}=\frac{\sqrt{2}}{3}$，故④正确

综上所述：正确结论有 4 个，

故选：D．

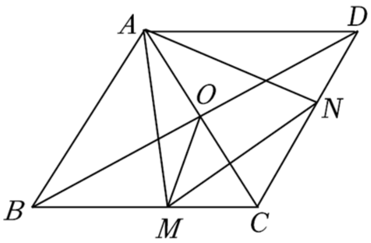
4．（2023•东营）如图，已知菱形 $ABCD$ 的边长为 2，对角线 AC、BD 相交于点 O，点 M，N 分别是边 BC、CD 上的动点，$\angle BAC=\angle MAN=60°$，连接 MN、OM．以下四个结论正确的是（　　）

①$\triangle AMN$ 是等边三角形；

②MN 的最小值是$\sqrt{3}$；

③当 MN 最小时 $S_{\triangle CMN}=\frac{1}{8}S_{菱形ABCD}$；

④当 $OM\perp BC$ 时，$OA^2=DN\cdot AB$．



A．①②③　　B．①②④　　C．①③④　　D．①②③④

答案:D

【解答】解：∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴$AB=CB=AD=CD$，$AB\parallel CD$，$AC\perp BD$，$OA=OC$，

∴$\angle BAC=\angle ACD=60°$，

∴$\triangle ABC$ 和$\triangle ADC$ 都是等边三角形，

∴$\angle ABM=\angle ACN=60°$，$AB=AC$，

∵$\angle MAN=60°$，

∴$\angle BAM=\angle CAN=60°-\angle CAM$，

∴$\triangle BAM\cong\triangle CAN$（$ASA$），

∴$AM=AN$，

∴$\triangle AMN$ 是等边三角形，

故①正确；

当 $AM\perp BC$ 时，AM 的值最小，此时 MN 的值也最小，

∵$\angle AMB=90°$，$\angle ABM=60°$，$AB=2$，

∴$MN=AM=AB\cdot\sin60°=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$，

∴MN 的最小值是$\sqrt{3}$，

故②正确；

∵$AM\perp BC$ 时，MN 的值最小，此时 $BM=CM$，

∴$CN=BM=\frac{1}{2}CB=\frac{1}{2}CD$，

∴$DN=CN$，

∴$MN\parallel BD$，

∴$\triangle CMN\backsim\triangle CBD$，

∴$\frac{S_{\triangle CMN}}{S_{\triangle CBD}}=(\frac{CM}{CB})^2=(\frac{1}{2})^2=\frac{1}{4}$，

∴$S_{\triangle CMN}=\frac{1}{4}S_{\triangle CBD}$，

∵$S_{\triangle CBD}=\frac{1}{2}S_{\text{菱形}ABCD}$，

∴$S_{\triangle CMN}=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}S_{\text{菱形}ABCD}=\frac{1}{8}S_{\text{菱形}ABCD}$，

故③正确；

∵$CB=CD$，$BM=CN$，

∴$CB-BM=CD-CN$，

∴$CM=DN$，

∵$OM\perp BC$，

∴$\angle CMO=\angle COB=90°$，

∵$\angle OCM=\angle BCO$，

∴$\triangle OCM\backsim\triangle BCO$，

∴$\frac{CM}{OC}=\frac{OC}{CB}$，

∴$OC^2=CM\cdot CB$，

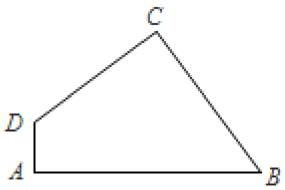
∴$OA^2=DN\cdot AB$，

故④正确，

故选：D.

5．（2023•绍兴）将一张以 AB 为边的矩形纸片，先沿一条直线剪掉一个直角三角形，在剩下的纸片中，再沿一条直线剪掉一个直角三角形（剪掉的两个直角三角形相似），剩下的是如图所示的四边形纸片 $ABCD$，其中 $\angle A=90°$，

$AB=9$，$BC=7$，$CD=6$，$AD=2$，则剪掉的两个直角三角形的斜边长不可能是（　　）



A. $\frac{25}{2}$　　B. $\frac{45}{4}$　　C. 10　　D. $\frac{35}{4}$

答案:A

【解答】解：如右图 1 所示，

由已知可得，$\triangle DFE\backsim\triangle ECB$，

则$\frac{DF}{EC}=\frac{FE}{CB}=\frac{DE}{EB}$，

设 $DF=x$，$CE=y$，

则$\frac{x}{y}=\frac{9}{7}=\frac{6+y}{2+x}$，

解得$\begin{cases}x=\frac{27}{4}\\y=\frac{21}{4}\end{cases}$，

∴$DE=CD+CE=6+\frac{21}{4}=\frac{45}{4}$，故选项 B 不符合题意；

$EB=DF+AD=\frac{27}{4}+2=\frac{35}{4}$，故选项 D 不符合题意；

如图 2 所示，

由已知可得，$\triangle DCF\backsim\triangle FEB$，

则$\frac{DC}{FE}=\frac{CF}{EB}=\frac{DF}{FB}$，

设 $FC=m$，$FD=n$，

则$\frac{6}{9}=\frac{m}{n+2}=\frac{n}{m+7}$，

解得$\begin{cases}m=8\\n=10\end{cases}$，

∴$FD=10$，故选项 C 不符合题意；

$BF=FC+BC=8+7=15$；

如图 3 所示：

此时两个直角三角形的斜边长为 6 和 7；

故选：A．

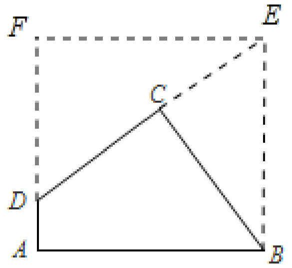
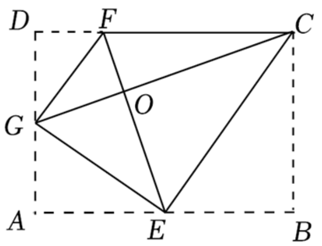


图1

6．（2023•连云港）如图，将矩形 $ABCD$ 沿着 GE、EC、GF 翻折，使得点 A、B、D 恰好都落在点 O 处，且点 G、O、C 在同一条直线上，同时点 E、O、F 在另一条直线上．小炜同学得出以下结论：①$GF\parallel EC$；②$AB=\frac{4\sqrt{3}}{5}AD$；③$GE=\sqrt{6}DF$；④$OC=2\sqrt{2}OF$；⑤$\triangle COF\backsim\triangle CEG$．其中正确的是（　　）



A．①②③　　B．①③④　　C．①④⑤　　D．②③④

答案:B

【解答】解：由折叠性质可得：$DG=OG=AG$，$AE=OE=BE$，$OC=BC$，

$\angle DGF=\angle FGO$，$\angle AGE=\angle OGE$，$\angle AEG=\angle OEG$，$\angle OEC=\angle BEC$，

$\therefore\angle FGE=\angle FGO+\angle OGE=90^\circ$，$\angle GEC=\angle OEG+\angle OEC=90^\circ$，

$\therefore\angle FGE+\angle GEC=180^\circ$，

$\therefore GF\parallel CE$，故①正确；

设 $AD=2a$，$AB=2b$，则 $DG=OG=AG=a$，$AE=OE=BE=b$，

$\therefore CG=OG+OC=3a$，

在 Rt$\triangle CGE$ 中，$CG^2=GE^2+CE^2$，

$(3a)^2=a^2+b^2+b^2+(2a)^2$，

解得：$b=\sqrt{2}a$，

∴$AB=\sqrt{2}AD$，故②错误；

在 Rt△COF 中，设 $OF=DF=x$，则 $CF=2b-x=2\sqrt{2}a-x$，

∴$x^2+(2a)^2=(2\sqrt{2}a-x)^2$，

解得：$x=\frac{\sqrt{2}}{2}a$，

∴$\sqrt{6}DF=\sqrt{6}\times\frac{\sqrt{2}}{2}a=\sqrt{3}a$，$2\sqrt{2}OF=2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}a=2a$，

在 Rt△AGE 中，$GE=\sqrt{AG^2+AE^2}=\sqrt{3}a$，

∴$GE=\sqrt{6}DF$，$OC=2\sqrt{2}OF$，故③④正确；

无法证明∠FCO=∠GCE，

∴无法判断△COF∽△CEG，故⑤错误；

综上，正确的是①③④，

故选：B．

7．（2023•遂宁）如图，正方形 $ABCD$ 与正方形 $BEFG$ 有公共顶点 B，连接 EC、GA，交于点 O，GA 与 BC 交于点 P，连接 OD、OB，则下列结论一定正确的是（　　）

①$EC\perp AG$；②△OBP∽△CAP；③OB 平分∠CBG；④∠$AOD=45°$；

A．①③　　B．①②③　　C．②③　　D．①②④

答案:D

【解答】解：∵四边形 $ABCD$、四边形 $BEFG$ 是正方形，

∴$AB=BC$，$BG=BE$，∠$ABC=90°$=∠GBE，

∴∠ABC+∠CBG=∠GBE+∠CBG，即∠ABG=∠EBC，

∴△ABG≌△CBE（SAS），

∴∠BAG=∠BCE，

∵∠BAG+∠$APB=90°$，

∴∠BCE+∠$APB=90°$，

∴∠BCE+∠$OPC=90°$，

∴∠$POC=90°$，

∴$EC\perp AG$，故①正确；

取 AC 的中点 K，如图：

在 Rt△AOC 中，K 为斜边 AC 上的中点，

∴$AK=CK=OK$，

在 Rt△ABC 中，K 为斜边 AC 上的中点，

∴$AK=CK=BK$，

∴$AK=CK=OK=BK$，

∴A、B、O、C 四点共圆，

∴$\angle BOA=\angle BCA$，

∵$\angle BPO=\angle CPA$，

∴△OBP∽△CAP，故②正确，

∵$\angle AOC=\angle ADC=90^\circ$，

∴$\angle AOC+\angle ADC=180^\circ$，

∴A、O、C、D 四点共圆，

∵$AD=CD$，

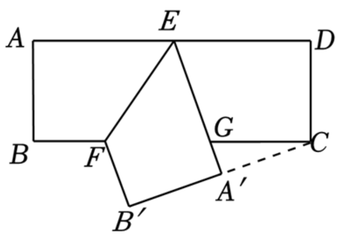
∴$\angle AOD=\angle DOC=45^\circ$，故④正确，

由已知不能证明 OB 平分$\angle CBG$，故③错误，

故正确的有：①②④，

故选：D.

8．（2023•金华）如图是一张矩形纸片 $ABCD$，点 E 为 AD 中点，点 F 在 BC 上，把该纸片沿 EF 折叠，点 A，B 的对应点分别为 A'，B'，$A'E$ 与 BC 相交于点 G，$B'A'$ 的延长线过点 C．若$\frac{BF}{GC}=\frac{2}{3}$，则$\frac{AD}{AB}$的值为（　　）



A．$2\sqrt{2}$　　　　B．$\frac{4\sqrt{10}}{5}$　　　　C．$\frac{20}{7}$　　　　D．$\frac{8}{3}$

答案:A

【解答】解：连接 FG，CA'，过点 G 作 $GT\perp AD$ 于点 T．设 $AB=x$，$AD=y$．