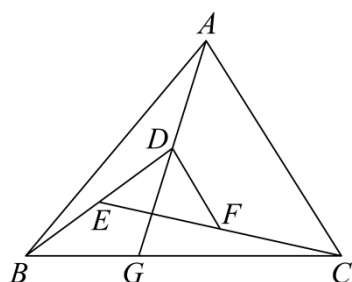


三角形全等易错题专练（最新名校期末真题）（解析版）

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

1. (2023·江苏泰州·七年级姜堰区实验初中校考阶段练习) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, G 是边 BC 上任意一点, D 、 E 、 F 分别是 AG 、 BD 、 CE 的中点, $S_{\triangle ABC} = 48$, 则 $S_{\triangle DEF}$ 的值为 ()

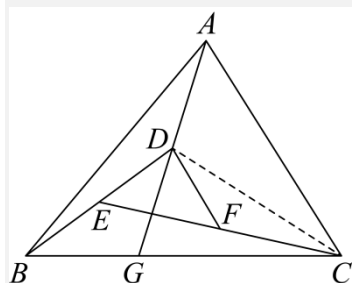


- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

【答案】C

【分析】 根据三角形的中线把三角形分成两个面积相等的三角形解答.

【详解】 解: 连接 CD , 如图所示:



$\because$ 点 D 是 AG 的中点,

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABG}, \quad S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} S_{\triangle AGC},$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} + S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = 24,$$

$$\therefore S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = 24,$$

$\because$ 点 E 是 BD 的中点,

$$\therefore S_{\triangle CDE} = \frac{1}{2} S_{\triangle BCD} = 12,$$

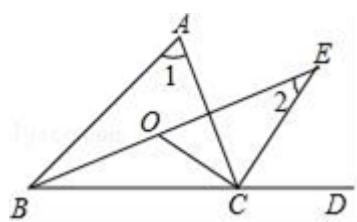
$\because$ 点 F 是 CE 的中点,

$$\therefore S_{VDEF} = \frac{1}{2} S_{VCDE} = 6.$$

故选：C.

【点睛】本题考查了三角形的面积，主要利用了三角形的中线把三角形分成两个面积相等的三角形，原理为等底等高的三角形的面积相等.

2. (2023·江苏·七年级阶段练习) 如图在 $\triangle ABC$ 中， BO ， CO 分别平分 $\angle ABC$ ， $\angle ACB$ ，交于 O ， CE 为外角 $\angle ACD$ 的平分线， BO 的延长线交 CE 于点 E ，记 $\angle BAC = \angle 1$ ， $\angle BEC = \angle 2$ ，则以下结论① $\angle 1 = 2\angle 2$ ，② $\angle BOC = 3\angle 2$ ，③ $\angle BOC = 90^\circ + \angle 1$ ，④ $\angle BOC = 90^\circ + \angle 2$ 正确的是 ()



A. ①②③

B. ①③④

C. ①④

D. ①②④

【答案】C

【分析】根据三角形内角和定理以及三角形角平分线的定义可得 $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle 1$ ，再结合三角形外角性质可得 $\angle ECD = \angle OBC + \angle 2$ ，从而可得 $\angle BOC = 90^\circ + \angle 2$ ，据此即可进行判断.

【详解】 $\because BO$ ， CO 分别平分 $\angle ABC$ ， $\angle ACB$ ，

$$\therefore \angle OBC = \frac{1}{2} \angle ABC, \angle OCB = \frac{1}{2} \angle ACB,$$

$$\because \angle ABC + \angle ACB + \angle 1 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle 1,$$

$$\therefore \angle OBC + \angle OCB = \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle ACB) = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle 1) = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle 1,$$

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - \angle OBC - \angle OCB = 180^\circ - (90^\circ - \frac{1}{2} \angle 1) = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle 1,$$

$$\because \angle ACD = \angle ABC + \angle 1, CE \text{ 平分 } \angle ACD,$$

$$\therefore \angle ECD = \frac{1}{2} \angle ACD = \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle 1),$$

$$\because \angle ECD = \angle OBC + \angle 2,$$

$$\therefore \angle 2 = \frac{1}{2} \angle 1, \text{ 即 } \angle 1 = 2\angle 2,$$

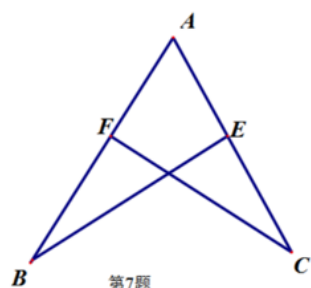
$$\therefore \angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle 1 = 90^\circ + \angle 2,$$

∴①④正确，②③错误，

故选 C.

【点睛】本题考查了三角形内角和定理、三角形外角的性质、三角形的角平分线等知识，熟练掌握相关的性质及定理、运用数形结合思想是解题的关键.

3. (2022 秋·山东泰安·七年级东平县实验中学学校考阶段练习) 如图所示，已知点 F、E 分别在 AB、AC 上，且 $AE=AF$ ，当满足下列条件仍无法确定的 $\triangle ABE \cong \triangle ACF$ 是 ()



A. $AB=AC$

B. $CF=BE$

C. $BF=CE$

D. $\angle B = \angle C$

【答案】B

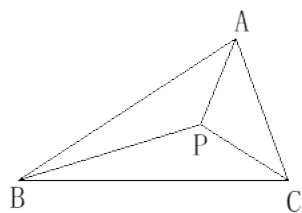
【分析】由条件隐含条件是公共角 $\angle A$, $AE=AF$, 然后再逐个添加条件，如果不符合判定法则，即为答案.

【详解】解：结合已知条件：可发现 A 选项满足 SAS; C 选项和已知条件 $AE=AF$ ，可说明 $AB=AC$, 满足 SAS 即 C 可以；B 选项添加条件后变为 SSA，但 SSA 不能证明三角形全等，故 B 错误；D 选项满足 ASA；

故选 B

【点睛】本题考查添加一个条件让三角形全等，SSA 不能证明三角形全等是解答本题的关键.

4. (2022 秋·山东泰安·七年级东平县实验中学学校考阶段练习) 如图，已知 P 是 $\triangle ABC$ 内任一点， $AB=12$ ， $BC=10$ ， $AC=6$ ，则 $PA+PB+PC$ 的值一定大于 ()



A. 14

B. 15

C. 16

D. 28

【答案】A

【分析】在三个三角形中分别利用三边关系列出三个不等式，相加后根据不等式的性质即可得到正确的结论.

【详解】解：如图所示，在 $\triangle ABP$ 中， $AP+BP>AB$ ，

同理： $BP+PC>BC$ ， $AP+PC>AC$ ，

以上三式左右两边分别相加得到：

$$2(PA+PB+PC)>AB+BC+AC,$$

$$\text{即 } PA+PB+PC>\frac{1}{2}(AB+BC+AC),$$

$$\therefore PA+PB+PC>\frac{1}{2}\times(12+10+6)=14,$$

$$\text{即 } PA+PB+PC>14$$

故选 A.

【点睛】本题主要考查的是三角形的三边关系，在三个三角形中分别利用三边关系列出三个不等式，相加后即可得到正确的结论；

5. (2022 春·河北邢台·七年级校考阶段练习) 若 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三边，则化简 $|a-b-c|-|b-a-c|$ 的结果是 ()

A. $2a-2b$

B. $2b-2a$

C. $2c$

D. 0

【答案】B

【分析】根据三角形的三边关系“任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边”，得到 $a-b-c<0$ ， $b-a-c<0$ ，再根据绝对值的性质进行化简计算.

【详解】根据三角形的三边关系，得

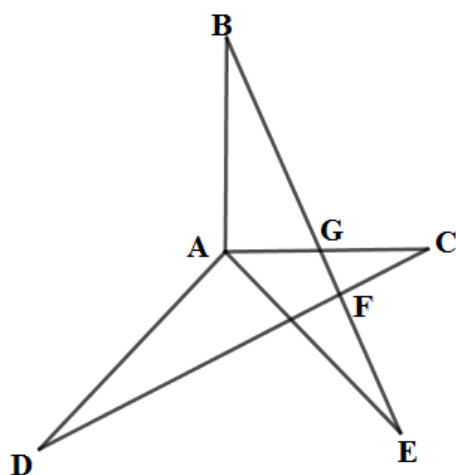
$$a-b-c<0, b-a-c<0$$

$$\therefore \text{原式} = -(a-b-c) - [-(b-a-c)] = -a+b+c+b-a-c = 2b-2a$$

故选 B.

【点睛】本题考查三角形三边关系和绝对值，解题的关键是熟练掌握三角形三边关系.

6. (2022 春·山东菏泽·七年级统考期末) 如图，已知 $AB\perp AC$ ， $AD\perp AE$ ， $AB=AC$ ， $AD=AE$ ，则 $\angle BFD$ 的度数是 ()



A. 60°

B. 90°

C. 45°

D. 120°

【答案】 B

【分析】 先证 $\triangle BAE \cong \triangle CAD$ ，得出 $\angle B = \angle C$ ，再证 $\angle CFB = \angle BAC = 90^\circ$ 即可.

【详解】 解： $\because AB \perp AC, AD \perp AE$,

$\therefore \angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$,

$\therefore \angle BAE = \angle CAD$,

在 $\triangle BAE$ 和 $\triangle CAD$ 中，

$$\begin{cases} BA = CA \\ \angle BAE = \angle CAD, \\ AE = AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle BAE \cong \triangle CAD$,

$\therefore \angle B = \angle C$,

$\because \angle BGA = \angle CGF$,

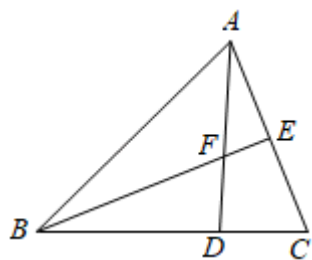
$\therefore \angle CFB = \angle BAC = 90^\circ$,

$\therefore \angle BFD = 90^\circ$,

故选：B.

【点睛】 本题考查了全等三角形的判定与性质，解题关键是确定全等三角形并通过 8 字型导角求出度数.

7. (2022 春·江苏徐州·七年级校考阶段练习) 如图，点 D, E 分别是 $\triangle ABC$ 边 BC, AC 上一点， $BD = 2CD, AE = CE$ ，连接 AD, BE 交于点 F ，若 $\triangle ABC$ 的面积为 18，则 $\triangle BDF$ 与 $\triangle AEF$ 的面积之差 $S_{\triangle BDF} - S_{\triangle AEF}$ 等于 ()



A. 3

B. $\frac{18}{5}$

C. $\frac{9}{2}$

D. 6

【答案】A

【分析】由 $\triangle ABC$ 的面积为18，根据三角形的面积公式和等积代换即可求得.

【详解】解： $\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot h_{BC} = \frac{1}{2}AC \cdot h_{AC} = 18$,

$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}(BD + CD) \cdot h_{BC} = \frac{1}{2}(AE + CE) \cdot h_{AC} = 18$,

$\because AE = CE = \frac{1}{2}AC$, $S_{\triangle AEB} = \frac{1}{2}AE \cdot h_{AC}$, $S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2}EC \cdot h_{AC}$,

$\therefore S_{\triangle AEB} = S_{\triangle CEB} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 18 = 9$,

$\therefore S_{\triangle AEF} + S_{\triangle ABF} = 9$ ①,

同理, $\because BD = 2CD$, $BD + CD = BC$,

$\therefore BD = \frac{2}{3}BC$, $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}BD \cdot h_{BC}$,

$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{2}{3}S_{\triangle ABC} = \frac{2}{3} \times 18 = 12$,

$\therefore S_{\triangle BDF} + S_{\triangle ABF} = 12$ ②,

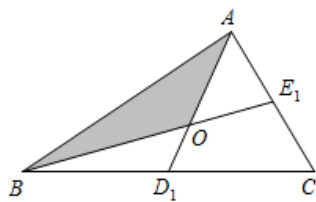
由①-②得: $S_{\triangle BDF} - S_{\triangle AEF} = (S_{\triangle BDF} + S_{\triangle ABF}) - (S_{\triangle AEF} + S_{\triangle ABF}) = 12 - 9 = 3$.

故选: A.

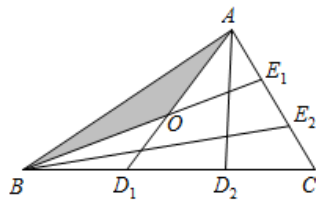
【点睛】本题主要考查三角形的面积及等积变换, 解答此题的关键是等积代换.

8. (2022 春·江苏无锡·七年级校考阶段练习) 设 $\triangle ABC$ 的面积为 a , 如图①将边 BC 、 AC 分别2等份, BE_1 、 AD_1 相交于点 O , $\triangle AOB$ 的面积记为 S_1 ; 如图②将边 BC 、 AC 分别3等份, BE_1 、 AD_1 相交于点 O , $\triangle AOB$ 的面积记为 S_2 ;,

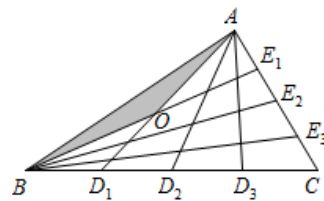
依此类推, 若 $S_5 = \frac{3}{11}$, 则 a 的值为 ()



图①



图②



图③

A. 1

B. 2

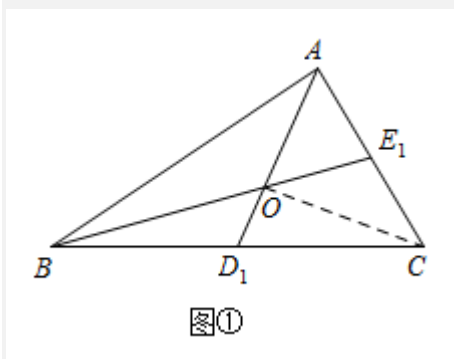
C. 6

D. 3

【答案】D

【分析】利用三角形的面积公式，求出前三个图形的面积，再得出规律，根据规律列出方程便可求得 a 。

【详解】解：在图①中，连接 OC ，



图①

Q $AE_1 = CE_1$, $BD_1 = CD_1$,

$$\therefore S_{\triangle OAE_1} = S_{\triangle OCE_1} , \quad S_{\triangle OBD_1} = S_{\triangle OCD_1} , \quad S_{\triangle ABE_1} = S_{\triangle ABD_1} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} a ,$$

Q $S_{\triangle OAE_1} = S_{\triangle ABE_1} - S_{\triangle OAB}$, $S_{\triangle OBD_1} = S_{\triangle ABD_1} - S_{\triangle OAB}$,

$$\therefore S_{\triangle OAE_1} = S_{\triangle OBD_1} ,$$

$$\therefore S_{\triangle OAE_1} = S_{\triangle OCE_1} = S_{\triangle OBD_1} = S_{\triangle OCD_1} ,$$

设 $S_{\triangle OAE_1} = S_{\triangle OCE_1} = S_{\triangle OBD_1} = S_{\triangle OCD_1} = x$, 则

$$\begin{cases} S_1 + x = \frac{1}{2} a \\ S_1 + 4x = a \end{cases} ,$$

$$\text{解得 } S_1 = \frac{1}{3} a ;$$

在图②中，连接 OE_2 、 OC 、 OD_2 ，



设 $S_{VOAE_1} = S_{VOE_1E_2} = S_{VOCE_2} = S_{VOBD_1} = S_{VOD_1D_2} = S_{V OCD_2} = x$ ，则

解得 $S_2 = \frac{1}{5}a$;

图③

设 $S_{VOAE_1} = S_{VOE_1E_2} = S_{VOE_2E_3} = S_{VOCE_3} = S_{VOBD_1} = S_{VOD_1D_2} = S_{VOD_2D_3} = S_{VODC_3} = x$ ，则

解得 $S_3 = \frac{1}{7}a$,

由可知, $S_n = \frac{1}{2n+1}a$,

$$Q S_5 = \frac{3}{11},$$

$$\therefore \frac{1}{2 \times 5 + 1} a = \frac{3}{11},$$

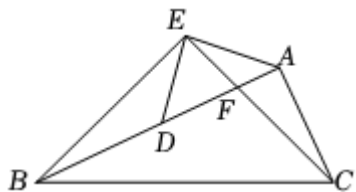
解得 $a=3$.

故选：D

【点睛】此题考查了三角形的面积公式，关键通过列方程组求得各个图形的面积，从中找出规律.

9. (2022春·陕西西安·七年级校考期末)如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 2AC$, 点D是线段AB的中点, 将一块锐角为 45° 的直角三角板按如图($\triangle ADE$)放置, 使直角三角板斜边的两个端点分别与A、D重合, 连接BE、CE, CE与AB交于点F. 下列判断正确的有 ()

- ① $\triangle ACE \cong \triangle DBE$; ② $BE \perp CE$; ③ $DE = DF$; ④ $S_{\triangle DEF} = S_{\triangle ACF}$



- A. ①② B. ①②③ C. ①②④ D. ①②③④

【答案】C

【分析】利用 $\triangle ADE$ 为等腰直角三角形得到 $\angle EAD = \angle EDA = 45^\circ$, $EA = ED$, 则 $\angle EAC = \angle EDB = 135^\circ$, 则可根据“SAS”判断 $\triangle ACE \cong \triangle DBE$ (SAS), 从而对①进行判断; 再利用 $\angle AEC = \angle DEB$ 证明 $\angle BEC = \angle DEA = 90^\circ$, 则可对②进行判断; 由于 $\angle DEF = 90^\circ - \angle BED = 90^\circ - \angle AEC$, $\angle DFE = \angle AFC = 90^\circ - \angle ACE$, 而 $AC = AD > AE$ 得到 $\angle AEC > \angle ACE$, 所以 $\angle DEF < \angle DFE$, 于是可对③进行判断; 由 $\triangle ACE \cong \triangle DBE$ 得到 $S_{\triangle ACE} = S_{\triangle DBE}$, 由 $BD = AD$ 得到 $S_{\triangle DAE} = S_{\triangle DBE}$, 所以 $S_{\triangle ACE} = S_{\triangle DAE}$, 从而可对④进行判断.

【详解】解: $\because AB = 2AC$, 点D是线段AB的中点,

$$\therefore BD = AD = AC,$$

$\triangle ADE$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore \angle EAD = \angle EDA = 45^\circ, \quad EA = ED,$$

$$\because \angle EAC = \angle EAD + \angle BAC = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ, \quad \angle EDB = 180^\circ - \angle EDA = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle EAC = \angle EDB,$$

在 $\triangle ACE$ 和 $\triangle DBE$ 中,

$$\begin{cases} EA = ED \\ \angle EAC = \angle EDB, \\ AC = DB \end{cases}$$

$\therefore \triangle ACE \cong \triangle DBE$ (SAS), 所以① 正确;

$$\therefore \angle AEC = \angle DEB,$$

$$\therefore \angle BEC = \angle BED + \angle DEC = \angle AEC + \angle DEC = \angle DEA = 90^\circ,$$

$\therefore BE \perp EC$, 所以② 正确;

$$\because \angle DEF = 90^\circ - \angle BED.$$

而 $\angle AEC = \angle DEB$,

$$\therefore \angle DEF = 90^\circ - \angle AEC,$$

$$\because \angle DFE = \angle AFC = 90^\circ - \angle ACE,$$

而 $AC = AD > AE$,

$$\therefore \angle AEC > \angle ACE,$$

$$\therefore \angle DEF < \angle DFE,$$

$\therefore DE > DF$, 所以③ 错误;

$$\because \triangle ACE \cong \triangle DBE,$$

$$\therefore S_{\triangle ACE} = S_{\triangle DBE},$$

$$\because BD = AD,$$

$$\therefore S_{\triangle DAE} = S_{\triangle DBE},$$

$$\therefore S_{\triangle ACE} = S_{\triangle DAE},$$

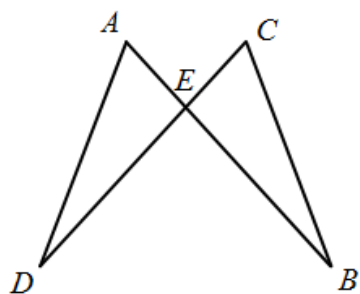
$$\therefore S_{\triangle DEF} = S_{\triangle ACF}, \text{ 所以④ 正确.}$$

故选: C.

【点睛】 本题考查全等三角形的判定: 熟练掌握全等三角形的 5 种判定方法是解决问题的关键.

10. (2022 秋·山东泰安·七年级校考阶段练习) 如图, AB, CD 相交于点 E, 且 $AB=CD$, 试添加一个条件使得 $\triangle ADE \cong \triangle CBE$. 现给出如下五个条件:

① $\angle A = \angle C$; ② $\angle B = \angle D$; ③ $AE = CE$; ④ $BE = DE$; ⑤ $AD = CB$. 其中符合要求有()



A. 2 个

B. 3 个

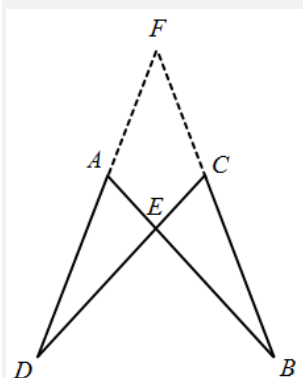
C. 4 个

D. 5 个

【答案】D

【分析】延长 DA、BC 使它们相较于点 F，首先根据 AAS 证明 $\triangle FAB \cong \triangle FCD$ ，然后根据全等三角形的性质即可得到 $AF=FC$ ， $FD=FB$ ，进而得到 $AD=BC$ ，即可证明 $\triangle ADE \cong \triangle CBE$ ，可判断①、②的正误；根据 SAS 证明 $\triangle ADE \cong \triangle CBE$ ，即判断③、④的正误；连接 BD，根据 SSS 证明 $\triangle ADB \cong \triangle CBD$ ，根据全等三角形的性质得到 $\angle A = \angle C$ ，结合①即可证明⑤。

【详解】延长 DA、BC 使它们相较于点 F



$\because \angle DAB = \angle DCB, \angle AED = \angle BEC$

$\therefore \angle B = \angle D$

又 $\because \angle F = \angle F, AB = CD$

$\therefore \triangle FAB \cong \triangle FCD$

$\therefore AF = FC, FD = FB$

$\therefore AD = BC$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CBE$ ，即①正确；

同理即可证明②正确；

$\because AE = CE, AB = CD$

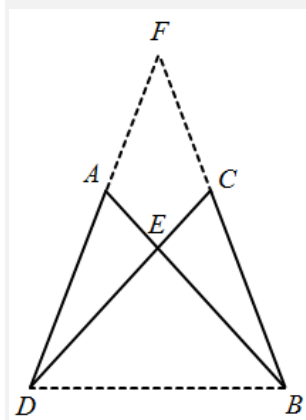
$\therefore DE = BE$

又 $\because \angle AED = \angle BEC$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CBE$, ③正确;

同理即可证明④正确;

连接 BD,



$\because AD=CB, AB=CD, BD=BD$

$\therefore \triangle ADB \cong \triangle CBD$

$\therefore \angle DAB = \angle BCD$

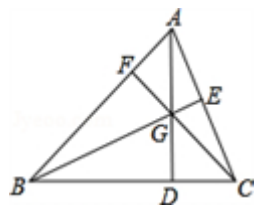
$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CBE$, ⑤正确;

故选 D.

【点睛】本题考查了三角形全等的判定方法, 主要包括: SSS、SAS、AAS、ASA, 难点在于添加辅助线来构造三角形全等, 关键在于应根据所给的条件判断应证明哪两个三角形全等.

二、填空题

11. (2023·江苏扬州·七年级校联考阶段练习) 如图, $\triangle ABC$ 中, 点 D、E、F 分别在三边上, E 是 AC 的中点, AD、BE、CF 交于一点 G, $BD=2DC$, $S_{\triangle GEC}=3$, $S_{\triangle GDC}=4$, 则 $\triangle ABC$ 的面积是_____.



【答案】30

【分析】由于 $BD=2DC$, 那么结合三角形面积公式可得 $S_{\triangle ABD}=2S_{\triangle ACD}$, 而 $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ABD}+S_{\triangle ACD}$, 可得出 $S_{\triangle ABC}=3S_{\triangle ACD}$, 而 E 是 AC 中点, 故有 $S_{\triangle AGE}=S_{\triangle CGE}$, 于是可求 $S_{\triangle ACD}$, 从而易求 $S_{\triangle ABC}$.

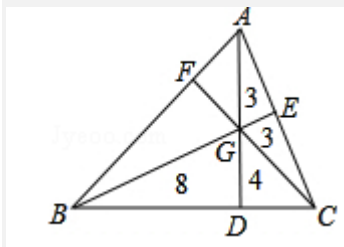
【详解】解：∵ $BD=2DC$ ，∴ $S_{\triangle ABD}=2S_{\triangle ACD}$ ，∴ $S_{\triangle ABC}=3S_{\triangle ACD}$ 。

∵ E 是 AC 的中点，∴ $S_{\triangle AGE}=S_{\triangle CGE}$ 。

又∵ $S_{\triangle GEC}=3$ ， $S_{\triangle GDC}=4$ ，∴ $S_{\triangle ACD}=S_{\triangle AGE}+S_{\triangle CGE}+S_{\triangle CGD}=3+3+4=10$ ，

∴ $S_{\triangle ABC}=3S_{\triangle ACD}=3\times 10=30$ 。

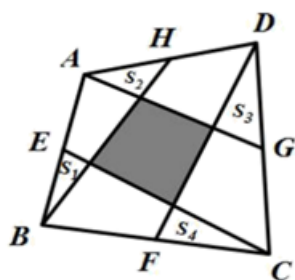
故答案为 30。



【点睛】本题考查了三角形的面积公式、三角形之间的面积加减计算。注意同底等高的三角形面积相等，面积相等、同高的三角形底相等。

12. (2023·江苏·七年级期末) 如图， E, F, G, H 分别为四边形 $ABCD$ 的边 AB, BC, CD, DA 的中点，并且图中四个小三角形的面积之和为 1，即

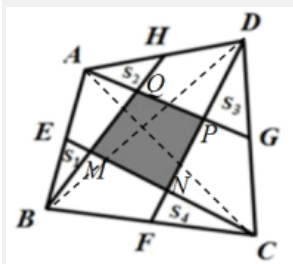
$S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = 1$ ，则图中阴影部分的面积为_____。



【答案】1

【分析】根据等底同高面积相等，找出面积相等的三角形并进行等量代换，得出 $S_1 + S_2 + S_3 + S_4$ 与阴影部分的面积关系，继而得出阴影部分的面积。

【详解】解：如图，连接 AC, BD ，



∵ E, F, G, H 分别为 AB, BC, CD, DA 的中点，

∴ $S_{\triangle BCE}=S_{\triangle ACE}$ ， $S_{\triangle ADG}=S_{\triangle ACG}$ ， $S_{\triangle ABH}=S_{\triangle DBH}$ ， $S_{\triangle CDF}=S_{\triangle BDF}$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。
如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/426144121201010141>