专题 1.3　解直角三角形的中考常考题专项训练（50 道）

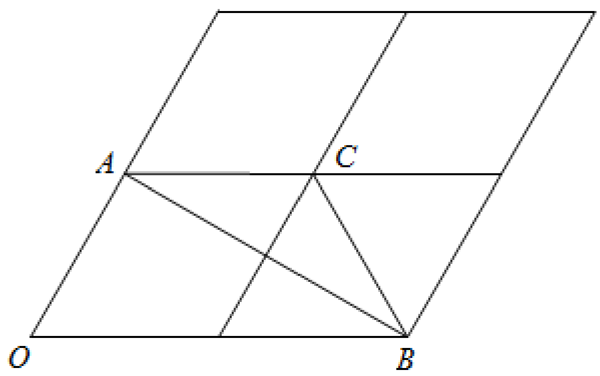
【北师大版】

考卷信息：

本套训练卷共 50 题，其中选择题 15 题，填空题 15 题，解答题 20 题．题型针对性较高，覆盖面广，选题有深度，涵盖了解直角三角形的中考常考题的综合问题的所有类型！

一、选择题（共 15 题）

1．（2022·湖北武汉·中考真题）由 4 个形状相同，大小相等的菱形组成如图所示的网格，菱形的顶点称为格点，点 A，B，C 都在格点上，$\angle O$=60°，则 tan$\angle ABC$=（　）

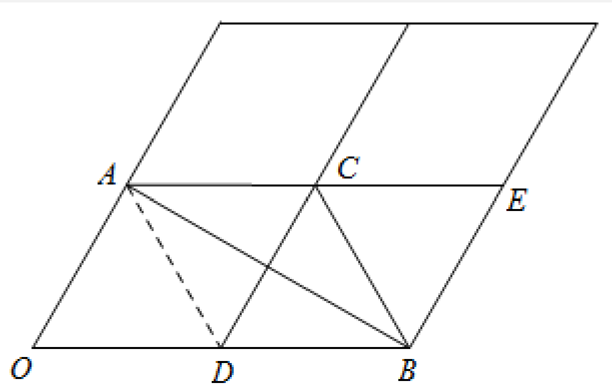


A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{2}$

【答案】C

【分析】证明四边形 $ADBC$ 为菱形，求得$\angle ABC$=30°，利用特殊角的三角函数值即可求解．

【详解】解：连接 AD，如图：



∵网格是有一个角 60°为菱形，

∴$\triangle AOD$、$\triangle BCE$、$\triangle BCD$、$\triangle ACD$ 都是等边三角形，

∴AD= BD= BC= AC，

∴四边形 $ADBC$ 为菱形，且∠DBC=60°，

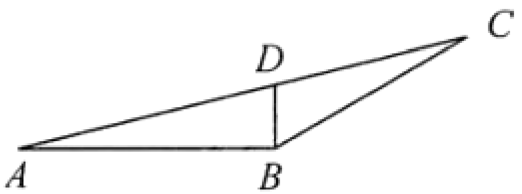
∴∠ABD=∠ABC=30°，

∴tan∠ABC= tan30°=$\frac{\sqrt{3}}{3}$.

故选：C.

【点睛】本题考查了菱形的判定和性质，特殊角的三角函数值，证明四边形 $ADBC$ 为菱形是解题的关键.

2．（2022·江苏连云港·中考真题）如图，$\triangle ABC$中，$BD\perp AB$，BD、AC相交于点 D，$AD=\frac{4}{7}AC$，$AB=2$，$\angle ABC=150°$，则$\triangle DBC$的面积是（　）

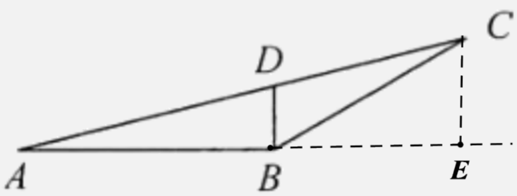


A．$\frac{3\sqrt{3}}{14}$　　B．$\frac{9\sqrt{3}}{14}$　　C．$\frac{3\sqrt{3}}{7}$　　D．$\frac{6\sqrt{3}}{7}$

【答案】A

【分析】过点 C 作$CE\perp AB$的延长线于点E，由等高三角形的面积性质得到$S_{\triangle DBC}:S_{\triangle ABC}=3:7$，再证明$\triangle ADB\sim\triangle ACE$，解得$\frac{AB}{AE}=\frac{4}{7}$，分别求得 AE、CE 长，最后根据$\triangle ACE$的面积公式解题.

【详解】解：过点 C 作$CE\perp AB$的延长线于点E，



∵$\triangle DBC$与$\triangle ADB$是等高三角形，

$$S_{\triangle ADB}:S_{\triangle DBC}=AD:DC=\frac{4}{7}AC:\frac{3}{7}AC=4:3$$

$$\therefore S_{\triangle DBC}:S_{\triangle ABC}=3:7$$

$$\because BD\perp AB$$

∴　$\triangle ADB\sim\triangle ACE$

$$\therefore\frac{S_{\triangle ADB}}{S_{\triangle ACE}}=\left(\frac{AD}{AC}\right)^2=\left(\frac{\frac{4}{7}AC}{AC}\right)^2=\frac{16}{49}$$

$$\therefore\frac{AB}{AE}=\frac{4}{7}$$

$$\because AB = 2$$

$$\therefore AE = \frac{7}{2}$$

$$\therefore BE = \frac{7}{2} - 2 = \frac{3}{2}$$

$$\because \angle ABC = 150°,$$

$$\therefore \angle CBE = 180° - 150° = 30°$$

$$\therefore CE = \tan 30° \cdot BE = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

设$S_{\triangle ADB} = 4x, S_{\triangle DBC} = 3x$

$$\therefore S_{\triangle ACE} = \frac{49}{4}x$$

$\therefore$　$\therefore \frac{49}{4}x = \frac{1}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

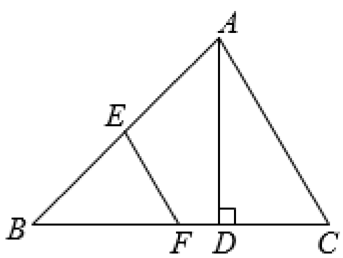
$$\therefore x = \frac{\sqrt{3}}{14}$$

$\therefore 3x = \frac{3\sqrt{3}}{14}$,

故选：A.

【点睛】本题考查相似三角形的判定与性质、正切等知识，是重要考点，掌握相关知识是解题关键.

3．（2022·浙江宁波·中考真题）如图，在$\triangle ABC$中，$\angle B = 45°, \angle C = 60°, AD \perp BC$于点$D$，$BD = \sqrt{3}$．若$E$，$F$分别为$AB$，$BC$的中点，则$EF$的长为（　）



A．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C．1　　D．$\frac{\sqrt{6}}{2}$

【答案】C

【分析】根据条件可知△ABD为等腰直角三角形，则BD=AD，△ADC是30°、60°的直角三角形，可求出AC长，再根据中位线定理可知EF=$\frac{AC}{2}$。

【详解】解：因为AD垂直BC，

则△ABD和△ACD都是直角三角形，

又因为$\angle B=45°,\angle C=60°$,

所以 AD=$BD=\sqrt{3}$，

因为 $\sin\angle C$=$\frac{AD}{AC}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

所以 AC=2，

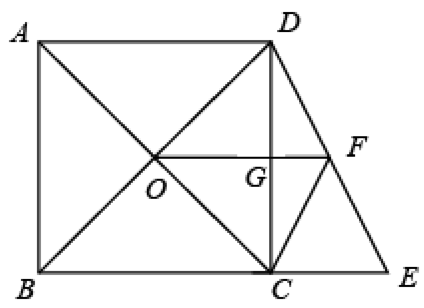
因为 EF 为△ABC 的中位线，

所以 EF=$\frac{AC}{2}$=1，

故选：C.

【点睛】本题主要考查了等腰直角三角形、锐角三角形函数值、中位线相关知识，根据条件分析利用定理推导，是解决问题的关键.

4．（2022·黑龙江·中考真题）如图，在正方形$ABCD$中，对角线AC与BD相交于点O，点E在BC的延长线上，连接DE，点F是DE的中点，连接OF交CD于点G，连接CF，若$CE=4$，$OF=6$．则下列结论：①$GF=2$；②$OD=\sqrt{2}OG$；③$\tan\angle CDE=\frac{1}{2}$；④$\angle ODF=\angle OCF=90°$；⑤点 D 到 CF 的距离为$\frac{8\sqrt{5}}{5}$．其中正确的结论是（　）



A．①②③④　　B．①③④⑤　　C．①②③⑤　　D．①②④⑤

【答案】C

【分析】由题意易得$BC=CD,BO=OD=OA=OC,\angle BDC=45°,\angle BCD=\angle DCE=90°$，①由三角形中位线可进行判断；②由△$DOC$ 是等腰直角三角形可进行判断；③根据三角函数可进行求解；④根据题意可直接进行求解；⑤过点 D 作 $DH\perp CF$，交 CF 的延长线于点 H，然后根据三角函数可进行求解.

【详解】解：∵四边形$ABCD$是正方形，

∴$BC=CD,BO=OD=OA=OC,\angle BDC=45°,\angle BCD=\angle DCE=90°$，$AC\perp BD$，

∵点F是DE的中点，

∴$OF=\frac{1}{2}BE,OF//BE$，

$\because OF=6$，$CE=4$，

$\therefore BE=12$，则$CD=BC=8$，

$\because OF \parallel BE$，

$\therefore \triangle DGF \backsim \triangle DCE$，

$\therefore \frac{DG}{CD}=\frac{GF}{CE}=\frac{1}{2}$，

$\therefore GF=2$，故①正确；

$\therefore$点 G 是 CD 的中点，

$\therefore OG \perp CD$，

$\because \angle ODC$=45°，

$\therefore \triangle DOC$ 是等腰直角三角形，

$\therefore OD=\sqrt{2}OG$，故②正确；

$\because CE$=4，CD=8，$\angle DCE$=90°，

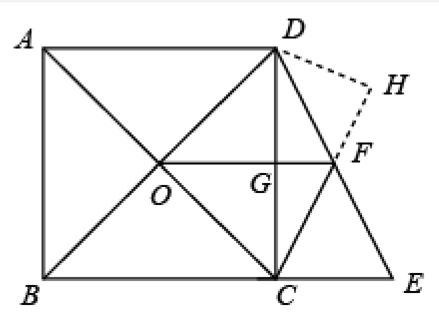
$\therefore \tan\angle CDE=\frac{CE}{CD}=\frac{1}{2}$，故③正确；

$\because \tan\angle CDE=\frac{1}{2}\neq 1$，

$\therefore \angle CDE\neq 45°$，

$\therefore \angle ODF\neq 90°$，故④错误；

过点 D 作 $DH \perp CF$，交 CF 的延长线于点 H，如图所示：



$\because$点 F 是 CD 的中点，

$\therefore CF=DF$，

$\therefore \angle CDE=\angle DCF$，

$\therefore \tan\angle CDE=\tan\angle DCF=\frac{1}{2}$，

设$DH=x$，则$CH=2x$，

在 $Rt\triangle DHC$ 中，$x^2+4x^2=64$，

解得：$x=\pm\frac{8\sqrt{5}}{5}$，

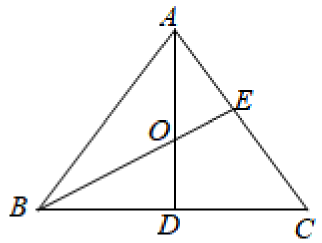
$\therefore DH=\frac{8\sqrt{5}}{5}$，故⑤正确；

∴正确的结论是①②③⑤；

故选 C.

【点睛】本题主要考查正方形的性质、相似三角形的性质与判定及三角函数，熟练掌握正方形的性质、相似三角形的性质与判定及三角函数是解题的关键.

5．（2022·四川宜宾·中考真题）如图，在△ABC 中，点 O 是角平分线 AD、BE 的交点，若 AB＝AC＝10，BC＝12，则 tan∠OBD 的值是（　）



A．$\frac{1}{2}$　　B．2　　C．$\frac{\sqrt{6}}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{6}}{4}$

【答案】A

【分析】根据等腰三角形的性质，可得 $AD\perp BC$，$BD=\frac{1}{2}BC=6$，再根据角平分线的性质及三角的面积公式得 $\frac{AB}{BD}=\frac{AO}{OD}=\frac{10}{6}$，进而即可求解.

【详解】解：AB＝AC＝10，BC＝12，　AD 平分∠BAC，

$\therefore AD\perp BC$，$BD=\frac{1}{2}BC=6$，

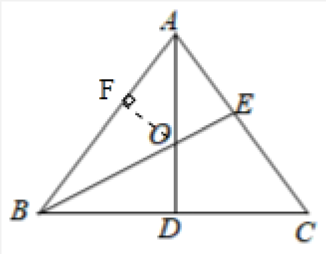
$\therefore AD=\sqrt{10^2-6^2}=8$，

过点 O 作 $OF\perp AB$，

$\because BE$ 平分∠ABC，

$\therefore OF=OD$，

$\because\frac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle DOB}}=\frac{AO}{OD}=\frac{\frac{1}{2}AB\cdot OF}{\frac{1}{2}BD\cdot OD}=\frac{AB}{BD}$



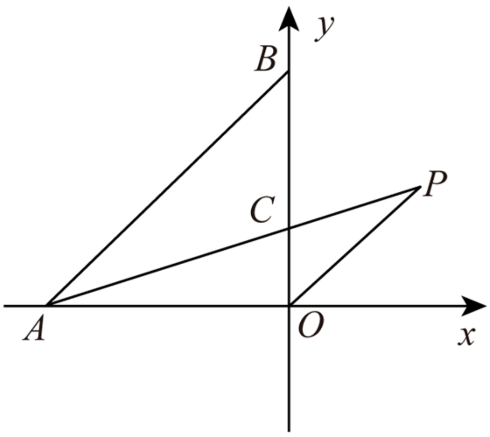
$\therefore \frac{AB}{BD}=\frac{AO}{OD}=\frac{10}{6}$，即：$\frac{8-OD}{OD}=\frac{10}{6}$，解得：$OD$=3，

$\therefore$tan$\angle OBD$=$\frac{OD}{BD}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$，

故选 A．

【点睛】本题主要考查等腰三角形的性质，角平分线的性质，锐角三角函数的定义，推出$\frac{AB}{BD}=\frac{AO}{OD}$，是解题的关键．

6．（2022·湖北荆州·中考真题）如图，在平面直角坐标系中，点 A，B 分别在 x 轴负半轴和 y 轴正半轴上，点 C 在 OB 上，OC:$BC=1$:2，连接 AC，过点 O 作$OP\parallel AB$交 AC 的延长线于 P．若$P(1,1)$，则tan$\angle OAP$的值是（　）



A．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　　　C．$\frac{1}{3}$　　　　D．3

【答案】C

【分析】由$P(1,1)$可知，OP 与 x 轴的夹角为 45°，又因为$OP\parallel AB$，则$\triangle OAB$为等腰直角形，设 OC=x，OB=2x，用勾股定理求其他线段进而求解．

【详解】$\because P$ 点坐标为（1，1），

则 OP 与 x 轴正方向的夹角为 45°，

又$\because OP\parallel AB$，

则$\angle BAO$=45°，$\triangle OAB$为等腰直角形，

$\therefore OA=OB$，

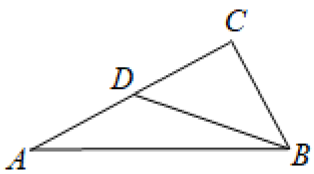
设 $OC=x$，则 $OB=2OC=2x$，

则 $OB=OA=3x$，

$\therefore \tan\angle OAP=\frac{OC}{OA}=\frac{x}{3x}=\frac{1}{3}$.

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质、平行线的性质、勾股定理和锐角三角函数的求解，根据 P 点坐标推出特殊角是解题的关键.

7．（2022·四川乐山·中考真题）如图，在$Rt\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$BC=\sqrt{5}$，点 D 是 AC 上一点，连接 BD．若$\tan\angle A=\frac{1}{2}$，$\tan\angle ABD=\frac{1}{3}$，则 CD 的长为（　）



A．$2\sqrt{5}$　　B．3　　C．$\sqrt{5}$　　D．2

【答案】C

【分析】先根据锐角三角函数值求出$AC=2\sqrt{5}$，再由勾股定理求出$AB=5$,过点 D 作$DE\perp AB$于点 E，依据三角函数值可得$DE=\frac{1}{2}AE,DE=\frac{1}{3}BE$,从而得$BE=\frac{3}{2}AE$，再由$AE+BE=5$得 AE=2，DE=1，由勾股定理得 AD=$\sqrt{5}$，从而可求出 CD.

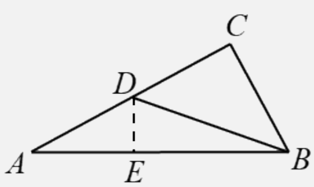
【详解】解：在$Rt\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$BC=\sqrt{5}$，

$\therefore \tan\angle A=\frac{BC}{AC}=\frac{1}{2}$

$\therefore AC=2BC=2\sqrt{5}$,

由勾股定理得,$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2+(\sqrt{5})^2}=5$

过点 D 作$DE\perp AB$于点 E，如图，



$\because \tan\angle A=\frac{1}{2}$，$\tan\angle ABD=\frac{1}{3}$，

$\therefore\frac{DE}{AE}=\frac{1}{2},\frac{DE}{BE}=\frac{1}{3},$

$\therefore DE=\frac{1}{2}AE,DE=\frac{1}{3}BE,$

$\therefore\frac{1}{2}AE=\frac{1}{3}BE$

$\therefore BE=\frac{3}{2}AE$

$\because AE+BE=5,$

$\therefore AE+\frac{3}{2}AE=5$

$\therefore AE=2,$

$\therefore DE=1,$

在$Rt\Delta ADE$中,$AD^2=AE^2+DE^2$

$\therefore AD=\sqrt{AE^2+DE^2}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$

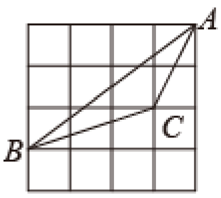
$\because AD+CD=AC=2\sqrt{5},$

$\therefore CD=AC-AD=2\sqrt{5}-\sqrt{5}=\sqrt{5},$

故选：C

【点睛】本题主要考查了勾股定理，由锐角正切值求边长，正确作辅助线求出 DE 的长是解答本题的关键．

8．（2022·广西贵港·中考真题）如图，在4×4网格正方形中，每个小正方形的边长为1，顶点为格点，若$\triangle ABC$的顶点均是格点，则$\cos\angle BAC$的值是（　）

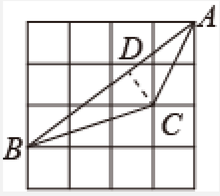


A．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B．$\frac{\sqrt{10}}{5}$　　C．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　D．$\frac{4}{5}$

【答案】C

【分析】过点 C 作 AB 的垂线，构造直角三角形，利用勾股定理求解即可．

【详解】解：过点 C 作 AB 的垂线交 AB 于一点 D，如图所示，



∵每个小正方形的边长为1，

∴$AC=\sqrt{5}, BC=\sqrt{10}, AB=5$，

设$AD=x$，则$BD=5-x$，

在$Rt\triangle ACD$中，$DC^2=AC^2-AD^2$，

在$Rt\triangle BCD$中，$DC^2=BC^2-BD^2$，

∴$10-(5-x)^2=5-x^2$，

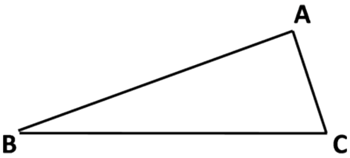
解得$x=2$，

∴$\cos\angle BAC=\frac{AD}{AC}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，

故选：C.

【点睛】本题考查了解直角三角形，勾股定理等知识，解题的关键是能构造出直角三角形.

9．（2022·黑龙江牡丹江·中考真题）如图，在△ABC中，sinB=$\frac{1}{3}$， tanC=2，AB=3，则AC的长为（   ）

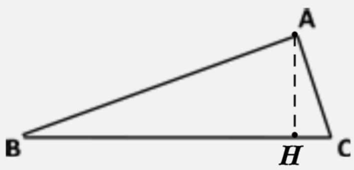


A．$\sqrt{2}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　C．$\sqrt{5}$　　D．2

【答案】B

【分析】过A点作AH⊥BC于H点，先由sin∠B及AB=3算出AH的长，再由tan∠C算出CH的长，最后在Rt△ACH中由勾股定理即可算出AC的长.

【详解】解：过A点作AH⊥BC于H点，如下图所示：



由$\sin\angle B=\frac{AH}{AB}=\frac{1}{3}$，且$AB=3$可知，$AH=1$，

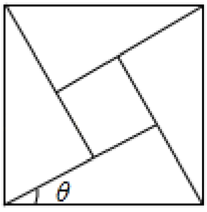
由$\tan\angle C=\frac{AH}{CH}=2$，且$AH=1$可知，$CH=\frac{1}{2}$，

∴在$Rt\Delta ACH$中，由勾股定理有：$AC=\sqrt{AH^2+CH^2}=\sqrt{1^2+(\frac{1}{2})^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

故选：B.

【点睛】本题考查了解直角三角形及勾股定理等知识，如果图形中无直角三角形时，可以通过作垂线构造直角三角形进而求解.

10. （2022·四川绵阳·中考真题）公元三世纪，我国汉代数学家赵爽在注解《周髀算经》时给出的“赵爽弦图”如图所示，它是由四个全等的直角三角形与中间的小正方形拼成的一个大正方形．如果大正方形的面积是 125，小正方形面积是 25，则$(\sin\theta-\cos\theta)^2=($　$)$



A．$\frac{1}{5}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C．$\frac{3\sqrt{5}}{5}$　　D．$\frac{9}{5}$

【答案】A

【分析】根据正方形的面积公式可得大正方形的边长为$5\sqrt{5}$，小正方形的边长为 5，再根据直角三角形的边角关系列式即可求解.

【详解】解：∵大正方形的面积是 125，小正方形面积是 25，

∴大正方形的边长为$5\sqrt{5}$，小正方形的边长为 5，

∴$5\sqrt{5}\cos\theta-5\sqrt{5}\sin\theta=5$，

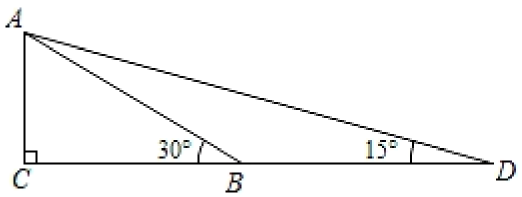
∴$\cos\theta-\sin\theta=\frac{\sqrt{5}}{5}$,

∴$(\sin\theta-\cos\theta)^2=\frac{1}{5}$.

故选 A.

【点睛】本题考查了解直角三角形、勾股定理的证明和正方形的面积，难度适中，解题的关键是正确得出$\cos\theta-\sin\theta=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

11. （2022·贵州遵义·中考真题）构建几何图形解决代数问题是“数形结合”思想的重要性，在计算 tan15°时，如图．在 Rt△ACB 中，∠C＝90°，∠ABC＝30°，延长 CB 使 BD＝AB，连接 AD，得∠D＝15°，所以 $\tan15°=\frac{AC}{CD}=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=\frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=2-\sqrt{3}$．类比这种方法，计算 tan22.5°的值为（　　）



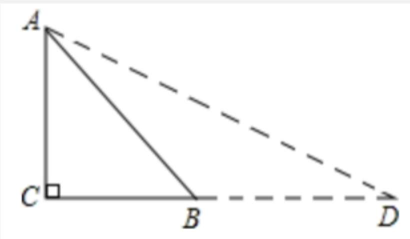
A．$\sqrt{2}+1$　　　　B．$\sqrt{2}-1$　　　　C．$\sqrt{2}$　　　　D．$\frac{1}{2}$

【答案】B

【分析】作 Rt△ABC，使∠C＝90°，∠ABC＝45°，延长 CB 到 D，使 BD＝AB，连接 AD，根据构造的直角三角形，设 AC＝x，再用 x 表示出 CD，即可求出 tan22.5°的值.

【详解】解：作 Rt△ABC，使∠C＝90°，∠ABC＝90°，∠ABC＝45°，延长 CB 到 D，使 BD＝AB，连接 AD，设 AC＝x，则：BC＝x，AB＝$\sqrt{2}x$，CD＝$(1+\sqrt{2})x$，

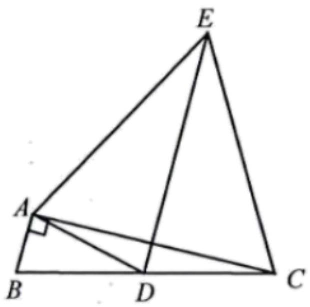
$$tan22.5°=tan∠D=\frac{AC}{CD}=\frac{x}{(1+\sqrt{2})x}=\sqrt{2}-1$$



故选：B.

【点睛】本题考查解直角三角形，解题的关键是根据阅读构造含 45°的直角三角形，再作辅助线得到 22.5°的直角三角形.

12．（2022·浙江绍兴·中考真题）如图，$Rt\triangle ABC$中，$\angle BAC=90°$，$\cos B=\frac{1}{4}$，点 D 是边 BC 的中点，以 AD 为底边在其右侧作等腰三角形 ADE，使$\angle ADE=\angle B$，连结 CE，则$\frac{CE}{AD}$的值为（　）



A．$\frac{3}{2}$　　　　B．$\sqrt{3}$　　　　C．$\frac{\sqrt{15}}{2}$　　　　D．2

【答案】D

【分析】由直角三角形斜边中线等于斜边一半可得出$AD=BD=CD=\frac{1}{2}BC$，在结合题意可得$\angle BAD=\angle B=\angle ADE$，即证明$AB//DE$，从而得出$\angle BAD=\angle B=\angle ADE=\angle CDE$，即易证$\triangle ADE\cong\triangle CDE(SAS)$，得出$AE=CE$．再由等腰三角形的性质可知$AE=CE=DE$，$\angle BAD=\angle B=\angle ADE=\angle DAE$，即证明$\triangle ABD\sim\triangle ADE$，从而可间接推出$\frac{CE}{AD}=\frac{BD}{AB}$．最后由$\cos B=\frac{AB}{BC}=\frac{1}{4}$，即可求出$\frac{BD}{AB}$的值，即$\frac{CE}{AD}$的值．

【详解】∵在$Rt\triangle ABC$中，点 D 是边 BC 的中点，

$\therefore AD=BD=CD=\frac{1}{2}BC$，

$\therefore \angle BAD=\angle B=\angle ADE$，

$\therefore AB//DE$．

$\therefore \angle BAD=\angle B=\angle ADE=\angle CDE$，

∴在$\triangle ADE$和$\triangle CDE$中，$\begin{cases}AD=CD\\ \angle ADE=\angle CDE\\ DE=DE\end{cases}$，

$\therefore\triangle ADE\cong\triangle CDE(SAS)$，

$\therefore AE=CE$，

$\because\triangle ADE$为等腰三角形，

$\therefore AE=CE=DE$，$\angle BAD=\angle B=\angle ADE=\angle DAE$，

$\therefore\triangle ABD\sim\triangle ADE$，

$\therefore\frac{DE}{BD}=\frac{AD}{AB}$，即$\frac{CE}{AD}=\frac{BD}{AB}$．

$\because\cos B=\frac{AB}{BC}=\frac{1}{4}$，

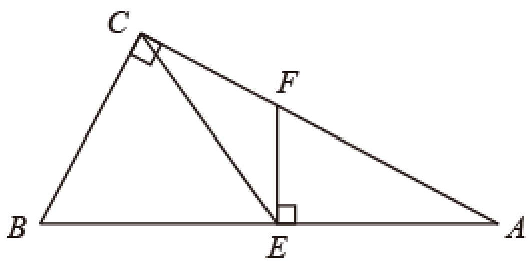
$\therefore\frac{AB}{BD}=\frac{1}{2}$，

$\therefore\frac{CE}{AD}=\frac{BD}{AB}=2$．

故选 D．

【点睛】本题考查直角三角形的性质，等腰三角形的性质，平行线的判定和性质，全等三角形与相似三角形的判定和性质以及解直角三角形．熟练掌握各知识点并利用数形结合的思想是解答本题的关键．

13．（2022·山东淄博·中考真题）如图，在$Rt\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$,CE是斜边AB上的中线，过点E作$EF\perp AB$交AC于点F．若$BC=4$,$\triangle AEF$的面积为 5，则$\sin\angle CEF$的值为（　）



A. $\frac{3}{5}$　　　　B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　　　C. $\frac{4}{5}$　　　　D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

【答案】A

【分析】由题意易得$\triangle AEF\backsim\triangle ACB$，设$CE=BE=AE=x$，则有$AB=2x$，则有$AC=\sqrt{4x^2-16}$，$EF=\frac{10}{x}$，然后可得$\frac{4}{\frac{10}{x}}=\frac{\sqrt{4x^2-16}}{x}$，过点$C$作$CH\perp AB$于点$H$，进而根据三角函数及勾股定理可求解问题．

【详解】解：$\because EF\perp AB$，$\angle ACB=90°$，

$\therefore\angle AEF=\angle ACB=90°$，

$\therefore\triangle AEF\backsim\triangle ACB$，

$\because CE$是斜边AB上的中线，

$\therefore CE=BE=AE=\frac{1}{2}AB$，

设$CE=BE=AE=x$，则有$AB=2x$，

$\because BC=4$，

$\therefore$由勾股定理可得$AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{4x^2-16}$，

$\because\triangle AEF$的面积为5，

$\therefore EF=\frac{10}{x}$，

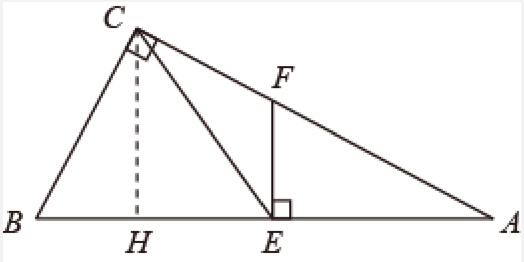
$\because\triangle AEF\backsim\triangle ACB$，

$\therefore\frac{BC}{EF}=\frac{AC}{AE}$，即$\frac{4}{\frac{10}{x}}=\frac{\sqrt{4x^2-16}}{x}$，化简得：$x^4-25x^2+100=0$，

解得：$x^2=5$或$x^2=20$，

当$x^2=5$时，则AC=2，与题意矛盾，舍去；

$\therefore$当$x^2=20$时，即$x=2\sqrt{5}$，过点C作$CH\perp AB$于点H，如图所示：



$\therefore AB=4\sqrt{5}, AC=8$，$CE=2\sqrt{5}$，$EF//CH$，

$\therefore \angle CEF=\angle ECH$，$\sin\angle B=\frac{AC}{AB}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$,

$\therefore CH=BC\cdot\sin\angle B=\frac{8\sqrt{5}}{5}$,

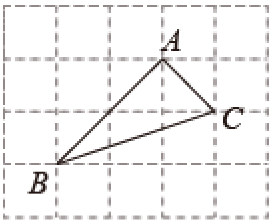
$\therefore HE=\sqrt{CE^2-CH^2}=\frac{6\sqrt{5}}{5}$,

$\therefore \sin\angle CEF=\sin\angle ECH=\frac{HE}{CE}=\frac{3}{5}$;

故选 A.

【点睛】本题主要考查三角函数、相似三角形的性质与判定及勾股定理，熟练掌握三角函数、相似三角形的性质与判定及勾股定理是解题的关键.

14．（2022·四川巴中·中考真题）如图，点 A、B、C 在边长为 1 的正方形网格格点上，下列结论错误的是（　　）



A．$\sin B=\frac{1}{3}$

B．$\sin C=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

C．$\tan B=\frac{1}{2}$

D．$\sin^2 B+\sin^2 C=1$

【答案】A

【分析】根据勾股定理得出 AB，AC，BC 的长，进而利用勾股定理的逆定理得出$\triangle ABC$ 是直角三角形，进而解答即可.

【详解】解：由勾股定理得：$AB=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}, AC=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}, BC=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$,

$\therefore BC^2=AB^2+AC^2$,

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形，$\angle BAC$=90°，

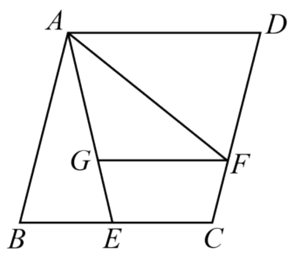
$\therefore \sin B=\frac{AC}{BC}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，$\sin C=\frac{AB}{BC}=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{10}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，$\tan B=\frac{AC}{AB}=\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=\frac{1}{2}$，$\sin^2 B+\sin^2 C=(\frac{\sqrt{5}}{5})^2+(\frac{2\sqrt{5}}{5})^2=1$，

只有 A 错误．

故选择题：A．

【点睛】此题考查解直角三角形，关键是根据勾股定理得出 AB，AC，BC 的长解答．

15．（2022·浙江丽水·中考真题）如图，已知菱形$ABCD$的边长为 4，E 是BC的中点，AF平分$\angle EAD$交CD于点 F，$FG \parallel AD$ 交AE于点 G，若$\cos B=\frac{1}{4}$，则FG的长是（　　）

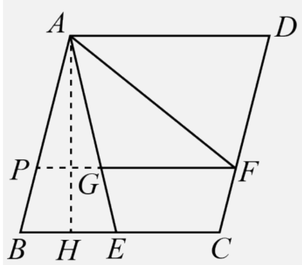


A．3　　B．$\frac{8}{3}$　　C．$\frac{2\sqrt{15}}{3}$　　D．$\frac{5}{2}$

【答案】B

【分析】过点 A 作 AH 垂直 BC 于点 H，延长 FG 交 AB 于点 P，由题干所给条件可知，$AG=FG$，$EG=GP$，利用$\angle AGP=\angle B$ 可得到 $\cos\angle AGP=\frac{1}{4}$，即可得到 FG 的长；

【详解】过点 A 作 AH 垂直 BC 于点 H，延长 FG 交 AB 于点 P，



由题意可知，$AB=BC=4$，E 是 BC 的中点，

$\therefore BE=2$，

又$\because \cos B=\frac{1}{4}$，

$\therefore BH=1$，即 H 是 BE 的中点，

$\therefore AB=AE=4$，

又$\because AF$ 是$\angle DAE$ 的角平分线，$FG \parallel AD$，

$\therefore \angle FAG=\angle AFG$，即 $AG=FG$，

又$\because PF \parallel AD$，$AP \parallel DF$，

∴$PF=AD=4$，

设 $FG=x$，则 $AG=x$，$EG=PG=4-x$，

∵$PF\parallel BC$，

∴$\angle AGP=\angle AEB=\angle B$，

∴$\cos\angle AGP=\frac{\frac{1}{2}PG}{AG}=\frac{2-\frac{x}{2}}{x}=\frac{1}{4}$，

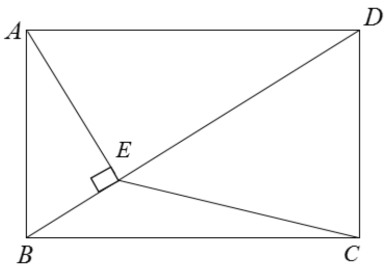
解得 $x=\frac{8}{3}$；

故选 B．

【点睛】本题考查菱形的性质、角平分线的性质、平行线的性质和解直角三角形，熟练掌握角平分线的性质和解直角三角形的方法是解决本题的关键．

二、填空题（共 15 题）

16．（2022·内蒙古·中考真题）如图，在矩形$ABCD$中，BD是对角线，$AE\perp BD$，垂足为E，连接CE．若$\angle ADB=30°$，则如$\tan\angle DEC$的值为______．



【答案】$\frac{\sqrt{3}}{2}$

【分析】过 C 向 BD 作垂线，可以构造出一个 30°直角三角△CDF，进而求出$\triangle AEB\cong\triangle CFD$，设直角$\triangle CDF$最小边 DF=a,并用 a 的代数式表示出其他边，即可求出答案．

【详解】解：过 C 作 CF⊥BD，垂足为 F 点

∵矩形 ABCD, $\angle ADB=30°$

∴AD∥BC，$\angle ABC=\angle BCD=90°$,$\angle DBC=\angle ADB=30°$，AB=CD

∵ $AE\perp BD$,$CF\perp BD$,

∴ $\angle BAE+\angle ABE=\angle ABE+\angle DBC=90°$，$\angle FBC+\angle FCB=\angle FCB+\angle FCD=90°$,

∴∠DBC=∠DCF=∠BAE=30°

设 DF=a,则 CF=$\sqrt{3}$a，CD=2a，BD=4a，

∵$AE\perp BD$

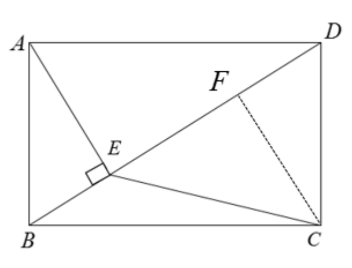
∴∠AEB=∠CFD=90°

$\therefore \triangle AEB \cong \triangle CFD$,

∴EB=DF=a

∴EF=4a-a-a=2a

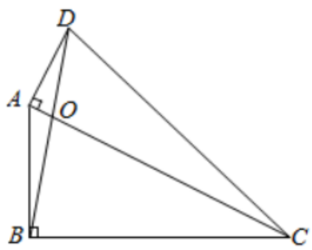
∴$\tan\angle DEC = \frac{CF}{EF} = \frac{\sqrt{3}}{2}$



故答案是$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

【点睛】本题主要考察了矩形的性质和解直角三角形知识点，三角形全等的判定与性质，掌握以上知识是解题关键.

17．（2022·广东深圳·中考真题）如图，已知四边形 $ABCD$，AC 与 BD 相交于点 O，$\angle ABC$=$\angle DAC$=90°，$\tan\angle ACB = \frac{1}{2}$,$\frac{BO}{OD} = \frac{4}{3}$，则$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle CBD}}$=____.



【答案】$\frac{3}{32}$

【分析】过 B 点作 BE//AD 交 AC 于点 E，证明$\triangle ADO \backsim \triangle EBO$，得到$AO = 3OE$,再证明$\angle ABE = \angle ACB$,利用$\tan\angle ACB = \frac{BE}{CE} = \tan\angle ABE = \frac{AE}{BE} = \frac{1}{2}$,设$OE = a$,利用三角形的面积公式可得答案.

【详解】解：过 B 点作 BE//AD 交 AC 于点 E，$\angle DAC = 90°$,

∴ BE⊥AD，

∴$\triangle ADO \backsim \triangle EBO$，

∴$\frac{AO}{EO} = \frac{DO}{BO}$,

$$\because \frac{BO}{OD} = \frac{4}{3}$$

$\therefore \frac{AO}{EO}=\frac{DO}{BO}=\frac{3}{4}$,

$\therefore AO=\frac{3}{4}OE$,

由$\tan\angle ACB=\frac{1}{2}$,

$\therefore \frac{BE}{CE}=\frac{1}{2}$,

$\therefore CE=2BE$,

$\because \angle ABC=90°, BE\perp AC$,

$\therefore \angle ABE+\angle CBE=90°=\angle CBE+\angle ACB$,

$\therefore \angle ABE=\angle ACB$,

$\therefore \tan\angle ACB=\tan\angle ABE=\frac{AE}{BE}=\frac{1}{2}$,

$\therefore BE=2AE$,

$\therefore CE=2BE=4AE$,

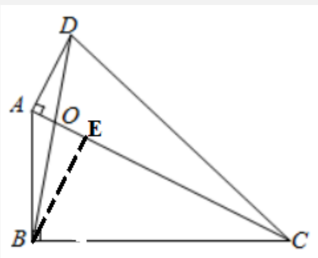
$\therefore \frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta CBD}}=\frac{S_{\triangle OAB}+S_{\triangle OAD}}{S_{\triangle OCB}+S_{\triangle OCD}}$

$$=\frac{\frac{1}{2}AO\bullet AD+\frac{1}{2}AO\bullet BE}{\frac{1}{2}OC\bullet AD+\frac{1}{2}OC\bullet BE}=\frac{AO(AD+BE)}{OC(AD+BE)}=\frac{AO}{OC}$$

设$OE=a$，则$AO=\frac{3}{4}a$,

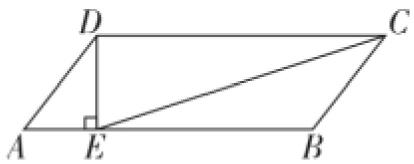
$\therefore AE=AO+OE=\frac{7}{4}a$，$CE=7a$，$OC=OE+CE=8a$.

$$\frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta CBD}}=\frac{AO}{OC}=\frac{\frac{3}{4}a}{8a}=\frac{3}{32}.$$



故答案为：$\frac{3}{32}$

18．（2022·广东·中考真题）如图，在▱$ABCD$中，$AD=5, AB=12, \sin A=\frac{4}{5}$．过点 D 作$DE\perp AB$，垂足为 E，则$\sin\angle BCE=$______．



【答案】$\frac{9\sqrt{10}}{50}$

【分析】首先根据题目中的$\sin A$，求出 ED 的长度，再用勾股定理求出 AE，即可求出 EB，利用平行四边形的性质，求出 CD，在 $Rt\triangle DEC$ 中，用勾股定理求出 EC，再作 $BF\perp CE$，在$\triangle BEC$ 中，利用等面积法求出 BF 的长，即可求出$\sin\angle BCE$.

【详解】$\because DE\perp AB$，

$\therefore\triangle ADE$ 为直角三角形，

又$\because AD=5,\sin A=\frac{4}{5}$，

$\therefore\sin A=\frac{4}{5}=\frac{DE}{AD}=\frac{DE}{5}$ ，

解得 DE=4,

在 $Rt\triangle ADE$ 中，由勾股定理得：

$AE=\sqrt{AD^2-DE^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$,

又$\because AB$=12,

$\therefore BE=AB-AE=12-3=9$ ，

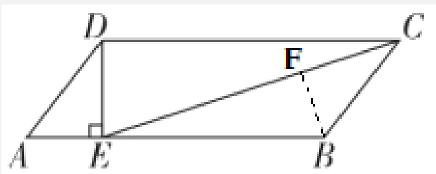
又$\because$四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

$\therefore CD=AB=12,AD=BC=5$

在 $Rt\triangle DEC$ 中，由勾股定理得：

$EC=\sqrt{CD^2+DE^2}=\sqrt{12^2+4^2}=4\sqrt{10}$,

过点 B 作 $BF\perp CE$，垂足为 F,如图



在$\triangle EBC$ 中：

$S\triangle EBC=\frac{1}{2}\cdot EB\cdot DE=\frac{1}{2}\times 9\times 4=18$ ；

又$\because S\triangle EBC=\frac{1}{2}\cdot CE\cdot BF=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{10}\cdot BF=2\sqrt{10}BF$

$\therefore 2\sqrt{10}BF = 18$ ，

解得$BF = \frac{9\sqrt{10}}{10}$,

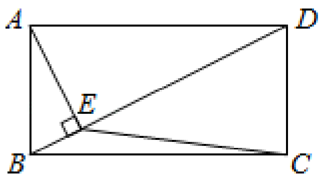
在 $Rt\triangle BFC$ 中，

$\sin\angle BCF = \frac{BF}{BC} = \frac{9\sqrt{10}}{10} \div 5 = \frac{9\sqrt{10}}{50}$,

故填：$\frac{9\sqrt{10}}{50}$.

【点睛】本题考查解直角三角形，平行四边形的性质，勾股定理，三角形的等面积法求一边上的高线，解题关键在于熟练掌握解直角三角形的计算，平行四边形的性质，勾股定理的计算和等面积法求一边上的高.

19．（2022·广西贵港·中考真题）如图，在矩形 $ABCD$ 中，BD 是对角线，$AE\perp BD$，垂足为 E，连接 CE，若 $\tan\angle ADB = \frac{1}{2}$，则 $\tan\angle DEC$ 的值是________.



【答案】$\frac{2}{3}$

【分析】过点C作$CF\perp BD$于点F，易证$\Delta ABE\cong\Delta CDF(AAS)$，从而可求出$AE = CF$，$BE = FD$，设 $AB=a$，则 $AD=2a$，根据三角形的面积可求出 AE，然后根据锐角三角函数的定义即可求出答案.

【详解】解：如图，过点C作$CF\perp BD$于点F，设$CD = 2a$，

在ΔABE与ΔCDF中，

$$\begin{cases}\angle AEB = \angle CFD \\ \angle ABE = \angle CDF \\ AB = CD\end{cases},$$

$\therefore \Delta ABE\cong\Delta CDF(AAS)$，

$\therefore AE = CF$，$BE = FD$，

$\because AE\perp BD$，$\tan\angle ADB=\frac{AB}{AD}=\frac{1}{2}$，

设 $AB=a$，则 $AD=2a$，

$\therefore BD=\sqrt{5}a$，

$\because S\triangle ABD=\frac{1}{2}BD\cdot AE=\frac{1}{2}AB\cdot AD$，

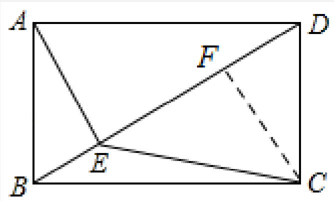
$\therefore AE=CF=\frac{2\sqrt{5}}{5}a$，

$\therefore BE=FD=\frac{\sqrt{5}}{5}a$，

$\therefore EF=BD-2BE=\sqrt{5}a-\frac{2\sqrt{5}}{5}a=\frac{3\sqrt{5}}{5}a$，

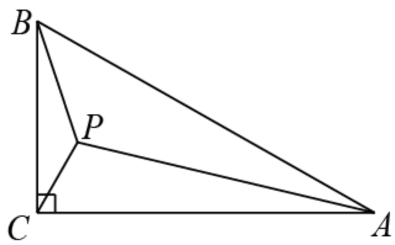
$\therefore \tan\angle DEC=\frac{CF}{EF}=\frac{2}{3}$，

故答案为：$\frac{2}{3}$.



【点睛】本题考查了矩形的性质、全等三角形的判定与性质以及锐角三角函数等知识，熟练掌握上述知识是解题的关键.

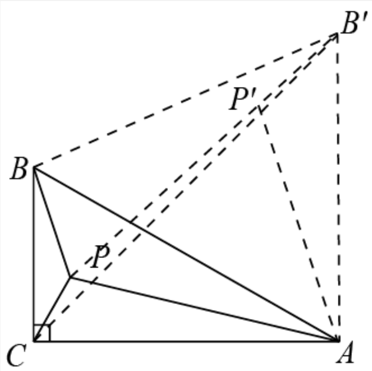
20．（2022·山东滨州·中考真题）如图，在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，$\angle BAC=30°$，$AB=2$．若点P是$\triangle ABC$内一点，则$PA+PB+PC$的最小值为____________.



【答案】$\sqrt{7}$

【分析】根据题意，首先以点A为旋转中心，顺时针旋转$\triangle APB$到$\triangle AP'B'$，旋转角是60°，作出图形，然后根据旋转的性质和全等三角形的性质、等边三角形的性质，可以得到$PA+PB+PC=PP'+P'B'+PC$，再根据两点之间线段最短，可以得到$PA+PB+PC$的最小值就是CB'的值，然后根据勾股定理可以求得CB'的值，从而可以解答本题.

【详解】解：以点A为旋转中心，顺时针旋转$\triangle APB$到$\triangle AP'B'$，旋转角是60°，连接BB'、PP'，CB'，如图所示，



则$\angle PAP'=60°$，$AP=AP'$，$PB=P'B'$，

$\therefore\triangle APP'$是等边三角形，

$\therefore AP=PP'$，

$\therefore PA+PB+PC=PP'+P'B'+PC$，

$\because PP'+P'B'+PC\geq CB'$，

$\therefore PP'+P'B'+PC$ 的最小值就是 CB'的值，

即 $PA+PB+PC$ 的最小值就是 CB'的值，

$\because\angle BAC=30°$，$\angle BAB'=60°$，$AB=AB'=2$，

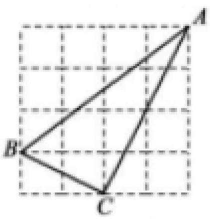
$\therefore\angle CAB'=90°$，$AB'=2$，$AC=AB\bullet cos\angle BAC=2\times cos30°=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$，

$\therefore CB'=\sqrt{AC^2+AB'^2}=\sqrt{7}$，

故答案为：$\sqrt{7}$.

【点睛】本题考查旋转的性质、等边三角形的性质、最短路径问题、勾股定理，解答本题的关键是作出合适的辅助线，得出 $PA+PB+PC$ 的最小值就是 CB'的值，其中用到的数学思想是数形结合的思想.

21．（2022·山东德州·中考真题）如图．在4×4的正方形方格图形中，小正方形的顶点称为格点.ΔABC的顶点都在格点上,则$\angle BAC$的正弦值是__________.



【答案】$\frac{\sqrt{5}}{5}$

【详解】分析：先根据勾股定理的逆定理判断出$\triangle ABC$ 的形状，再由锐角三角函数的定义即可得出结论.

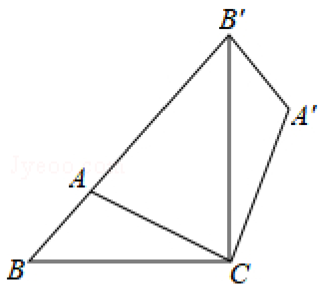
详解：$\because AB^2=3^2+4^2=25$，$AC^2=2^2+4^2=20$，$BC^2=1^2+2^2=5$，$\therefore AC^2+BC^2=AB^2$，$\therefore\triangle ABC$ 为直角三角形，且

$\angle ACB$=90°，则 $\sin\angle BAC=\frac{BC}{AB}=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

故答案为$\frac{\sqrt{5}}{5}$.

点睛：本题考查的是勾股定理以及锐角三角函数，熟知在任何一个直角三角形中，两条直角边长的平方之和一定等于斜边长的平方是解答此题的关键.

22．（2022·江苏镇江·中考真题）如图，△ABC 中，∠BAC＞90°，BC=5，将△ABC 绕点 C 按顺时针方向旋转 90°，点 B 对应点 B′落在 BA 的延长线上．若 $\sin\angle B'AC=\frac{9}{10}$，则 AC=______.



【答案】$\frac{25\sqrt{2}}{9}$

【分析】如图，作 $CD\perp BB'$于 D，根据旋转的性质可得$\triangle BCB'$为等腰直角三角形，从而可求得 CD 的长，在 $Rt\triangle ACD$ 中，根据 $\sin\angle DAC=\frac{CD}{AC}=\frac{9}{10}$，即可求得 AC 的长.

【详解】如图，过点 C 作 $CD\perp BB'$于 D

∵$\triangle ABC$ 绕点 C 按顺时针方向旋转 90°，点 B 对应点 B'落在 BA 的延长线上

∴$CB=CB'$=5，$\angle BCB'$=90°

∴$\triangle BCB'$为等腰直角三角形

∴$BB'=\sqrt{2}BC=5\sqrt{2}$

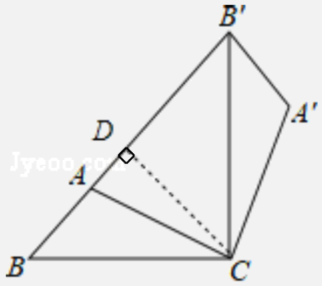
∵$CD\perp BB'$

∴$CD=\frac{1}{2}BB'=\frac{5\sqrt{2}}{2}$

在 $Rt\triangle ACD$ 中，$\sin\angle DAC=\frac{CD}{AC}=\frac{9}{10}$

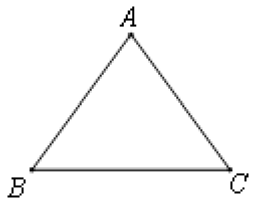
∴$AC=\frac{5\sqrt{2}}{2}\times\frac{10}{9}=\frac{25\sqrt{2}}{9}$

故答案为：$\frac{25\sqrt{2}}{9}$



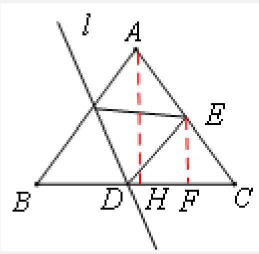
【点睛】本题考查了旋转的性质，等腰直角三角形的判定与性质，锐角三角函数的定义，正确添加辅助线、熟练掌握相关知识是解题的关键.

23．（2022·上海·中考真题）如图，在△ABC 中，AB=AC，BC=8，$\tan C=\frac{3}{2}$，如果将△ABC 沿直线 l 翻折后，点 B 落在边 AC 的中点处，直线 l 与边 BC 交于点 D，那么 BD 的长为________.



【答案】$\frac{15}{4}$

【详解】试题分析：如图，将△ABC 沿直线 l 翻折后，点 B 落在边 AC 的中点 E 处，过点 E 作 AH⊥BC 于点 H，EF⊥BC 于 F，则 EF 是△ACH 的中位线



∵AB=AC，BC=8，∴根据等腰三角形三线合一的性质，得 HC=BH=4.

∵tanC=$\frac{3}{2}$，即 tanC=$\frac{AH}{HC}=\frac{3}{2}$.

∴AH=6.∴EF=3，FC=2.

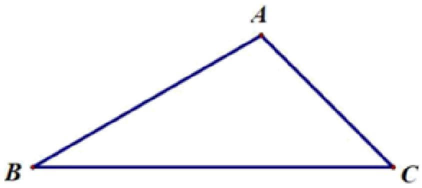
设 BD=x，则根据翻折的性质，DE="BD=" x，

又 DF=BC-BD-FC=8-x-2=6-x.

在 Rt△DEF 中，根据勾股定理，得 $x^2=(6-x)^2+3^2$，解得$x=\frac{15}{4}$，即 BD=$\frac{15}{4}$.

24．（2022·江苏盐城·中考真题）如图，在$\triangle ABC$中，$BC=\sqrt{6}+\sqrt{2}$，$\angle C=45°$，$AB=\sqrt{2}AC$，则AC的长为

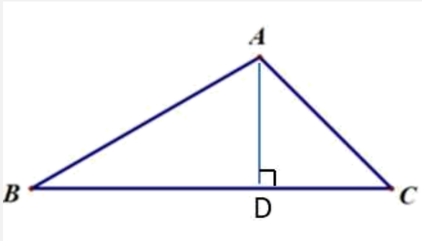
________.



【答案】2

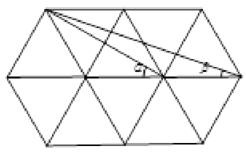
【分析】过A点作BC的垂线，则得到两个直角三角形，根据勾股定理和正余弦公式，求AC的长.

【详解】过A作$AD\perp BC$于D点，设$AC=\sqrt{2}x$，则$AB=2x$，因为$\angle C=45°$，所以$AD=CD=x$，则由勾股定理得$BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=\sqrt{3}x$，因为$BC=\sqrt{6}+\sqrt{2}$，所以$BC=\sqrt{3}x+x=\sqrt{6}+\sqrt{2}$，则$x=\sqrt{2}$．则$AC=2$．



【点睛】本题考查勾股定理和正余弦公式的运用，要学会通过作辅助线得到特殊三角形，以便求解.

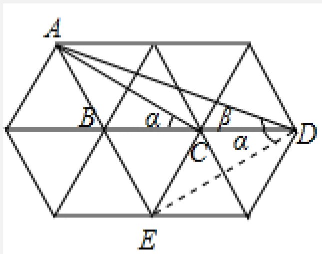
25．（2022·四川·中考真题）如图，由 10 个完全相同的正三角形构成的网格图中，$\angle\alpha$、$\angle\beta$ 如图所示，则 $\cos(\alpha+\beta)$=______.



【答案】$\frac{\sqrt{21}}{7}$.

【分析】给图中各点标上字母，连接 DE，利用等腰三角形的性质及三角形内角和定理可得出∠α=30°，同理，可得出：∠CDE=∠CED=30°=∠α，由∠AEC=60°结合∠AED=∠AEC+∠CED 可得出∠AED=90°，设等边三角形的边长为 a，则 AE=2a，DE=$\sqrt{3}$a，利用勾股定理可得出 AD 的长，再结合余弦的定义即可求出 cos（α+β）的值．

【详解】给图中各点标上字母，连接 DE，如图所示.



在△ABC 中，∠ABC=120°，BA=BC，

∴∠α=30°.

同理，可得出：∠CDE=∠CED=30°=∠α.

又∵∠AEC=60°，

∴∠AED=∠AEC+∠CED=90°.

设等边三角形的边长为 a，则 AE=2a，DE=2×sin60°•a=$\sqrt{3}$a，

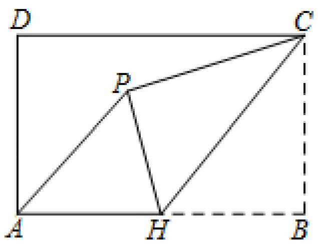
∴$AD=\sqrt{AE^2+DE^2}=\sqrt{7}a$，

∴cos（α+β）=$\frac{DE}{AD}=\frac{\sqrt{21}}{7}$.

故答案为$\frac{\sqrt{21}}{7}$.

【点睛】本题考查了解直角三角形、等边三角形的性质以及规律型：图形的变化类，构造出含一个锐角等于∠α+∠β 的直角三角形是解题的关键.

26. （2022·江苏淮安·中考真题）如图，在矩形 ABCD 中，$AB=3$，$BC=2$，H 是 AB 的中点，将ΔCBH沿 CH 折叠，点 B 落在矩形内点 P 处，连接 AP，则$\tan\angle HAP=$__.



【答案】$\frac{4}{3}$

【分析】连接 PB，交 CH 于 E，依据轴对称的性质以及三角形内角和定理，即可得到 CH 垂直平分 BP，$\angle APB=90^{\circ}$，即可得到$AP \parallel HE$，进而得出$\angle BAP=\angle BHE$，依据$\mathrm{Rt}\Delta BCH$中，$\tan\angle BHC=\frac{BC}{BH}=\frac{4}{3}$，即可得出$\tan\angle HAP=\frac{4}{3}$.

【详解】如图，连接 PB，交 CH 于 E，

由折叠可得，CH 垂直平分 BP，$BH=PH$，

又∵H 为 AB 的中点，

∴$AH=BH$，

∴$AH=PH=BH$，

∴$\angle HAP=\angle HPA$，$\angle HBP=\angle HPB$，

又∵$\angle HAP+\angle HPA+\angle HBP+\angle HPB=180^{\circ}$，

$\therefore \angle APB = 90^\circ$，

$\therefore \angle APB = \angle HEB = 90^\circ$，

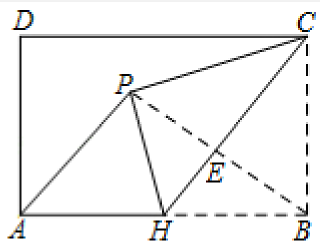
$\therefore AP \parallel HE$，

$\therefore \angle BAP = \angle BHE$，

又$\because \mathrm{Rt}\Delta BCH$中，$\tan\angle BHC = \frac{BC}{BH} = \frac{4}{3}$，

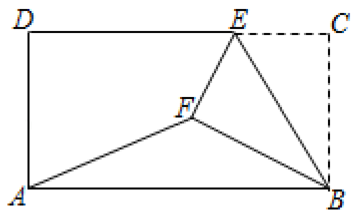
$\therefore \tan\angle HAP = \frac{4}{3}$，

故答案为$\frac{4}{3}$.



【点睛】本题考查的是翻折变换的性质和矩形的性质，掌握折叠是一种对称变换，它属于轴对称，折叠前后图形的形状和大小不变，位置变化，对应边和对应角相等是解题的关键.

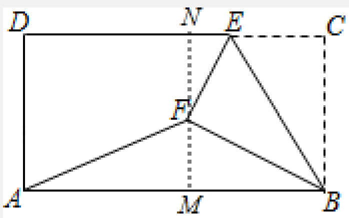
27．（2022·山东济南·中考真题）如图，在矩形 ABCD 中，AB＝4，BC＝$\sqrt{5}$，E 为 CD 边上一点，将△BCE 沿 BE 折叠，使得 C 落到矩形内点 F 的位置，连接 AF，若 tan∠BAF＝$\frac{1}{2}$，则 CE＝______.



【答案】$\frac{5-\sqrt{5}}{2}$

【分析】已知 tan∠BAF=$\frac{1}{2}$，可作辅助线构造直角三角形，设未知数，利用勾股定理可求出 FM、BM，进而求出 FN，再利用三角形相似和折叠的性质求出 EC.

【详解】过点 F 作 MN∥AD，交 AB、CD 分别于点 M、N，则 MN⊥AB，MN⊥CD，



由折叠得：EC＝EF，BC＝BF＝$\sqrt{5}$，∠C＝∠BFE＝90°，

∵tan∠BAF＝$\frac{1}{2}$＝$\frac{FM}{AM}$，设 FM＝x，则 AM＝2x，BM＝4 - 2x，

在 Rt△BFM 中，由勾股定理得：

x^2+（4 - 2x）^{2}＝（$\sqrt{5}$）^{2}，

解得：x_1＝1，x_2＝$\frac{11}{5}$＞2 舍去，

∴FM＝1，AM＝BM＝2，

∴FN＝$\sqrt{5}$ - 1，

易证△BMF∽△FNE，

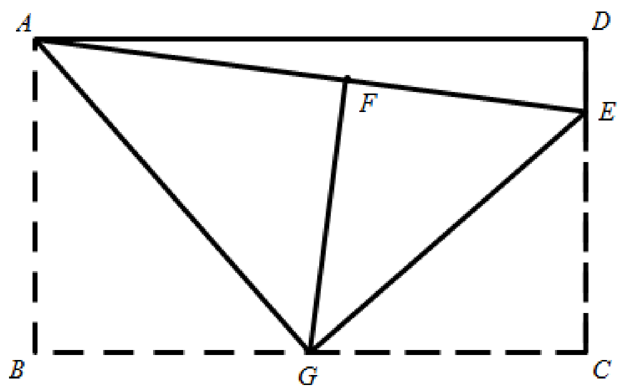
∴$\frac{BF}{EF}=\frac{BM}{FN}$，即：$\frac{\sqrt{5}}{EF}=\frac{2}{\sqrt{5}-1}$，

解得：EF＝$\frac{5-\sqrt{5}}{2}$＝EC.

故答案为$\frac{5-\sqrt{5}}{2}$.

【点睛】考查矩形的性质、直角三角形的边角关系、轴对称的性质以及相似三角形的性质等知识，作合适的辅助线，恰当的利用题目中的已知条件，是解决问题的关键.

28．（2022·山东潍坊·中考真题）如图，矩形$ABCD$中，点 G，E 分别在边BC,DC上，连接AG,EG,AE，将$\triangle ABG$和$\triangle ECG$分别沿AG,EG折叠，使点 B，C 恰好落在AE上的同一点，记为点 F．若$CE=3,CG=4$，则$\sin\angle DAE=$_______.

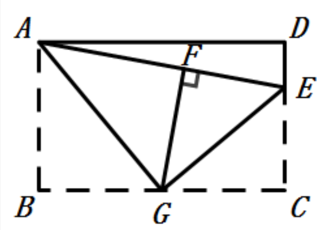


【答案】$\frac{7}{25}$

【分析】根据折叠的性质结合勾股定理求得 GE＝5，BC=AD=8，证得 Rt△EGF~Rt△EAG，求得$EA=\frac{25}{3}$，再利用勾股定理得到 DE 的长，即可求解.

【详解】矩形$ABCD$中，GC=4，CE =3，∠C=90°，

∴GE=$\sqrt{GC^2+CE^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$，



根据折叠的性质：BG=GF，GF=GC=4，CE=EF=3，∠AGB=∠AGF，∠EGC=∠EGF，∠GFE =∠C=90°，

∴BG=GF=GC=4，

∴BC=AD=8，

∵∠AGB+∠AGF+∠EGC+∠EGF=180°，

∴∠AGE=90°，

∴Rt△EGF~Rt△EAG，

∴$\frac{EG}{EA}=\frac{EF}{EG}$，即$\frac{5}{EA}=\frac{3}{5}$，

∴$EA=\frac{25}{3}$，

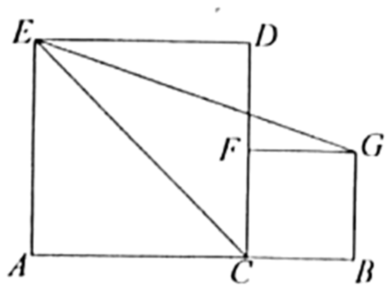
∴DE=$\sqrt{AE^2-AD^2}=\sqrt{(\frac{25}{3})^2-8^2}=\frac{7}{3}$，

∴$\sin\angle \mathrm{DAE}=\frac{DE}{AE}=\frac{\frac{7}{3}}{\frac{25}{3}}=\frac{7}{25}$，

故答案为：$\frac{7}{25}$.

【点睛】本考查了折叠的性质，矩形的性质，勾股定理的应用，相似三角形的判定和性质，锐角三角形函数的知识等，利用勾股定理和相似三角形的性质求线段的长度是本题的关键.

29．（2022·江苏常州·中考真题）如图，点 C 在线段AB上，且$AC=2BC$，分别以AC、BC为边在线段AB的同侧作正方形$ACDE$、$BCFG$，连接EC、EG，则$\tan\angle CEG=$__________.



【答案】$\frac{1}{2}$

【分析】设 BC=a，则 AC=2a，然后利用正方形的性质求得 CE、CG 的长、∠GCD=ECD=45°，进而说明△ECG

为直角三角形，最后运用正切的定义即可解答．

【详解】解：设 BC=a，则 AC=2a

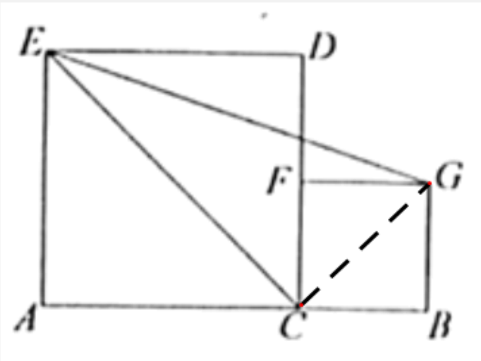
∵正方形$ACDE$

∴EC=$\sqrt{(2a)^2+(2a)^2}=2\sqrt{2}a$，∠ECD=$\frac{1}{2}\angle ACD=45^\circ$

同理：CG=$\sqrt{2}a$,∠GCD=$\frac{1}{2}\angle BCD=45^\circ$

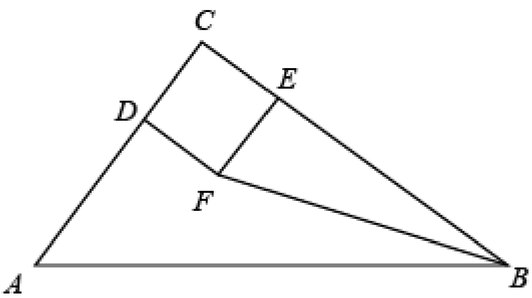
∴$\tan\angle CEG=\frac{CG}{CE}=\frac{\sqrt{2}a}{2\sqrt{2}a}=\frac{1}{2}$.

故答案为$\frac{1}{2}$.



【点睛】本题考查了正方形的性质和正切的定义，根据正方形的性质说明△ECG 是直角三角形是解答本题的关键．

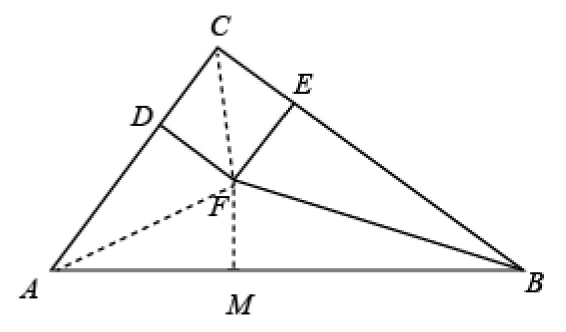
30．（2022·江苏常州·中考真题）如图，在$\triangle ABC$中，$AC=3,BC=4$，点 D、E 分别在CA、CB上，点 F 在$\triangle ABC$内．若四边形$CDFE$是边长为 1 的正方形，则$\sin\angle FBA=$________．



【答案】$\frac{\sqrt{10}}{10}$

【分析】连接 AF，CF，过点 F 作 $FM\perp AB$，由$S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ACF}+S_{\triangle BCF}+S_{\triangle ABF}$，可得 FM=1，再根据锐角三角函数的定义，即可求解．

【详解】解：连接 AF，CF，过点 F 作 $FM\perp AB$，



∵四边形$CDFE$是边长为 1 的正方形，

∴$\angle C$=90°，

∴AB=$\sqrt{3^2+4^2}=5$，

∵$S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ACF}+S_{\triangle BCF}+S_{\triangle ABF}$，

∴$\frac{1}{2}\times 3\times 4=\frac{1}{2}\times 3\times 1+\frac{1}{2}\times 4\times 1+\frac{1}{2}\times 5\times FM$，

∴ FM=1，

∵BF=$\sqrt{(4-1)^2+1^2}=\sqrt{10}$，

∴$\sin\angle FBA=\ \frac{1}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$.

故答案是：$\frac{\sqrt{10}}{10}$.

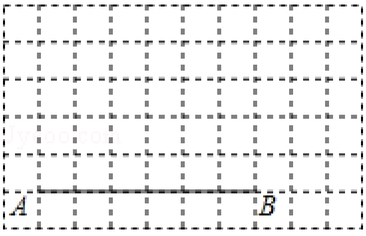
【点睛】本题主要考查锐角三角函数的定义，勾股定理，掌握”等积法“是解题的关键.

三、解答题（共 20 题）

31．（2022·黑龙江哈尔滨·中考真题）如图，方格纸中每个小正方形的边长均为 1，线段 AB 的两个端点均在小正方形的顶点上.

(1)在图中画出以 AB 为底、面积为 12 的等腰$\triangle ABC$，且点 C 在小正方形的顶点上；

(2)在图中画出平行四边形 $ABDE$，且点 D 和点 E 均在小正方形的顶点上，$\tan\angle EAB=\frac{3}{2}$，连接 CD，请直接写出线段 CD 的长.



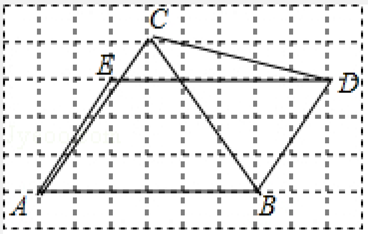
【答案】（1）画图见解析；（2）画图见解析，CD=$\sqrt{26}$.

【详解】试题分析：（1）因为 AB 为底、面积为 12 的等腰△ABC，所以高为 4，点 C 在线段 AB 的垂直平分线上，由此即可画出图形；

（2）根据 tan∠EAB= $\frac{3}{2}$ 的值确定点 E 的位置，由此即可解决问题，利用勾股定理计算 CD 的长；

试题解析：（1）如图所示；

（2）如图所示，CD= $\sqrt{1^2+5^2}$ = $\sqrt{26}$.

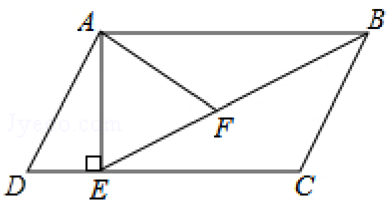


考点：1.作图—应用与设计作图；2.勾股定理；3.平行四边形的判定；4.解直角三角形.

32．（2022·贵州毕节·中考真题）如图，在▱*ABCD* 中 过点 *A* 作 *AE*⊥*DC*，垂足为 *E*，连接 *BE*，*F* 为 *BE* 上一点，且∠*AFE*=∠*D*.

（1）求证：△*ABF*∽△*BEC*；

（2）若 *AD*=5，*AB*=8，*sinD*=$\frac{4}{5}$，求 *AF* 的长.



【答案】（1）证明见解析；（2）$2\sqrt{5}$.

【分析】（1）由平行四边形的性质得出 *AB*∥*CD*，*AD*∥*BC*，*AD*=*BC*，得出∠*D*+∠*C*=180°，∠*ABF*=∠*BEC*，证出∠*C*=∠*AFB*，即可得出结论；

（2）由勾股定理求出 *BE*，由三角函数求出 *AE*，再由相似三角形的性质求出 *AF* 的长.

【详解】（1）证明：∵四边形 *ABCD* 是平行四边形，

∴*AB*∥*CD*，*AD*∥*BC*，*AD*=*BC*，

∴∠*D*+∠*C*=180°，∠*ABF*=∠*BEC*，

∵∠*AFB*+∠*AFE*=180°，

∴∠*C*=∠*AFB*，

$\therefore \triangle ABF \backsim \triangle BEC$；

（2）解：$\because AE \perp DC$，$AB \parallel DC$，

$\therefore \angle AED = \angle BAE = 90°$，

在 $Rt\triangle ABE$ 中，根据勾股定理得：

$BE=\sqrt{AE^2+AB^2}=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$，

在 $Rt\triangle ADE$ 中，$AE=AD \bullet sinD=5\times\frac{4}{5}=4$，

$\because BC=AD=5$，

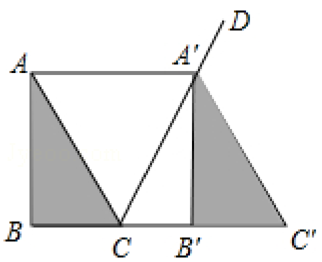
由（1）得：$\triangle ABF \backsim \triangle BEC$，

$\therefore \frac{AF}{BC}=\frac{AB}{BE}$，

即$\frac{AF}{5}=\frac{8}{4\sqrt{5}}$，

解得：$AF=2\sqrt{5}$.

33．（2022·江苏扬州·中考真题）如图，将$\triangle ABC$沿着射线BC方向平移至$\triangle A'B'C'$，使点A'落在$\angle ACB$的外角平分线CD上，连接AA'．



(1)判断四边形$ACC'A'$的形状，并说明理由；

(2)在$\triangle ABC$中，$\angle B=90°$，$AB=24$，$\cos\angle BAC=\frac{12}{13}$，求$CB'$的长．

【答案】(1)四边形$ACC'A'$是菱形；理由见解析

(2)$CB'=16$

【分析】（1）根据平行四边形的判定定理（有一组对边平行且相等的四边形是平四边形）推知四边形$ACC'A'$是平行四边形，再根据有一组邻边相等的平行四边形是菱形，即可得出答案；

（2）通过解直角$\triangle ABC$得到AC、BC的长度，由（1）中菱形$ACC'A'$的性质推知$AC=AA'$，由平移的性质得到四边形$ABB'A'$是平行四边形，则$AA'=BB'$，所以$CB'=BB'-BC$．

（1）

解：四边形$ACC'A'$是菱形．理由如下：

由平移的性质得到：$AC \parallel A'C'$，且$AC = A'C'$，

∴四边形$ACC'A'$是平行四边形，

∴$\angle ACC' = \angle AA'C'$，

∵CD 平分$\angle ACB$ 的外角，即 CD 平分$\angle ACC'$，

∴$\angle ACA' = \angle C'CA'$，

∵$AC \parallel A'C'$，

∴$\angle AA'C = \angle C'CA'$，

∴$\angle ACA' = \angle AA'C$，

∴$AA' = AC$，

∴四边形$ACC'A'$是菱形．

（2）

解：∵在△ABC 中，$\angle B$=90°，AB=24，$\cos\angle BAC=\frac{12}{13}$，

∴$\cos\angle BAC=\frac{AB}{AC}=\frac{12}{13}$，

即$\frac{24}{AC}=\frac{12}{13}$，

∴AC=26，

∴由勾股定理知：$BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=\sqrt{26^2-24^2}=10$，

由（1）可知，四边形$ACC'A'$是菱形，

∴$AC = AA' = 26$，

由平移的性质得到：$AB \parallel A'B'$，$AB = A'B'$，则四边形$ABB'A'$是平行四边形，

∴$AA' = BB' = 26$，

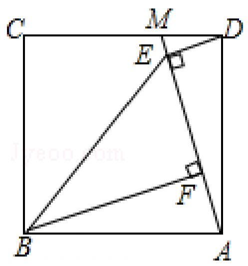
∴$CB' = BB'-BC = 16$．

【点睛】本题主要考查四边形综合题，涉及到菱形的判定与性质、平移的性质、解直角三角形等，掌握相关性质并结合图形进行应用是关键．

34．（2022·山东潍坊·中考真题）如图，点 M 是正方形 $ABCD$ 边 CD 上一点，连接 AM，作 $DE\perp AM$ 于点 E，$BF\perp AM$ 于点 F，连接 BE．

（1）求证：$AE=BF$；

（2）已知 AF=2，四边形 $ABED$ 的面积为 24，求$\angle EBF$ 的正弦值．



【答案】（1）证明见解析；（2）$\sin\angle EBF=\frac{2\sqrt{13}}{13}$.

【分析】（1）通过证明$\triangle ABF\cong\triangle DAE$得到$BF=AE$；

（2）设$AE=x$，则$BF=x$，$DE=AF=2$，利用四边形$ABED$的面积等于$\triangle ABE$的面积与$\triangle ADE$的面积之和得到$\frac{1}{2}\bullet x\bullet x+\frac{1}{2}\bullet x\bullet 2=24$，解方程求出$x$得到$AE=BF=6$，则$EF=x-2=4$，然后利用勾股定理计算出$BE$，最后利用正弦的定义求解.

【详解】（1）证明：∵四边形$ABCD$为正方形，

∴$BA=AD$，$\angle BAD=90°$，

∵$DE\perp AM$于点E，$BF\perp AM$于点F，

∴$\angle AFB=90°$，$\angle DEA=90°$，

∵$\angle ABF+\angle BAF=90°$，$\angle EAD+\angle BAF=90°$，

∴$\angle ABF=\angle EAD$，

在$\triangle ABF$和$\triangle DAE$中，

$$\begin{cases}\angle BFA=\angle DEA\\ \angle ABF=\angle EAD\\ AB=DA\end{cases},$$

∴$\triangle ABF\cong\triangle DAE$（AAS），

∴$BF=AE$；

（2）设$AE=x$，则$BF=x$，$DE=AF=2$，

∵四边形$ABED$的面积为24，

∴$\frac{1}{2}\bullet x\bullet x+\frac{1}{2}\bullet x\bullet 2=24$，解得$x_1=6$，$x_2=-8$（舍去），

∴$EF=x-2=4$，

在$Rt\triangle BEF$中，$BE=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13}$，

∴$\sin\angle EBF=\frac{EF}{BE}=\frac{4}{2\sqrt{13}}=\frac{2\sqrt{13}}{13}$.

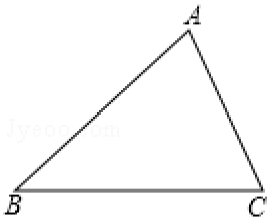
【点睛】本题考查了正方形的性质、解直角三角形等，熟知正方形具有四边形、平行四边形、矩形、菱形

的一切性质，会运用全等三角形的知识解决线段相等问题是解题的关键．

35．（2022·上海·中考真题）如图，已知△ABC 中，AB=BC=5，$tan\angle ABC$=$\frac{3}{4}$．

（1）求边 AC 的长；

（2）设边 BC 的垂直平分线与边 AB 的交点为 D，求$\frac{AD}{DB}$的值．



【答案】（1）AC=$\sqrt{10}$；（2）$\frac{AD}{BD}=\frac{3}{5}$

【分析】（1）过 A 作 $AE\perp BC$，在直角三角形 ABE 中，利用锐角三角函数定义求出 AC 的长即可；

（2）由 DF 垂直平分 BC，求出 BF 的长，利用锐角三角函数定义求出 DF 的长，利用勾股定理求出 BD 的长，进而求出 AD 的长，即可求出所求．

【详解】解：（1）如图，过点 A 作 $AE\perp BC$，

在 $Rt\triangle ABE$ 中，$tan\angle ABC$=$\frac{AE}{BE}=\frac{3}{4}$，$AB$=5，

$\therefore AE$=3，BE=4，

$\therefore CE$=BC﹣BE=5﹣4=1，

在 $Rt\triangle AEC$ 中，根据勾股定理得：AC=$\sqrt{3^2+1^2}$=$\sqrt{10}$；

（2）$\because DF$ 垂直平分 BC，

$\therefore BD$=CD，BF=CF=$\frac{5}{2}$，

$\because tan\angle DBF$=$\frac{DF}{BF}=\frac{3}{4}$，

$\therefore DF$=$\frac{15}{8}$，

在 $Rt\triangle BFD$ 中，根据勾股定理得：BD=$\sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2+\left(\frac{15}{8}\right)^2}$=$\frac{25}{8}$，

$\therefore AD$=5﹣$\frac{25}{8}$=$\frac{15}{8}$，

则$\frac{AD}{BD}=\frac{3}{5}$．