

专题一、独立性检验题型归纳

专题一、独立性检验

题型一、独立事件的判断

1、独立事件的定义：对于两个事件 A、B，如果有 $P(AB)=P(A)P(B)$ 就称事件 A 与 B 互相独立，简称 A 与 B 独立。

2、当事件 A 与 B 独立时，事件 \bar{A} 与 B、A 与 \bar{B} 、 \bar{A} 与 \bar{B} 也独立。

【例 1】从一副 52 张扑克牌(不含大小王)中，任意抽一张出来，设事件 A：“抽到黑桃”，

B：“抽到皇后 Q”，试用 $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$ 验证事件 A 与 B 及 \bar{A} 与 \bar{B} 是否独立？

【变式 1】设两个独立事件 A 和 B 都不发生的概

率为 $\frac{1}{9}$ ，A 发生 B 不发生的概率与 B 发生 A

不发生的概率相同，则事件 A 发生的概率 $P(A)$ 是()

A、 $\frac{2}{9}$

B、 $\frac{1}{18}$

C、 $\frac{1}{3}$

D、 $\frac{2}{3}$

【变式 2】掷一枚硬币，记事件 A：“出现正面”，
B：“出现反面”，则有()

A、A 与 B 相互独立

B、 $P(AB)$

$=P(A) \cdot P(B)$

C、A 与 \bar{B} 不相互独立 D、 $P(AB) = \frac{1}{4}$

【变式 3】坛子中放有 3 个白球，2 个黑球，从中进行不放回地摸球，用 A 表示第一次摸到白球， B 表示第二次摸到白球，则 A 与 B 是()

- A、互斥事件
- B、相互独立事件
- C、对立事件
- D、不相互独立事件

【变式 4】假设生男孩和生女孩是等可能的，设事件 A 为“一个家庭中既有男孩，又有女孩”，事件 B 为“一个家庭中最多有一个女孩”。某一家庭有三个小孩，则事件 A 与 B 是否独立？

【变式 5】(1) 甲、乙两名射手同时向一目标射击，设事件 A：“甲击中目标”，事件 B：

“乙击中目标”，则事件 A 与事件 B

()

A、相互独立但不互斥 B、互斥但不相互独立

C、相互独立且互斥 D、既不相互独立也不互斥

(2) 掷一颗骰子一次，设事件 A：“出现偶数点”，事件 B：“出现 3 点或 6 点”，

则事件 A, B 的关系是()

A、互斥但不相互独立 B、相互独立但不互斥

C、互斥且相互独立 D、既不相互独立也不互斥

题型二、独立性检验

1、 2×2 列联表

判断两个事件 A、B 是否有关，我们可以把 A

发生、 A 不发生 (\bar{A})、 B 发生、 B 不发生 (\bar{B}) 的数据列成以下表格

	B	\bar{B}	合计
A	n_{11}	n_{12}	n_{1+}
\bar{A}	n_{21}	n_{22}	n_{2+}
合计	n_{+1}	n_{+2}	n

这个表格称为 2×2 列联表。

注意：(1) 作独立性检验时，要求 2×2 列联表中的 4 个数据都要大于等于 5。

(2) 对于同一样本 $|n_{11}n_{22} - n_{12}n_{21}|$ 越大，说明 A 与 B 之间的关系越强，反之越弱。

2、统计量 K^2 (读作“卡方”)

$K^2 = \frac{n(n_{11}n_{22} - n_{12}n_{21})^2}{n_{1+}n_{2+}n_{+1}n_{+2}}$ 用它的大小可以判断事件 A, B 是否有关。

3、独立性检验思想

(1) 用 H_0 表示事件 A 与 B 独立的决定式，即 $H_0: P(AB) = P(A)P(B)$ ，称 H_0 为统计假设。

(2) 用 K^2 与其临界值 3.841 与 6.635 的大小关系来决定是否拒绝统计假设 H_0 ，如表：

大小比较	结论
$K^2 \leq 3.841$	事件 A 与 B 是无关系的

$K^2 > 3.841$	有 95% 的把握说事件 A 与 B 有关
$K^2 > 6.635$	有 99% 的把握说事件 A 与 B 有关

【例 2】 某人研究中学生的性别与成绩、视力、智商、阅读量这 4 个变量的关系，随机抽查

52 名中学生，得到统计数据如表 1 至表 4，则与性别有关联的可能性最大的变量是（ ）。

表1

性别 \ 成绩	不及格	及格	总计
	男	6	14
女	10	22	32
总计	16	36	52

表2

性别 \ 视力	好	差	总计
	男	4	16
女	12	20	32
总计	16	36	52

表3

性别 \ 智商	偏高	正常	总计
	男	8	12
女	8	24	32
总计	16	36	52

表4

性别 \ 阅读量	丰富	不丰富	总计
	男	14	6
女	2	30	32
总计	16	36	52

- A、成绩 B、视力 C、智商 D、阅读量

【变式 1】 假设两个分类变量 X 与 Y ，它们的取值分别为 $\{x_1, x_2\}$ ， $\{y_1, y_2\}$ ，其 2×2 列联表如图

所示：对于以下数据，对同一样本能说明 X 与 Y 有关的可能性最大的一组为（ ）

	Y_1	Y_2	总计
X_1	a	b	$a+b$

X_2	c	d	$c+d$
总计	$a+c$	$b+d$	$a+b+c+d$

- A、 $a=5, b=4, c=3, d=2$ B、 $a=5, b=3,$
 $c=2, d=4$
- C、 $a=5, b=2, c=4, d=3$ D、 $a=2, b=3,$
 $c=5, d=4$

【变式 2】某防疫站对屠宰场及肉食零售点的猪肉检查沙门氏菌带菌情况，结果如下表，试
 检验屠宰场与零售点猪肉带菌率有无
 差异.

	带菌头数	不带菌头数	合计
屠宰场	8	32	40
零售点	14	18	32

合计	22	50	72
----	----	----	----

【变式 3】为观察药物 A 、 B 治疗某病的疗效，某医生将 100 例该病病人随机地分成两组，

 一组 40 人，服用 A 药；另一组 60 人，服用 B 药。结果发现：服用 A 药的 40 人中

 有 30 人治愈；服用 B 药的 60 人中有 11 人治愈。问 A 、 B 两药对该病的治愈率之间

 是否有显著差别？

【变式 4】有甲、乙两个班级进行数学考试，按照大于等于 85 分为优秀，85 分以下为非优

秀统计成绩，得到如下所示的列联表：

	优秀	非优秀	总计
甲班	10	b	
乙班	c	30	
总计			105

已知在全部 105 人中随机抽取 1 人，成绩优秀的概率为 $\frac{2}{7}$ ，则下列说法正确的是（ ）

- A、列联表中 c 的值为 30，b 的值为 35
- B、列联表中 c 的值为 15，b 的值为 50
- C、根据列联表中的数据，若按 95%的可靠性要求，能认为“成绩与班级有关系”
- D、根据列联表中的数据，若按 95%的可靠性要求，不能认为“成绩与班级有关系”

【变式 5】 在一次对性别与是否说谎的调查中，得到如下数据，根据表中数据得到如下结论中正确的是（ ）

	说谎	不说谎	合计
男	6	7	13
女	8	9	17
合计	14	16	30

A、在此次调查中有 95% 的把握认为是否说谎与性别有关

B、在此次调查中有 99% 的把握认为是否说谎与性别有关

C、在此次调查中有 99.5% 的把握认为是否说谎与性别有关

D、在此次调查中没有充分证据显示说谎与性别有关

【变式 6】 为了调查中 学生近视情况，某校 150 名男生中有 80 名近视，140 名女生中有 70

名近视，在检验这些中学生眼睛近视是否与性别有关时用什么方法最有说服力（）

- A、平均数 B、方差 C、回归分析
D、独立性检验

【变式 7】某校团委对“学生性别与是否喜欢韩剧有关”作了一次调查，其中女生人数是男生

人数的 $\frac{1}{2}$ ，男生喜欢韩剧的人数占男生

人数的 $\frac{1}{6}$ ，女生喜欢韩剧的人数占女生人

数的 $\frac{2}{3}$ 。若在犯错误的概率不超过 0.05

的前提下认为是否喜欢韩剧和性别有关，

则男生至少有多少人？

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/427014141031006142>