

28.1.2 余弦、正切

基础篇

一、单选题：

1. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $AC=3$ ， $BC=4$ ， $AB=5$ ，那么下列结论正确的是（ ）

- A. $\sin A = \frac{3}{4}$ B. $\cos A = \frac{3}{5}$ C. $\tan A = \frac{3}{4}$ D. 以上均不正确

【答案】B

【分析】先根据勾股定理的逆定理判断 $\triangle ABC$ 的形状，再根据三角函数的定义依次分析各项即可

【详解】 $\because 3^2 + 4^2 = 5^2$

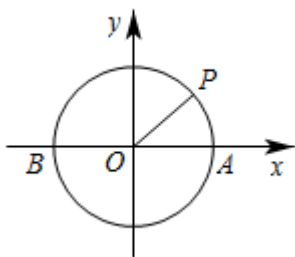
$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形

$$\therefore \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{5}, \quad \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5}, \quad \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{4}{3}$$

故选：B

【点睛】直角三角形的判定和性质的应用是初中数学平面图形中极为重要的知识点，与各个知识点结合极为容易，是中考中的热点，在各种题型中均有出现，需多加关注

2. 如图，在平面直角坐标系内，以坐标原点 O 为圆心的圆交 x 轴于 A, B 两点，其中 A 点坐标为 $(1, 0)$ ， $P(a, b)$ 为第一象限内圆上一点，连接 OP ，则 $\cos \angle POA$ 的值为（ ）



- A. a B. b C. $\frac{b}{a}$ D. $\frac{a}{b}$

【答案】A

【分析】由计算 $\cos \angle POA$ 可知，做 $PM \perp OA$ 于点 M ，再结合点的坐标和圆的半径相等，即可求解。

【详解】做 $PM \perp OA$ 于点 M

$$\because A(1, 0)$$

$$\therefore OA = 1$$

$\because$ 点 A 、点 P 在以 O 为圆心的圆上

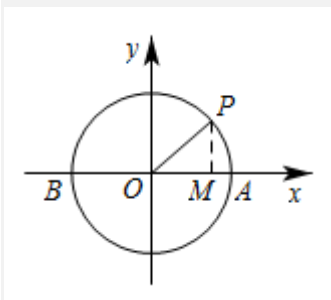
$$\therefore OP = OA = 1$$

$\because$ 点 $P(a, b)$ 在第一象限，且 $PM \perp OA$

$$\therefore OM = a$$

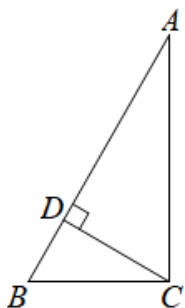
$$\therefore \cos \angle POA = \frac{OM}{OP} = \frac{a}{1} = a$$

故答案选：A.



【点睛】本题主要考查余弦值的求法、圆的性质等知识点，属于基础知识考查，难度不大．解题的关键是掌握余弦值的求法．

3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ 于 D ，若 $AC = 2\sqrt{3}$ ， $AB = 3\sqrt{2}$ ，则 $\tan \angle BCD$ 的值为（ ）



- A. $\sqrt{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

【答案】B

【分析】根据勾股定理证明 $\angle BCD = \angle A$ ，求 $\tan A$ 即可．

【详解】解：由勾股定理知， $BC^2 + AC^2 = AB^2$ ，

$$\therefore BC = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{6},$$

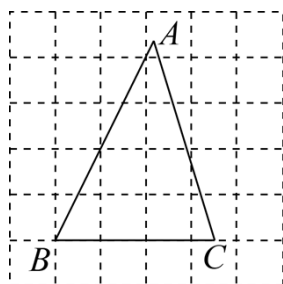
根据同角的余角相等， $\angle BCD = \angle A$ ，

$$\therefore \tan \angle BCD = \tan \angle A = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

故选 B.

【点睛】本题利用了等角进行转换求解，考查三角函数，准确的计算是解决本题的关键．

4. 在正方形网格中, $\triangle ABC$ 在网格中的位置如图, 则 $\cos B$ 的值为 ()

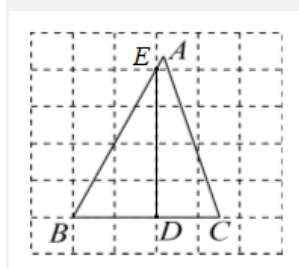


- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

【答案】A

【分析】在直角 $\triangle EBD$ 中, 利用勾股定理即可求得 EB 的长, 然后根据余弦函数的定义即可求解.

【详解】如图,



在直角 $\triangle EBD$ 中, $BD = 2$, $ED = 4$,

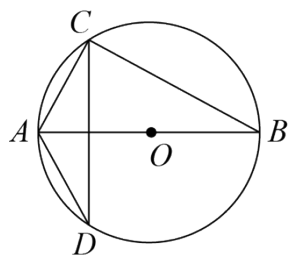
$$\therefore EB = \sqrt{BD^2 + ED^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\text{则 } \cos B = \frac{BD}{EB} = \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

故选: A.

【点睛】本题考查了三角函数的定义, 求锐角的三角函数值的方法: 利用锐角三角函数的定义, 转化成直角三角形的边长的比.

5. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, $AB = 13$, $AC = 5$, 则 $\tan \angle ADC =$ ()



- A. $\frac{5}{13}$ B. $\frac{5}{12}$ C. $\frac{12}{13}$ D. $\frac{12}{5}$

【答案】B

【分析】根据同弧所对的圆周角相等， $\angle ADC = \angle B$ ，所以求出 $\tan B$ ，即可．

【详解】解： $\because AB$ 为 $\odot O$ 直径，

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore BC = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12,$$

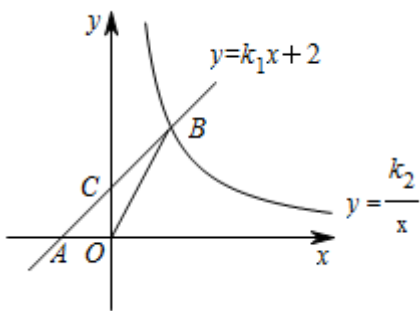
又 $\because \angle ADC = \angle B$ （同弧所对圆周角相等）

$$\therefore \tan \angle ADC = \tan B = \frac{AC}{BC} = \frac{5}{12},$$

故选：B．

【点睛】本题考查了圆周角定理和三角函数的定义，关键在于发现： $\angle ADC = \angle B$ ，利用转化方法求解．

6. 如图，在平面直角坐标系中，直线 $y = k_1x + 2$ 与 x 轴交于点 A ，与 y 轴交于点 C ，与反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ 在第一象限内的图象交于点 B ，连接 BO ．若 $S_{\triangle OBC} = 2$ ， $\tan \angle BOC = \frac{1}{2}$ ，则 k_2 的值是（ ）



- A. 4 B. 6 C. 8 D. 2

【答案】C

【分析】首先根据直线求得点 C 的坐标，然后根据 $\triangle BOC$ 的面积求得 BD 的长，然后利用正切函数的定义求得 OD 的长，从而求得点 B 的坐标，求得结论．

【详解】解：如图所示，过点 B 作 $BD \perp y$ 轴于 D ，

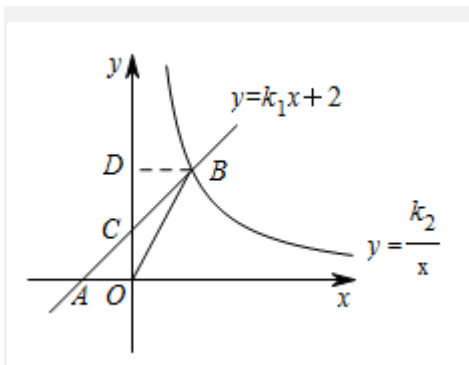
$\because$ 直线 $y = k_1x + 2$ 与 x 轴交于点 A ，与 y 轴交于点 C ，

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(0, 2)$ ，

$$\therefore OC = 2,$$

$$\because S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2} OC \cdot BD = 2,$$

$$\therefore BD = 2,$$



$$\because \tan \angle BOC = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{BD}{OD} = \frac{1}{2},$$

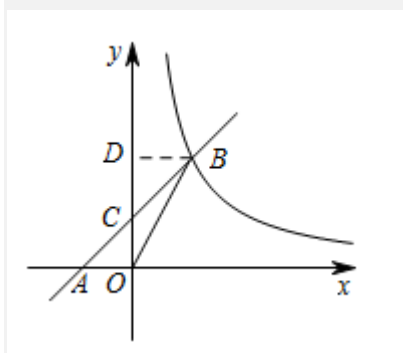
$$\therefore OD = 4,$$

$$\therefore \text{点 } B \text{ 的坐标为 } (2, 4),$$

$$\because \text{反比例函数 } y = \frac{k_2}{x} \text{ 在第一象限内的图象交于点 } B,$$

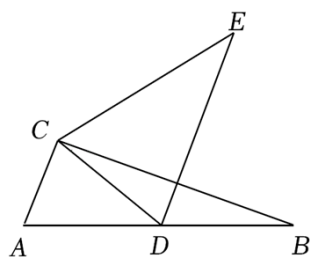
$$\therefore k_2 = 2 \times 4 = 8,$$

故选 C.



【点睛】本题考查了反比例函数与一次函数的交点坐标，根据正切值求边长，解题的关键是仔细审题，能够求得点 B 的坐标.

7. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\cos A = \frac{1}{3}$ ，点 D 是 AB 边的中点，以 CD 为底边在其右侧作等腰三角形 CDE，使 $\angle CDE = \angle A$ ，则 $\frac{DE}{CD}$ 的值为（ ）



A. $\frac{3}{2}$

B. $\sqrt{3}$

C. $\frac{\sqrt{15}}{2}$

D. 2

【答案】A

【分析】根据 $\cos A = \frac{1}{3}$ ，求出 $AB = 3AC$ ，由直角三角形斜边上的中线可得 $CD = AD = DB = \frac{1}{2}AB$ ，然后证明 $\triangle ECD \sim \triangle DAC$ ，从而可得 $\frac{DE}{AD} = \frac{CD}{AC}$ ，整理即可得到解答。

【详解】在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\cos A = \frac{1}{3}$ ，

$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{1}{3}, \text{ 即 } AB = 3AC,$$

$\because \angle ACB = 90^\circ$ ，点 D 是 AB 边的中点，

$$\therefore CD = AD = DB = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore \angle A = \angle DCA,$$

$$\because \angle CDE = \angle A,$$

$$\therefore \angle DCA = \angle CDE,$$

$\because \triangle CDE$ 是等腰三角形， $CE = DE$ ，

$$\therefore \angle ECD = \angle EDC,$$

$$\therefore \angle ECD = \angle A,$$

$$\therefore \triangle ECD \sim \triangle DAC,$$

$$\therefore \frac{DE}{AD} = \frac{CD}{AC},$$

$$\therefore \frac{DE}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{\frac{1}{2}AB}{\frac{1}{3}AB} = \frac{3}{2},$$

故选：A.

【点睛】本题考查了直角三角形的性质，三角函数，相似三角形的判定及性质，等腰三角形的判定和性质，熟练掌握直角三角形的性质，灵活选用相似三角形是解题的关键。

二、填空题：

8. $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\tan A = 2$ ，则 $\cos A$ 的值为_____.

【答案】 $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ~~##~~ $\frac{1}{5}\sqrt{5}$

【分析】根据正切函数的定义，可用 AC 表示 BC ，根据勾股定理，可得 AC 表示 AB ，再根据余弦定理，可得答案。

【详解】解：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，得 AB 为斜边．

由 $\tan A = \frac{BC}{AC} = 2$ ，得 $BC = 2AC$ ．

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，由勾股定理，

得 $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{5}AC$ ，

$\therefore \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{AC}{\sqrt{5}AC} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ，

故答案为： $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ．

【点睛】本题考查了互为余角三角函数关系，利用正切函数的定义、勾股定理得出 AC 表示 BC ， AC 表示 AB 是解题关键．

9. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\cos A = \frac{3}{5}$ ， $AC = 6$ ，那么 AB 的长是 _____．

【答案】10

【分析】根据余弦的定义：即邻边与斜边的比，进行解答即可．

【详解】在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，

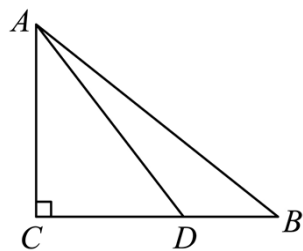
$\therefore \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5}$ ， $AC = 6$ ，

$\therefore AB = 10$ ，

故答案为：10．

【点睛】本题考查了解直角三角形，熟知余弦的定义是解本题的关键．

10. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，点 D 在 BC 上， $AD = BC = 5$ ， $\cos \angle ADC = \frac{3}{5}$ ，则 $\tan B$ 的值是 _____．



【答案】 $\frac{4}{5}$ ## 0.8

【分析】先由 $AD = BC = 5$ ， $\cos \angle ADC = \frac{3}{5}$ ，得到 $CD = 3$ ，再由勾股定理求出 $AC = 4$ ，即可求出 $\tan B$ 的值．

【详解】解： $\because AD = BC = 5$ ， $\cos \angle ADC = \frac{3}{5}$ ，

$$\therefore \frac{CD}{AD} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore CD = 3,$$

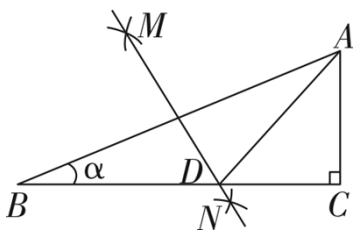
由勾股定理得： $AC = \sqrt{AD^2 - CD^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$

$$\therefore \tan B = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5},$$

故答案为： $\frac{4}{5}.$

【点睛】考查的是锐角三角函数的定义及勾股定理，熟记三角函数的定义及勾股定理是解题关键.

11. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 4$ ， $BC = 8$ ，分别以点 A 、 B 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径画弧，两弧相交于 M 、 N 两点，作直线 MN 交 BC 于点 D ，设 $\angle B = \alpha$ ，则 $\cos \alpha =$ _____.



【答案】 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

【分析】根据勾股定理，结合已知条件，可求得 $AB = 4\sqrt{5}$ ，再运用角的余弦的定义求得 $\cos \alpha$.

【详解】解： $\because$ 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 4$ ， $BC = 8$ ，

$$\therefore AB^2 = AC^2 + BC^2 = 4^2 + 8^2 = 80,$$

$$\therefore AB = \sqrt{80} = 4\sqrt{5},$$

$\because \angle B = \alpha$ ，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，

$$\therefore \cos \alpha = \frac{BC}{AB},$$

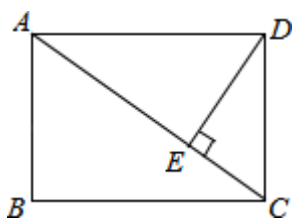
$$\because BC = 8, AB = 4\sqrt{5},$$

$$\therefore \cos \alpha = \frac{8}{4\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5},$$

故答案为： $\frac{2\sqrt{5}}{5}.$

【点睛】本题主要考查了锐角余弦的定义，准确理解角的余弦的定义是解题的关键.

12. 如图，矩形 $ABCD$ 中， $DE \perp AC$ 于点 E ， $\angle ADE = \alpha$ ， $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ ， $AB = 4$ ， AD 长为_____.



【答案】 $\frac{16}{3}$

【分析】将已知角度的三角函数转换到所需要的三角形中，得到 $\angle ADE = \angle DCE = \alpha$ ，求出 AC 的值，再由勾股定理计算即可。

【详解】 $\because \angle ADC = \angle AED = 90^\circ$ ， $\angle DAE + \angle ADE = \angle ADE + \angle CDE = 90^\circ$

$\therefore \angle DAE = \angle CDE$

又 $\because \angle DCE + \angle CDE = 90^\circ$

$\therefore \angle ADE = \angle DCE = \alpha$

$\therefore \cos \alpha = \frac{3}{5} = \frac{CD}{AC}$

又 $\because$ 矩形 $ABCD$ 中 $AB = CD = 4$

$\therefore AC = \frac{20}{3}$

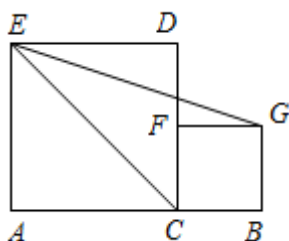
在 $\triangle ADC$ 中满足勾股定理有

$$AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{\left(\frac{20}{3}\right)^2 - 4^2} = \frac{16}{3}$$

故答案为： $\frac{16}{3}$.

【点睛】本题考查了已知余弦长求边长，将已知余弦长转换到所需要的三角形中是解题的关键。

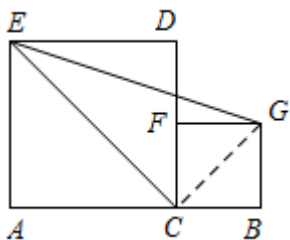
13. 如图，点 C 在线段 AB 上，且 $AC = 2BC$ ，分别以 AC 、 BC 为边在线段 AB 的同侧作正方形 $ACDE$ 、 $BCFG$ ，连接 EC 、 EG ，则 $\tan \angle CEG =$ _____.



【答案】 $\frac{1}{2}$ ##0.5

【分析】根据正方形的性质以及锐角三角函数的定义即可求出答案。

【详解】解：连接 CG ，



在正方形 $ACDE$ 、 $BCFG$ 中， $\angle ECA = \angle GCB = 45^\circ$ ，

$$\therefore \angle ECG = 90^\circ,$$

$$\because AC = 2BC,$$

$$\therefore \text{设 } AC = 2a, BC = a,$$

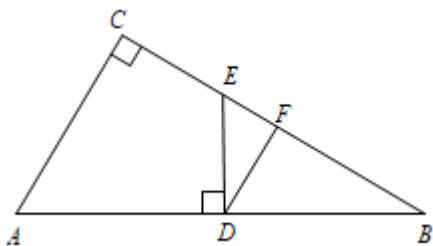
$$\therefore CE = 2\sqrt{2}a, CG = \sqrt{2}a,$$

$$\therefore \tan \angle CEG = \frac{CG}{EC} = \frac{1}{2},$$

故答案为： $\frac{1}{2}$.

【点睛】本题考查正方形，解题的关键是熟练运用正方形的性质以及锐角三角函数的定义，本题属于基础题型.

14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ，点 D 是 AB 上一点，过 D 作 $DE \perp AB$ 交 BC 于 E ，作 $DF \parallel AC$ 交 BC 于 F 。若 $AC = AD = 3$ ，则 $EF =$ _____.



【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【分析】先求出 $\angle B = 30^\circ$ ，由此求出 BD ， DF ，利用勾股定理求出 BF ，利用三角函数求出 BE ，由此得到答案.

【详解】解：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ，

$$\therefore \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore AB = 2AC = 6,$$

$$\because AD = 3,$$

$$\therefore BD=3,$$

$$\because DF \parallel AC,$$

$$\therefore \angle DFB = \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore DF = \frac{1}{2}BD = \frac{3}{2}, BF = \sqrt{BD^2 - DF^2} = \frac{3\sqrt{3}}{2},$$

$$\because DE \perp AB,$$

$$\therefore \angle BDE = 90^\circ,$$

$$\therefore BE = \frac{BD}{\cos B} = 2\sqrt{3},$$

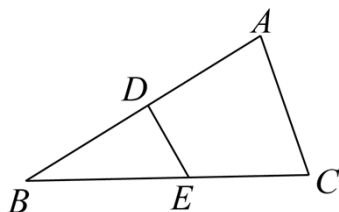
$$\therefore EF = BE - BF = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\text{故答案为: } \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

【点睛】此题考查勾股定理，锐角三角函数，直角三角形 30 度角的性质，熟记各定理是解题的关键。

三、解答题：

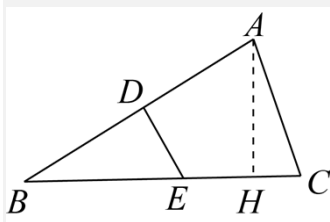
15. 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $AB=12$ ， $\angle B=30^\circ$ ， $\tan C = \frac{24}{7}$ ，边 AB 的垂直平分线分别交 AB 、 BC 于点 D 、 E 。求线段 CE 的长。



$$\text{【答案】 } 2\sqrt{3} + \frac{7}{4}$$

【分析】过 A 作 $AH \perp BC$ ，在 $\text{Rt}\triangle ABH$ 中，因为 $\angle B = 30^\circ$ ， $AB = 12$ ，得到 $AH = 6$ ， $BH = 6\sqrt{3}$ ，在 $\text{Rt}\triangle ACH$ 中，由 $\tan C = \frac{AH}{CH} = \frac{24}{7}$ ，得到 $CH = \frac{7}{4}$ ，从而得到 $BC = BH + CH = 6\sqrt{3} + \frac{7}{4}$ ，再结合 DE 垂直平分 AB ，得到 $BD = \frac{1}{2}AB = 6$ ， $DE \perp AB$ ，在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中，根据 $\cos B = \frac{BD}{BE} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，得到 $BE = 4\sqrt{3}$ ，进而根据图形上线段关系得到 $CE = BC - BE = 6\sqrt{3} + \frac{7}{4} - 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + \frac{7}{4}$ 。

【详解】过 A 作 $AH \perp BC$ ，垂足为点 H ，如图所示：



在 $\text{Rt}\triangle ABH$ 中， $\angle B = 30^\circ$ ， $AB = 12$ ，

$$\therefore AH = 6, \quad BH = 6\sqrt{3},$$

在 $\text{Rt}\triangle ACH$ 中， $\tan C = \frac{AH}{CH} = \frac{24}{7}$ ，

$$\therefore CH = \frac{7}{4},$$

$$\therefore BC = BH + CH = 6\sqrt{3} + \frac{7}{4},$$

$\because DE$ 垂直平分 AB ，

$$\therefore BD = \frac{1}{2}AB = 6, \quad DE \perp AB,$$

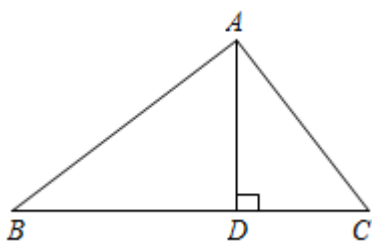
在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中， $\cos B = \frac{BD}{BE} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

$$\therefore BE = 4\sqrt{3},$$

$$\therefore CE = BC - BE = 6\sqrt{3} + \frac{7}{4} - 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + \frac{7}{4}.$$

【点睛】本题考查三角函数求线段长问题，涉及含 30° 角的直角三角形性质、正切函数、垂直平分线的性质、余弦函数等知识，熟练掌握三角函数求线段长是解决问题的关键。

16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ 于点 D ，若 $AD=6$ ， $BC=12$ ， $\tan C = \frac{3}{2}$ ，求：



(1) CD 的长

(2) $\cos B$ 的值

【答案】(1) 4

(2) $\frac{4}{5}$

【分析】(1) 直接在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中根据正切的定义求解即可；

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/427103053040006120>