

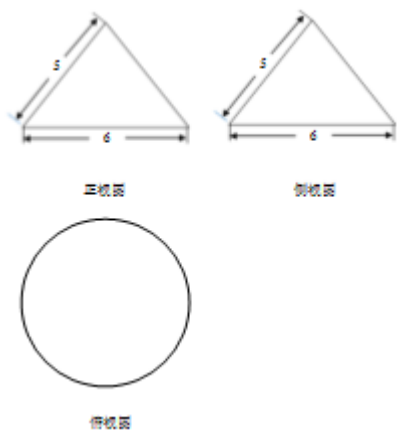
新疆师范大学附属实验高中 2024 届高三数学第一学期期末质量检测模拟试题

请考生注意：

1. 请用 2B 铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用 0.5 毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。
2. 答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ()
 A. $\{0, 1, 2\}$ B. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ C. $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ D. $\{1, 2\}$
2. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $x^3 < 27$ ”是“ $|x| < 3$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
3. 阿波罗尼斯 (约公元前 262~190 年) 证明过这样的命题：平面内到两定点距离之比为常数 $k (k > 0, k \neq 1)$ 的点的轨迹是圆. 后人将这个圆称为阿氏圆. 若平面内两定点 A, B 间的距离为 2, 动点 P 与 A, B 的距离之比为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 当 P, A, B 不共线时, $\triangle PAB$ 的面积的最大值是 ()
 A. $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$
4. 已知全集 $U = \mathbf{Z}$, $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x | (x+1)(x-3) > 0, x \in \mathbf{Z}\}$, 则集合 $A \cap (C_U B)$ 的子集个数为 ()
 A. 2 B. 4 C. 8 D. 16
5. 如图所示, 已知某几何体的三视图及其尺寸 (单位: cm), 则该几何体的表面积为 ()



- A. $15\pi \text{ cm}^2$
- B. $21\pi \text{ cm}^2$
- C. $24\pi \text{ cm}^2$
- D. $33\pi \text{ cm}^2$

6. 已知直线 $x+y=t$ 与圆 $x^2+y^2=2t-t^2$ ($t \in R$) 有公共点, 则 $t(4-t)$ 的最大值为 ()

- A. 4 B. $\frac{28}{9}$ C. $\frac{32}{9}$ D. $\frac{32}{7}$

7. 已知 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} 2x+y-2 \leq 0 \\ x-2y-1 \leq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$, 则点 $P(x, y)$ 所在区域的面积是()

- A. 1 B. 2 C. $\frac{5}{4}$ D. $\frac{4}{5}$

8. 若 $(1+2ai)i=1-bi$, 其中 $a, b \in R$, 则 $|a+bi|=()$.

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. 5

9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \sin \frac{(x-1)\pi}{2}, & 1 \leq x \leq 3 \\ 2f(x-2), & 3 < x \leq 100 \end{cases}$, 若函数 $f(x)$ 的极大值点从小到大依次记为 $a_1, a_2, \dots, a_n$, 并记相应的极大值为 $b_1, b_2, \dots, b_n$, 则 $\sum_{i=1}^n (a_i + b_i)$ 的值为 ()

大值为 $b_1, b_2, \dots, b_n$, 则 $\sum_{i=1}^n (a_i + b_i)$ 的值为 ()

- A. $2^{50} + 2449$ B. $2^{50} + 2549$ C. $2^{49} + 2449$ D. $2^{49} + 2549$

10. 已知定点 A, B 都在平面 α 内, 定点 $P \notin \alpha, PB \perp \alpha, C$ 是 α 内异于 A, B 的动点, 且 $PC \perp AC$, 那么动点 C 在平面 α 内的轨迹是 ()

- A. 圆, 但要去掉两个点 B. 椭圆, 但要去掉两个点
C. 双曲线, 但要去掉两个点 D. 抛物线, 但要去掉两个点

11. 设 $z = \frac{2}{1+i} + (1+i)^2$ (i 是虚数单位), 则 $|z|=()$

- A. $\sqrt{2}$ B. 1 C. 2 D. $\sqrt{5}$

12. 在平面直角坐标系 xOy 中, 锐角 θ 顶点在坐标原点, 始边为 x 轴正半轴, 终边与单位圆交于点 $P\left(\frac{\sqrt{5}}{5}, m\right)$, 则

$\sin\left(2\theta + \frac{\pi}{4}\right) = ()$

- A. $\frac{\sqrt{2}}{10}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ C. $\frac{7\sqrt{2}}{10}$ D. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

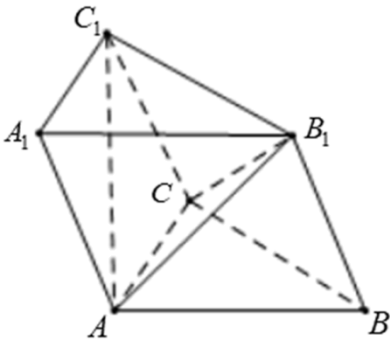
二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} 1 \leq x+y \leq 3 \\ -1 \leq x-y \leq 1 \end{cases}$, 则 $2x+y$ 的最大值为_____.

14. 已知等边三角形 ABC 的边长为 1. $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$, 点 N 、 T 分别为线段 BC 、 CA 上的动点, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{NT} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{TM} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{MN}$ 取值的集合为_____.
15. 已知矩形 $ABCD$, $AB=4$, $BC=3$, 以 A, B 为焦点, 且过 C, D 两点的双曲线的离心率为_____.
16. 在 $\triangle ABC$ 中, $2AB=3AC$, AD 是 $\angle BAC$ 的角平分线, 设 $AD=mAC$, 则实数 m 的取值范围是_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 如图, 已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 是全等的等边三角形.



- (1) 求证: $BC \perp AB_1$;
- (2) 若 $\cos \angle B_1BA = \frac{1}{4}$, 求二面角 $B-B_1C-A$ 的余弦值.
18. (12 分) 某市环保部门对该市市民进行了一次垃圾分类知识的网络问卷调查, 每一位市民仅有一次参加机会, 通过随机抽样, 得到参加问卷调查的 1000 人的得分 (满分: 100 分) 数据, 统计结果如下表所示.

组别	$[30,40)$	$[40,50)$	$[50,60)$	$[60,70)$	$[70,80)$	$[80,90)$	$[90,100)$
频数	25	150	200	250	225	100	50

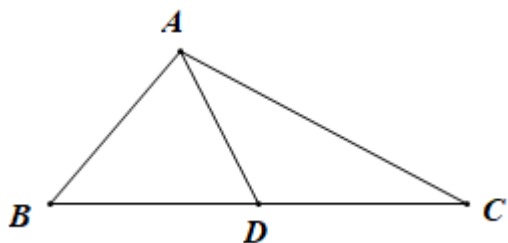
- (1) 已知此次问卷调查的得分 Z 服从正态分布 $N(\mu, 210)$, μ 近似为这 1000 人得分的平均值 (同一组中的数据用该组区间的中点值为代表), 请利用正态分布的知识求 $P(36 < Z \leq 79.5)$;
- (2) 在 (1) 的条件下, 环保部门为此次参加问卷调查的市民制定如下奖励方案.
- (i) 得分不低于 μ 的可以获赠 2 次随机话费, 得分低于 μ 的可以获赠 1 次随机话费;
- (ii) 每次赠送的随机话费和相应的概率如下表.

赠送的随机话费/元	20	40
概率	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$

现市民甲要参加此次问卷调查, 记 X 为该市民参加问卷调查获赠的话费, 求 X 的分布列及数学期望.

附: $\sqrt{210} \approx 14.5$, 若 $X: N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(\mu - \sigma < X \leq \mu + \sigma) = 0.6827$, $P(\mu - 2\sigma < X \leq \mu + 2\sigma) = 0.9545$, $P(\mu - 3\sigma < X \leq \mu + 3\sigma) = 0.9973$.

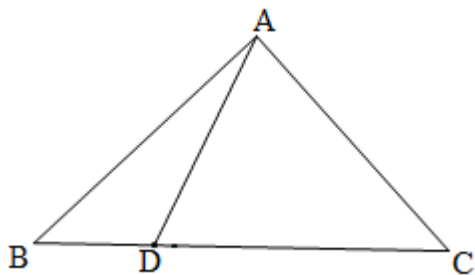
19. (12分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且满足 $a \sin B + b \cos A = c$, 线段 BC 的中点为 D .



(I) 求角 B 的大小;

(II) 已知 $\sin C = \frac{\sqrt{10}}{10}$, 求 $\angle ADB$ 的大小.

20. (12分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = \frac{\pi}{4}$, D 是边 BC 上一点, 且 $AD = 5$, $\cos \angle ADC = \frac{3}{5}$.



(1) 求 BD 的长;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 14, 求 AC 的长.

21. (12分) 已知曲线 C 的极坐标方程是 $\rho = 4 \cos \theta$. 以极点为平面直角坐标系的原点, 极轴为 x 轴的正半轴, 建立平面

直角坐标系, 直线 l 的参数方程是:
$$\begin{cases} x = m + \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 是参数}).$$

(1) 若直线 l 与曲线 C 相交于 A, B 两点, 且 $|AB| = \sqrt{14}$, 试求实数 m 值.

(2) 设 $M(x, y)$ 为曲线 C 上任意一点, 求 $x + 2y$ 的取值范围.

22. (10分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知向量 $\vec{a} = (\cos \alpha, \sin \alpha)$, $\vec{b} = \left(\cos \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right), \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) \right)$, 其中

$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

(1) 求 $\binom{1}{b-a} \cdot a$ 的值;

(2) 若 $\binom{1}{c} = (1, 1)$, 且 $\binom{1}{b+c} P_a^1$, 求 α 的值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

进行交集的运算即可.

【详解】

$$Q A = \{0, 1, 2, 3\}, B = \{x \mid -2 \leq x \leq 2\},$$

$$\therefore A \cap B = \{0, 1, 2\}.$$

故选：A.

【点睛】

本题主要考查了列举法、描述法的定义，考查了交集的定义及运算，考查了计算能力，属于基础题.

2、B

【解析】

先解不等式化简两个条件，利用集合法判断充分必要条件即可

【详解】

解不等式 $x^3 < 27$ 可得 $x < 3$,

解绝对值不等式 $|x| < 3$ 可得 $-3 < x < 3$,

由于 $\{x \mid -3 < x < 3\}$ 为 $\{x \mid x < 3\}$ 的子集,

据此可知“ $x^3 < 27$ ”是“ $|x| < 3$ ”的必要不充分条件.

故选：B

【点睛】

本题考查了必要不充分条件的判定，考查了学生数学运算，逻辑推理能力，属于基础题.

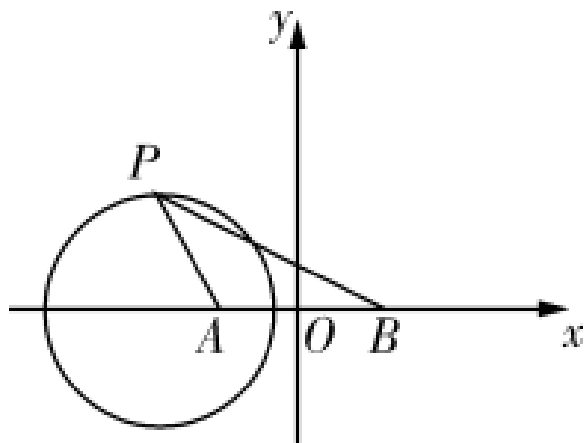
3、A

【解析】

根据平面内两定点 A ， B 间的距离为 2，动点 P 与 A ， B 的距离之比为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，利用直接法求得轨迹，然后利用数形结合求解。

【详解】

如图所示：



设 $A(-1,0)$ ， $B(1,0)$ ， $P(x,y)$ ，则 $\frac{\sqrt{(x+1)^2+y^2}}{\sqrt{(x-1)^2+y^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，

化简得 $(x+3)^2 + y^2 = 8$ ，

当点 P 到 AB （ x 轴）距离最大时， $\triangle PAB$ 的面积最大，

$\therefore \triangle PAB$ 面积的最大值是 $\frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ 。

故选：A.

【点睛】

本题主要考查轨迹的求法和圆的应用，还考查了数形结合思想和运算求解的能力，属于中档题。

4、C

【解析】

先求 B ，再求 $C_U B$ ，求得 $A \cap (C_U B)$ 则子集个数可求

【详解】

由题 $C_U B = \{x | (x+1)(x-3) \leq 0, x \in Z\} = \{x | -1 \leq x \leq 3, x \in Z\} = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ ，则集合 $A \cap (C_U B) = \{1, 2, 3\}$ ，故其子集个数为 $2^3 = 8$

故选 C

【点睛】

此题考查了交、并、补集的混合运算及子集个数，熟练掌握各自的定义是解本题的关键，是基础题

5、C

【解析】

由三视图知，该几何体是一个圆锥，其母线长是 5 cm ，底面直径是 6 cm ，据此可计算出答案.

【详解】

由三视图知，该几何体是一个圆锥，其母线长是 5 cm ，底面直径是 6 cm ，

$\therefore$ 该几何体的表面积 $S = \pi \times 3^2 + \pi \times 3 \times 5 = 24\pi$.

故选：C

【点睛】

本题主要考查了三视图的知识，几何体的表面积的计算.由三视图正确恢复几何体是解题的关键.

6、C

【解析】

根据 $x^2 + y^2 = 2t - t^2$ ($t \in R$) 表示圆和直线 $x + y = t$ 与圆 $x^2 + y^2 = 2t - t^2$ ($t \in R$) 有公共点，得到 $0 \leq t \leq \frac{4}{3}$ ，再利用二次函数的性质求解.

【详解】

因为 $x^2 + y^2 = 2t - t^2$ ($t \in R$) 表示圆，

所以 $2t - t^2 > 0$ ，解得 $0 < t < 2$ ，

因为直线 $x + y = t$ 与圆 $x^2 + y^2 = 2t - t^2$ ($t \in R$) 有公共点，

所以圆心到直线的距离 $d \leq r$ ，

$$\text{即 } \frac{|t|}{\sqrt{2}} \leq \sqrt{2t - t^2},$$

$$\text{解得 } 0 \leq t \leq \frac{4}{3},$$

$$\text{此时 } 0 \leq t \leq \frac{4}{3},$$

因为 $f(t) = t(4-t) = -t^2 + 4t = -(t-2)^2 + 4$ ，在 $\left[0, \frac{4}{3}\right]$ 递增，

所以 $t(4-t)$ 的最大值 $f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{32}{9}$.

故选：C

【点睛】

本题主要考查圆的方程，直线与圆的位置关系以及二次函数的性质，还考查了运算求解的能力，属于中档题.

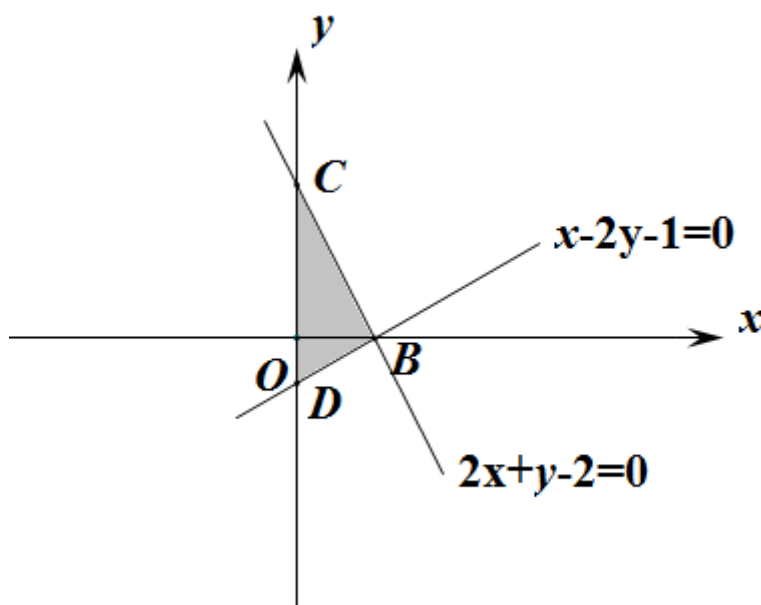
7、C

【解析】

画出不等式表示的平面区域，计算面积即可.

【详解】

不等式表示的平面区域如图：



直线 $2x + y - 2 = 0$ 的斜率为 -2 ，直线 $x - 2y - 1$ 的斜率为 $\frac{1}{2}$ ，所以两直线垂直，故 $\triangle BCD$ 为直角三角形，易得

$B(1, 0)$ ， $D(0, -\frac{1}{2})$ ， $C(0, 2)$ ， $|BD| = \frac{\sqrt{5}}{2}$ ， $|BC| = \sqrt{5}$ 所以阴影部分面积 $S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2}|BD| \cdot |BC| = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{5}}{2} \times \sqrt{5} = \frac{5}{4}$.

故选：C.

【点睛】

本题考查不等式组表示的平面区域面积的求法，考查数形结合思想和运算能力，属于常考题.

8、C

【解析】

试题分析：由已知， $-2a + i = 1 - bi$ ，根据复数相等的充要条件，有 $a = -\frac{1}{2}$ ， $b = -1$

所以 $|a + bi| = \sqrt{(-\frac{1}{2})^2 + (-1)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ ，选 C

考点：复数的代数运算，复数相等的充要条件，复数的模

9、C

【解析】

对此分段函数的第一部分进行求导分析可知，当 $x=2$ 时有极大值 $f(2)=1$ ，而后一部分是前一部分的定义域的循环，而值域则是每一次前面两个单位长度定义域的值域的 2 倍，故此得到极大值点 a_n 的通项公式 $a_n=2n$ ，且相应极大值 $b_n=2^{n-1}$ ，分组求和即得

【详解】

$$\text{当 } 1 \leq x \leq 3 \text{ 时, } f'(x) = \frac{\pi}{2} \cos\left(\frac{\pi x - \pi}{2}\right),$$

显然当 $x=2$ 时有， $f'(x)=0$ ，

∴经单调性分析知

$x=2$ 为 $f(x)$ 的第一个极值点

又∵ $3 < x \leq 100$ 时， $f(x)=2f(x-2)$

∴ $x=4, x=6, x=8, \dots$ ，均为其极值点

∴函数不能在端点处取得极值

∴ $a_n=2n, 1 \leq n \leq 49, n \in Z$

∴对应极值 $b_n=2^{n-1}, 1 \leq n \leq 49, n \in Z$

$$\therefore \sum_{i=1}^{49} (a_i + b_i) = \frac{(2+98) \times 49}{2} + \frac{1 \times (1-2^{49})}{1-2} = 2^{49} + 2449$$

故选：C

【点睛】

本题考查基本函数极值的求解，从函数表达式中抽离出相应的等差数列和等比数列，最后分组求和，要求学生对数列和函数的熟悉程度高，为中档题

10、A

【解析】

根据题意可得 $AC \perp BC$ ，即知 C 在以 AB 为直径的圆上.

【详解】

Q $PB \perp \alpha, AC \subset \alpha$,

∴ $PB \perp AC$,

又 $PC \perp AC, PB \cap PC = P$,

$\therefore AC \perp \text{平面} PBC$, 又 $BC \subset \text{平面} PBC$

$\therefore AC \perp BC$,

故 C 在以 AB 为直径的圆上,

又 C 是 α 内异于 A, B 的动点,

所以 C 的轨迹是圆, 但要去掉两个点 A, B

故选: A

【点睛】

本题主要考查了线面垂直、线线垂直的判定, 圆的性质, 轨迹问题, 属于中档题.

11、 A

【解析】

先利用复数代数形式的四则运算法则求出 z , 即可根据复数的模计算公式求出 $|z|$.

【详解】

$$\because z = \frac{2}{1+i} + (1+i)^2 = 1-i+2i = 1+i, \therefore |z| = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}.$$

故选: A .

【点睛】

本题主要考查复数代数形式的四则运算法则的应用, 以及复数的模计算公式的应用,

属于容易题.

12、 A

【解析】

根据单位圆以及角度范围, 可得 m , 然后根据三角函数定义, 可得 $\sin \theta, \cos \theta$, 最后根据两角和的正弦公式, 二倍角公式, 简单计算, 可得结果.

【详解】

由题可知: $\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 + m^2 = 1$, 又 θ 为锐角

$$\text{所以 } m > 0, \quad m = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{根据三角函数的定义: } \sin \theta = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \cos \theta = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{所以 } \sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{4}{5}$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/42711156010006056>