MATLAB在机械优化设计中的应用

林洋8153025

目录

MATLAB简介

- 美国Mathworks企业推出了MATLAB以其强大的功能和易用性受到越来越多的科技工作者的欢迎。
- MATLAB由主包和功能各异的工具箱构成，其基本数据构造是矩阵。
- MATLAB具有非常强大的计算功能，其已成为世界上应用最广泛的工程计算应用软件之一。（Mathematica、Maple）

MATLAB主要功能和特点

- 主要功能

1，数字计算功能

2，符号计算功能

3，数据分析和可视化分析功能

4，文字处理功能

5，SIMULINK动态仿真功能

- 主要特点

1，功能强大

具有四十多种应用于不同领域的工具箱

2，界面友好

其指令体现方式与习惯上的数学体现方式非常的接近

3，扩展性强

顾客可自发的开发自己的应用程序

Matlab优化工具箱简介

1.MATLAB求解优化问题的主要函数

型	模　　　型	基本函数名
函数极小	Min F（x）s.t. $x1<x<x2$	x=fminbnd('F', x_1, x_2)
约束极小	Min F(X)	X=fminunc('F', X_0) X=fminsearch('F', X_0)
性规划	Min $c^T X$ s.t. AX<=b	X=linprog(c,A,b)
次规划	Min $\frac{1}{2}x^T Hx+c^T x$ s.t. Ax<=b	X=quadprog(H,c,A,b)
束极小 线性规划）	Min F(X) s.t. G(X)<=0	X=fmincon('FG', X_0)
目标问题	Min r s.t. F(x)-wr<=goal	X=fgoalattain('F',x,goal,w)
极大问题	$\min\limits_{X} \max\limits_{\{Fi(x)\}} \{F_i(x)\}$ s.t. G(x)<=0	X=fminimax('FG', x_0)

2. 优化函数的输入变量

使用优化函数或优化工具箱中其他优化函数时，输入变量见下表:

变量	描　　述	调用函数
f	线性规划的目标函数f*X 或二次规划的目标函数X'*H*X+f*X 中线性项的系数向量	linprog, quadprog
fun	非线性优化的目标函数. fun必须为行命令对象或M文件、嵌入函数、或MEX文件的名称	fminbnd, fminsearch, fminunc, fmincon, lsqcurvefit, lsqnonlin, fgoalattain, fminimax
H	二次规划的目标函数X'*H*X+f*X 中二次项的系数矩阵	quadprog
A, b	A矩阵和b向量分别为线性不等式约束: $AX \le b$ 中的系数矩阵和右端向量	linprog, quadprog, fgoalattain, fmincon, fminimax
Aeq, beq	Aeq矩阵和beq向量分别为线性等式约束: $Aeq \cdot X = beq$ 中的系数矩阵和右端向量	linprog, quadprog, fgoalattain, fmincon, fminimax
vlb, vub	X的下限和上限向量：vlb≤ X≤ vub	linprog, quadprog, fgoalattain, fmincon, fminimax, lsqcurvefit, lsqnonlin
X_0	迭代初始点坐标	除fminbnd外所有优化函数
x_1, x_2	函数最小化的区间	fminbnd
options	优化选项参数结构，定义用于优化函数的参数	所有优化函数

3. 优化函数的输出变量下表:

变量	描　述	调用函数
x	由优化函数求得的值. 若exitflag>0, 则x为解; 否则, x不是最终解, 它只是迭代制止时优化过程的值	所有优化函数
fval	解x处的目标函数值	linprog, quadprog, fgoalattain, fmincon, fminimax, lsqcurvefit, lsqnonlin, fminbnd
exitflag	描述退出条件: ● exitflag>0, 表目标函数收敛于解x处 ● exitflag=0, 表已达到函数评价或迭代的最大次数 ● exitflag<0, 表目标函数不收敛	
output	包含优化结果信息的输出结构. ● Iterations: 迭代次数 ● Algorithm所采用的算法 ● FuncCount: 函数评价次数	所有优化函数

优化设计理论

优化设计的必要性

质量问题 50%因为设计不周

成本 70%设计阶段决定

总周期 40%设计周期 期 占据

优化设计的概念

- 优化设计是借助最优化数值计算措施和计算机技术，求取工程问题的最优设计方案。
- 即：进行最优化设计时，必须首先将实际问题加以数学描述，形成一组由数学体现式构成的数学模型，然后选择一种最优化数值计算措施和计算机程序，在计算机上运算求解，得到一组最优的设计参数。

优化设计问题分类

- 函数优化问题
  - 无约束
  - 有约束
- 组合优化问题

优化设计的一般实施环节

（1）根据设计要求和目的定义优化设计问题

（2）建立优化设计问题的数学模型

（3）选用合适的优化计算措施

（4）拟定必要的数据和设计初始点

（5）编写涉及数学模型和优化算法的计算机程序，经过计算机的求解计算获取最优构造参数

（6）对成果数据和设计方案进行合理性和合用性分析

优化设计数学模型

- **1，建立数学模型的基本原则**

  数学模型的建立要求确切、简洁的反应工程问题

- **2，数学模型的三要素**

  设计变量

  目的函数

  约束条件

无约束优化措施

- 最速下降法（梯度法）
- 生顿型措施
- 共轭方向法
- 变尺度法
- 坐标轮换法
- 鲍威尔措施
- 单形变换法

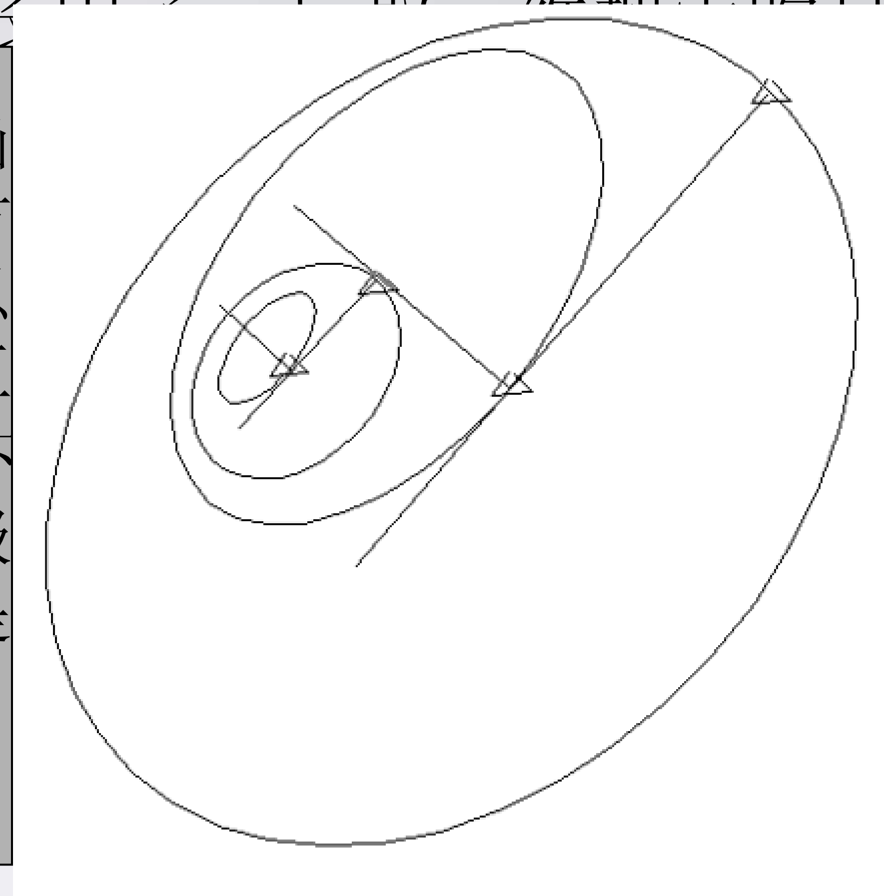
最速下降法（梯度法）

- 优化设计是追求目的函数值f（x）最小，所以，一种很自然的想法是从某点x出发，其搜索方向d取该点的负梯度方向-▽f（x),使函数值在该点附近的范围内下降最快。形成下列迭代算法

$$\boldsymbol{x}^{k+1} = \boldsymbol{x}^{k} - a_k \nabla f(\boldsymbol{x}^{k}) \quad (k = 0,1,2,\mathrm{L}\ )$$

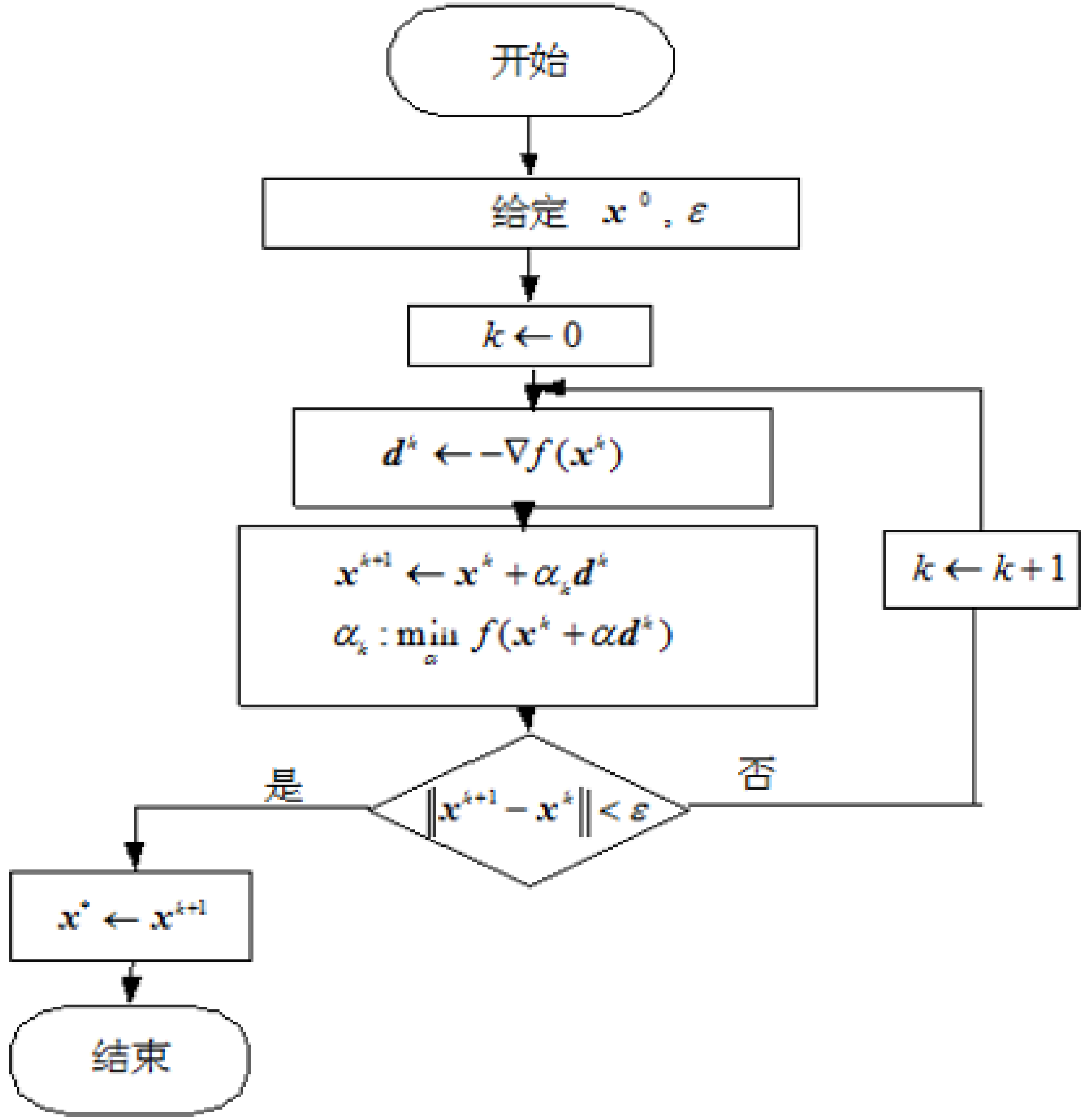
为了使目的函数值沿搜索方向 $-\nabla f(x^k)$ 能够取得最大的下降值，其步长因子……佳

相邻的两个迭代点上的函数梯度相互垂直而搜索方向就是负梯度方向，所以相邻的两个搜索方向相互垂直。这就是说在最速下降法中，迭代点向函数极小点接近的过程，走的是波折的路线。



$$[\nabla f(x^{k+1})]^T \nabla f(x^k) = 0$$

$$(s^{k+1})^T s^k = 0$$


开始
给定 x^0，ε
$k \leftarrow 0$
$d^k \leftarrow -\nabla f(x^k)$
$x^{k+1} \leftarrow x^k + \alpha_k d^k$
$\alpha_k : \min_{\alpha} f(x^k + \alpha d^k)$
$\|x^{k+1} - x^k\| < \varepsilon$
是
否
$k \leftarrow k+1$
$x^* \leftarrow x^{k+1}$
结束

例：　　求目的函数 $f(\boldsymbol{x})=x_1^2+25x_2^2$ 的极小点。

解：取初始点 $\boldsymbol{x}^0=[2,2]^T$

则初始点处函数值及梯度分别为

$$f(\boldsymbol{x}^0)=104$$

$$\nabla f(\boldsymbol{x}^0)=\begin{bmatrix}2x_1\\50x_2\end{bmatrix}_{x_0}=\begin{bmatrix}4\\100\end{bmatrix}$$

沿负梯度方向进行一维搜索，有

$$\boldsymbol{x}^1=\boldsymbol{x}^0-\alpha_0\nabla f(\boldsymbol{x}^0)=\begin{bmatrix}2-4\alpha_0\\2-100\alpha_0\end{bmatrix}$$

α_0为一维搜索最佳步长，应满足极值必要条件

$$f(\boldsymbol{x}^1)=\min\left\{(2-4\alpha)^2+25(2-100\alpha)^2\right\}=\min\varphi(\alpha)$$

$$\varphi'(\alpha)=-8(2-4\alpha_0)-5\ 000(2-100\alpha_0)=0$$

算出一维搜索最佳步长

$$\alpha_0=\frac{626}{31\ 252}=0.020\ 030\ 72$$

第一次迭代设计点位置和函数值

$$\boldsymbol{x}^1=\begin{bmatrix}2-4\alpha_0\\ 2-100\alpha_0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1.919\ 877\\ -0.307\ 178\ 5\times10^{-2}\end{bmatrix}$$

$$|x^{k+1}-x^{k}|<\varepsilon$$

$$f(\boldsymbol{x}^1)=3.686\ 164$$

继续作下去，经10次迭代后，得到最优解 $\boldsymbol{x}^*=[0\quad 0]^T$

$$f(\boldsymbol{x}^*)=0$$

梯度法的特点

- （1）理论明确，程序简朴，对初始点要求不严格。
- （2）对一般函数而言，梯度法的收敛速度并不快，因为最速下降方向仅仅是指某点的一种局部性质。
- （3）梯度法相邻两次搜索方向的正交性，决定了迭代全过程的搜索路线呈锯齿状，在远离极小点时逼近速度较快，而在接近极小点时逼近速度较慢。
- （4）梯度法的收敛速度与目的函数的性质亲密有关。对于等值线(面)为同心圆（球）的目的函数，一次搜索即可到达极小点。