

第 05 讲 利用导数研究函数的零点（方程的根）

目录

题型一：重点考查函数零点唯一问题.....	1
题型二：重点考查讨论函数零点（方程根）的个数问题.....	9
题型三：重点考查数形结合法讨论函数零点（方程根）的个数问题.....	15
题型四：重点考查已知函数零点（方程根）的个数求参数（选填）.....	20
题型五：重点考查重点考查已知函数零点（方程根）的个数求参数（解答题）	26
题型六：重点考查函数零点（方程根）中的隐零点问题.....	33
题型七：重点考查函数零点（方程根）中的极限问题.....	39

题型一：重点考查函数零点唯一问题

典型例题

例题 1. （2022 下·内蒙古赤峰·高二校考期中）已知函数 $f(x) = e^x - kx$ 在 $(0, +\infty)$ 上存在唯一零点 x ，则实数 k 的值为_____.

例题 2. （2023 上·北京西城·高三北京十五中校考阶段练习）设函数 $f(x) = x^2 + m \ln(x+1)$ ($m \in \mathbb{R}$).

(1) 若 $m = -1$ ，求曲线 $f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程；

(2) 若 $m = -1$ ，当 $x \in (1, +\infty)$ 时，求证： $f(x) < x^3$.

(3) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(0, 1)$ 上存在唯一零点，求实数 m 的取值范围.

例题 3. (2023·全国·高三专题练习) 已知函数 $f(x) = x - a \ln x$, ($a \in \mathbb{R}$). 若函数 $y = f(x)$ 只有一个零点, 求实数 a 的取值所构成的集合;

例题 4. (2022 上·陕西安康·高二校考期末) 设函数 $f(x) = \frac{x^2}{2} - k \ln x$,

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性

(2) 当 $k > 0$ 时, 证明: 若 $f(x)$ 存在零点, 则 $f(x)$ 在区间 $(1, \sqrt{e}]$ 上仅有一个零点.

精练核心考点

1. (2022 上·广东广州·高三广州市从化区从化中学校考阶段练习) 设函数 $f(x) = e^x - a \sin x, x \in [0, \pi]$ 有且仅有一个零点, 则实数 $a =$ _____

2. (2024 上·辽宁葫芦岛·高三统考期末) 已知函数 $f(x) = e^x - a \ln(ax+a) - a$, 其中 $a \neq 0$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 已知 $a < 0$, 若 $f(x)$ 只有一个零点, 求 a 的取值范围.

3. (2023 上·全国·高三专题练习) 已知函数 $f(x) = \frac{\cos x - x}{x^2}, x \in (0, +\infty)$. 证明: 函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上有且只有一个零点.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/427201054163006162>