

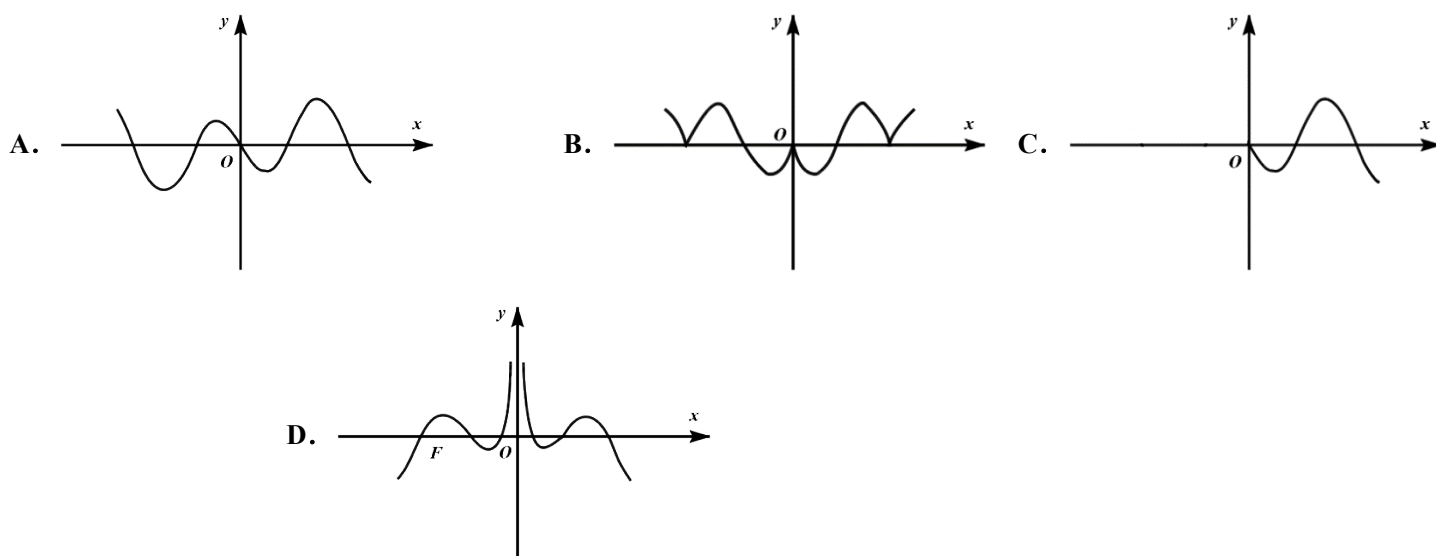
曲靖市重点中学 2024 年高三二诊模拟考试数学试卷

请考生注意：

1. 请用 2B 铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用 0.5 毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。
2. 答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 函数 $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \ln|x|$ 图像可能是（ ）



2. 已知函数 $f(x) = \frac{\ln x}{x} - x^2 + 2ex - a$ （其中 e 为自然对数的底数）有两个零点，则实数 a 的取值范围是（ ）

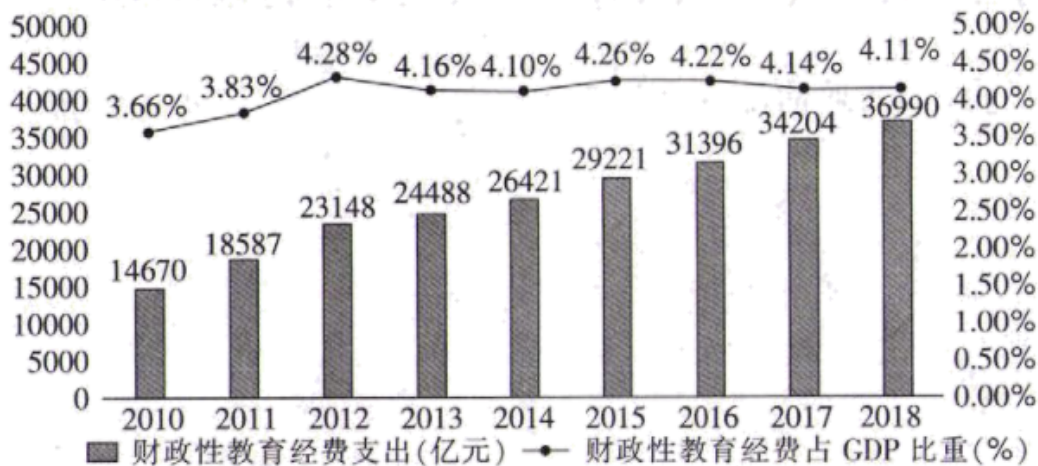
- A. $\left(-\infty, e^2 + \frac{1}{e}\right]$ B. $\left(-\infty, e^2 + \frac{1}{e}\right)$
 C. $\left[e^2 - \frac{1}{e}, +\infty\right)$ D. $\left(e^2 - \frac{1}{e}, +\infty\right)$

3. 已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $S_{2018} < S_{2020} < S_{2019}$ ，设 $b_n = a_n a_{n+1} a_{n+2}$ ，则数列 $\left\{\frac{1}{b_n}\right\}$ 的前 n 项和 T_n 取最大值时 n 的值为（ ）

- A. 2020 B. 2019 C. 2018 D. 2017

4. 国务院发布《关于进一步调整优化结构、提高教育经费使用效益的意见》中提出，要优先落实教育投入。某研究机构统计了 2010 年至 2018 年国家财政性教育经费投入情况及其在 GDP 中的占比数据，并将其绘制成下表，由下表可知下列叙述错误的是（ ）

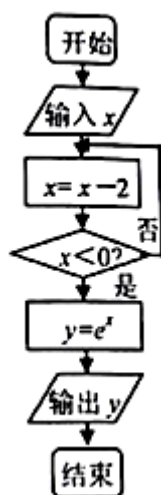
2010-2018 年国家财政性教育经费投入情况及其在 GDP 中的占比情况(单位:亿元,%)



- A. 随着文化教育重视程度的不断提高, 国在财政性教育经费的支出持续增长
- B. 2012 年以来, 国家财政性教育经费的支出占 GDP 比例持续 7 年保持在 4% 以上
- C. 从 2010 年至 2018 年, 中国 GDP 的总值最少增加 60 万亿
- D. 从 2010 年到 2018 年, 国家财政性教育经费的支出增长最多的年份是 2012 年
5. 已知定义在 R 上的函数 $f(x)$, 若函数 $y = f(x+2)$ 为偶函数, 且 $f(x)$ 对任意 $x_1, x_2 \in [2, +\infty)$ ($x_1 \neq x_2$), 都有 $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < 0$, 若 $f(a) \leq f(3a+1)$, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $[-\frac{1}{2}, \frac{3}{4}]$ B. $[-2, -1]$ C. $(-\infty, -\frac{1}{2}]$ D. $(\frac{3}{4}, +\infty)$

6. 根据如图所示的程序框图, 当输入的 x 值为 3 时, 输出的 y 值等于 ()



- A. 1 B. e C. e^{-1} D. e^{-2}

7. 函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2-x}} + \ln(x+1)$ 的定义域为 ()

- A. $(2, +\infty)$ B. $(-1, 2) \cup (2, +\infty)$ C. $(-1, 2)$ D. $(-1, 2]$

8. 已知 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $a_5=16$, $a_3a_4=-32$, 则 $S_8=(\quad)$

- A. -21 B. -24 C. 85 D. -85

9. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 E, F, G 分别为棱 A_1D_1, D_1D, A_1B_1 的中点, 给出下列命题 ① $AC_1 \perp EG$;

② $GC \parallel ED$; ③ $B_1F \perp$ 平面 BGC_1 ; ④ EF 和 BB_1 成角为 $\frac{\pi}{4}$. 正确命题的个数是 $(\quad)$

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

10. 若函数 $f(x) = e^{|x|} - mx^2$ 有且只有 4 个不同的零点, 则实数 m 的取值范围是 $(\quad)$

- A. $\left[\frac{e^2}{4}, +\infty\right)$ B. $\left(\frac{e^2}{4}, +\infty\right)$ C. $\left(-\infty, \frac{e^2}{4}\right)$ D. $\left(-\infty, \frac{e^2}{4}\right]$

11. 已知角 α 的终边经过点 $(3, -4)$, 则 $\sin \alpha + \frac{1}{\cos \alpha} =$

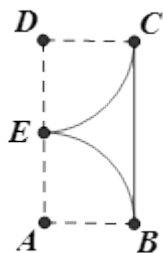
- A. $-\frac{1}{5}$ B. $\frac{37}{15}$
C. $\frac{37}{20}$ D. $\frac{13}{15}$

12. 已知复数 z 满足 $(1+2i)z = 4+3i$, 则 z 的共轭复数是 $(\quad)$

- A. $2-i$ B. $2+i$ C. $1+2i$ D. $1-2i$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, E 为边 AD 的中点, $AB=1$, $BC=2$, 分别以 A, D 为圆心, 1 为半径作圆弧 EB, EC (E 在线段 AD 上). 由两圆弧 EB, EC 及边 BC 所围成的平面图形绕直线 AD 旋转一周, 则所形成的几何体的体积为_____.



14. 设 α, β 为互不重合的平面, m, n 是互不重合的直线, 给出下列四个命题:

- ①若 $m \parallel n$, 则 $m \parallel \alpha$;
②若 $m \subset \alpha$, $n \subset \alpha$, $m \parallel \beta$, $n \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$;
③若 $\alpha \parallel \beta$, $m \subset \alpha$, $n \subset \beta$, 则 $m \parallel n$;
④若 $\alpha \perp \beta$, $\alpha \cap \beta = m$, $n \subset \alpha$, $m \perp n$, 则 $n \perp \beta$;

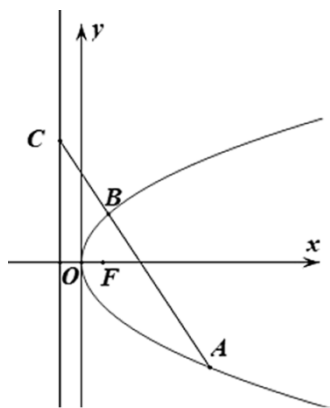
其中正确命题的序号为_____.

15. 已知 $A(-4,0)$, $P(a,a+4)$, 圆 $O: x^2 + y^2 = 4$, 直线 PM , PN 分别与圆 O 相切, 切点为 M , N , 若 $\vec{MR} = \vec{RN}$, 则 $|AR|$ 的最小值为_____.

16. 在三棱锥 $A-BCD$ 中, 已知 $BC = CD = BD = \sqrt{2}AB = \sqrt{2}AD = 6$, 且平面 $ABD \perp$ 平面 BCD , 则三棱锥 $A-BCD$ 外接球的表面积为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (12 分) 已知抛物线 $G: y^2 = 2px$, 焦点为 F , 直线 l 交抛物线 G 于 A, B 两点, 交抛物线 G 的准线于点 C , 如图所示, 当直线 l 经过焦点 F 时, 点 F 恰好是 AC 的中点, 且 $|BC| = \frac{8}{3}$.



(1) 求抛物线 G 的方程;

(2) 点 O 是原点, 设直线 OA, OB 的斜率分别是 k_1, k_2 , 当直线 l 的纵截距为 1 时, 有数列 $\{a_n\}$ 满足

$a_1 = 1, k = -16a_{n-1}, k_2 = 4(a_n + 2)^2$, 设数列 $\left\{ \frac{a_n}{1+a_n} \right\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知存在正整数 m 使得 $m \leq S_{2020} < m+1$,

求 m 的值.

18. (12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}ax^2 + (1-a)x - \ln x, a \in \mathbb{R}$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $a \in (-\infty, 1)$, 设 $g(x) = xe^x - x - \ln x + a$, 证明: $\forall x_1 \in (0, 2], \exists x_2 \in (0, +\infty)$, 使

$f(x_1) - g(x_2) > 2 - \ln 2$.

19. (12 分) 随着时代的发展, A 城市的竞争力、影响力日益卓著, 这座创新引领型城市有望踏上向“全球城市”发起“冲击”的新征程. A 城市的活力与包容无不吸引着无数怀揣梦想的年轻人前来发展, 目前 A 城市的常住人口大约为 1300 万. 近日, 某报社记者作了有关“你来 A 城市发展的理由”的调查问卷, 参与调查的对象年龄层次在 25~44 岁之间. 收集到的相关数据如下:

来 A 城市发展的理由		人数	合计
自然环境	1.森林城市，空气清新	200	300
	2.降水充足，气候怡人	100	
人文环境	3.城市服务到位	150	700
	4.创业氛围好	300	
	5.开放且包容	250	
合计		1000	1000

- (1) 根据以上数据，预测 400 万 25~44 岁年龄的人中，选择“创业氛围好”来 A 城市发展的有多少人；
- (2) 从所抽取选择“自然环境”作为来 A 城市发展的理由的 300 人中，利用分层抽样的方法抽取 6 人，从这 6 人中再选取 3 人发放纪念品.求选出的 3 人中至少有 2 人选择“森林城市，空气清新”的概率；
- (3) 在选择“自然环境”作为来 A 城市发展的理由的 300 人中有 100 名男性；在选择“人文环境”作为来 A 城市发展的理由的 700 人中有 400 名男性；请填写下面 2×2 列联表，并判断是否有 99.9% 的把握认为性别与“自然环境”或“人文环境”的选择有关？

	自然环境	人文环境	合计
男			
女			
合计			

附： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ， $n = a + b + c + d$.

$P\left(K^2 \geq k\right)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

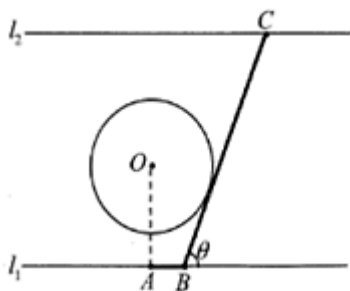
20.（12 分）已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{1}{2a_1-5}+\frac{2}{2a_2-5}+\frac{3}{2a_3-5}+\cdots+\frac{n}{2a_n-5}=\frac{n}{3}$.

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 设数列 $\left\{\frac{1}{a_n a_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和为 T_n , 证明: $T_n < \frac{1}{6}$.

21. (12 分) 如图为某大江的一段支流, 岸线 l_1 与 l_2 近似满足 $l_1 \parallel l_2$, 宽度为 7km . 圆 O 为江中的一个半径为 2km 的小岛, 小镇 A 位于岸线 l_1 上, 且满足岸线 $l_1 \perp OA$, $OA = 3\text{km}$. 现计划建造一条自小镇 A 经小岛 O 至对岸 l_2 的水上通道 ABC (图中粗线部分折线段, B 在 A 右侧), 为保护小岛, BC 段设计成与圆 O 相切. 设

$$\angle ABC = \pi - \theta \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2} \right).$$



- (1) 试将通道 ABC 的长 L 表示成 θ 的函数, 并指出定义域;
- (2) 若建造通道的费用是每公里 100 万元, 则建造此通道最少需要多少万元?

22. (10 分) 设函数 $f(x) = 6\cos^2 x - \sqrt{3}\sin 2x$.

- (1) 求 $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$ 的值;
- (2) 若 $x \in \left[\frac{\pi}{3}, \pi\right]$, 求函数 $f(x)$ 的单调递减区间.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

先判断函数的奇偶性可排除选项 A, C , 当 $x \rightarrow 0^+$ 时, 可分析函数值为正, 即可判断选项.

【详解】

$$Q \ y = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \ln|x| = -\cos x \ln|x|,$$

$$\therefore -\cos(-x) \ln|-x| = -\cos x \ln|x|,$$

即函数为偶函数，

故排除选项 A, C ，

当正数 x 越来越小，趋近于 0 时， $-\cos x < 0, \ln|x| < 0$ ，

所以函数 $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \ln|x| > 0$ ，故排除选项 B ，

故选： D

【点睛】

本题主要考查了函数的奇偶性，识别函数的图象，属于中档题。

2、 B

【解析】

求出导函数 $f'(x)$ ，确定函数的单调性，确定函数的最值，根据零点存在定理可确定参数范围。

【详解】

$f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2} - 2(x - e)$ ，当 $x \in (0, e)$ 时， $f'(x) > 0$ ， $f(x)$ 单调递增，当 $x \in (e, +\infty)$ 时， $f'(x) < 0$ ， $f(x)$ 单调

递减， $\therefore$ 在 $(0, +\infty)$ 上 $f(x)$ 只有一个极大值也是最大值 $f(e) = \frac{1}{e} + e^2 - a$ ，显然 $x \rightarrow 0$ 时， $f(x) \rightarrow -\infty$ ， $x \rightarrow +\infty$ 时，

$f(x) \rightarrow -\infty$ ，

因此要使函数有两个零点，则 $f(e) = \frac{1}{e} + e^2 - a > 0$ ， $\therefore a < e^2 + \frac{1}{e}$ 。

故选： B 。

【点睛】

本题考查函数的零点，考查用导数研究函数的最值，根据零点存在定理确定参数范围。

3、 B

【解析】

根据题意计算 $a_{2019} > 0$ ， $a_{2020} < 0$ ， $a_{2019} + a_{2020} > 0$ ，计算 $\frac{1}{b_{2018}} < 0$ ， $\frac{1}{b_{2019}} > 0$ ， $\frac{1}{b_{2018}} + \frac{1}{b_{2019}} > 0$ ，得到答案。

【详解】

S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $S_{2018} < S_{2020} < S_{2019}$,

故 $a_{2019} > 0$, $a_{2020} < 0$, $a_{2019} + a_{2020} > 0$, $b_n = a_n a_{n+1} a_{n+2}$, 故 $\frac{1}{b_n} = \frac{1}{a_n a_{n+1} a_{n+2}}$,

当 $n \leq 2017$ 时, $\frac{1}{b_n} > 0$, $\frac{1}{b_{2018}} = \frac{1}{a_{2018} a_{2019} a_{2020}} < 0$, $\frac{1}{b_{2019}} = \frac{1}{a_{2019} a_{2020} a_{2021}} > 0$,

$$\frac{1}{b_{2018}} + \frac{1}{b_{2019}} = \frac{1}{a_{2018} a_{2019} a_{2020}} + \frac{1}{a_{2019} a_{2020} a_{2021}} = \frac{a_{2019} + a_{2020}}{a_{2018} a_{2019} a_{2020} a_{2021}} > 0,$$

当 $n \geq 2020$ 时, $\frac{1}{b_n} < 0$, 故前 2019 项和最大.

故选: B.

【点睛】

本题考查了数列和的最值问题, 意在考查学生对于数列公式方法的综合应用.

4、C

【解析】

观察图表, 判断四个选项是否正确.

【详解】

由表易知 A、B、D 项均正确, 2010 年中国 GDP 为 $\frac{1.4670}{3.55\%} \approx 41$ 万亿元, 2018 年中国 GDP 为 $\frac{3.6990}{4.11\%} = 90$ 万亿

元, 则从 2010 年至 2018 年, 中国 GDP 的总值大约增加 49 万亿, 故 C 项错误.

【点睛】

本题考查统计图表, 正确认识图表是解题基础.

5、A

【解析】

根据题意, 分析可得函数 $f(x)$ 的图象关于 $x=2$ 对称且在 $[2, +\infty)$ 上为减函数, 则不等式 $f(a) \leq f(3a+1)$ 等价于

$|a-2| \geq |3a-1|$, 解得 a 的取值范围, 即可得答案.

【详解】

解: 因为函数 $y=f(x+2)$ 为偶函数,

所以函数 $f(x)$ 的图象关于 $x=2$ 对称,

因为 $f(x)$ 对任意 $x_1, x_2 \in [2, +\infty)$ ($x_1 \neq x_2$), 都有 $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < 0$,

所以函数 $f(x)$ 在 $[2, +\infty)$ 上为减函数,

则 $f(a) \leq f(3a+1) \Leftrightarrow f(|a-2|) \leq f(|3a+1-2|) \Leftrightarrow |a-2| \geq |3a-1|$,

解得: $-\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{3}{4}$.

即实数 a 的取值范围是 $\left[-\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right]$.

故选: A.

【点睛】

本题考查函数的对称性与单调性的综合应用, 涉及不等式的解法, 属于综合题.

6、C

【解析】

根据程序图, 当 $x < 0$ 时结束对 x 的计算, 可得 y 值.

【详解】

由题 $x=3$, $x=x-2=3-1$, 此时 $x > 0$ 继续运行, $x=1-2=-1 < 0$, 程序运行结束, 得 $y = e^{-1}$, 故选 C.

【点睛】

本题考查程序框图, 是基础题.

7、C

【解析】

函数的定义域应满足 $\begin{cases} 2-x > 0 \\ 1+x > 0 \end{cases}$, $\therefore -1 < x < 2$.

故选 C.

8、D

【解析】

由等比数列的性质求得 $a_1 q^4 = 16$, $a_1^2 q^5 = -32$, 通过解该方程求得它们的值, 求首项和公比, 根据等比数列的前 n 项和公式解答即可.

【详解】

设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q ,

$\because a_5 = 16$, $a_3 a_4 = -32$,

$\therefore a_1 q^4 = 16$, $a_1^2 q^5 = -32$,

$\therefore q = -2$, 则 $a_1 = 1$,

$$\text{则 } S_8 = \frac{1 \times [1 - (-2)^8]}{1 - 2} = -85,$$

故选: D .

【点睛】

本题主要考查等比数列的前 n 项和, 根据等比数列建立条件关系求出公比是解决本题的关键, 属于基础题.

9、C

【解析】

建立空间直角坐标系, 利用向量的方法对四个命题逐一分析, 由此得出正确命题的个数.

【详解】

设正方体边长为 2, 建立空间直角坐标系如下图所示, $A(2, 0, 0), C_1(0, 2, 2), G(2, 1, 2)$,

$C(0, 2, 0), E(1, 0, 2), D(0, 0, 0), B_1(2, 2, 2), F(0, 0, 1), B(2, 2, 0)$.

①, $\overrightarrow{AC_1} = (-2, 2, 2), \overrightarrow{EG} = (1, 1, 0), \overrightarrow{AC_1} \cdot \overrightarrow{EG} = -2 + 2 + 0 = 0$, 所以 $AC_1 \perp EG$, 故①正确.

②, $\overrightarrow{GC} = (-2, 1, -2), \overrightarrow{ED} = (-1, 0, -2)$, 不存在实数 λ 使 $\overrightarrow{GC} = \lambda \overrightarrow{ED}$, 故 $GC \nparallel ED$ 不成立, 故②错误.

③, $\overrightarrow{B_1F} = (-2, -2, -1), \overrightarrow{BG} = (0, -1, 2), \overrightarrow{BC_1} = (-2, 0, 2), \overrightarrow{B_1F} \cdot \overrightarrow{BG} = 0, \overrightarrow{B_1F} \cdot \overrightarrow{BC_1} = 2 \neq 0$, 故 $B_1F \perp$ 平面 BGC_1 不成立, 故③错误.

④, $\overrightarrow{EF} = (-1, 0, -1), \overrightarrow{BB_1} = (0, 0, 2)$, 设 EF 和 BB_1 成角为 θ , 则 $\cos \theta = \frac{|\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{BB_1}|}{|\overrightarrow{EF}| \cdot |\overrightarrow{BB_1}|} = \frac{|-2|}{\sqrt{2} \times 2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 由于

$\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right]$, 所以 $\theta = \frac{\pi}{4}$, 故④正确.

综上所述, 正确的命题有 2 个.

故选: C

以上内容仅为本文档的试下载部分, 为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文, 请访问: <https://d.book118.com/428040011045006076>