

毕 业 设 计

专业：____通信工程____

班级学号：

学生姓名：

指导教师：

二〇一一年 六 月

天津职业技术师范大学本科生毕业设计

椭圆数字滤波器的设计

Design of Elliptic Digital Filter

2011 年 6 月

摘要

本论文的主要研究内容是数字滤波器的根本原理及设计理论,并探讨了椭圆数字滤波器的设计过程。数字滤波器的设计理论中,重点介绍了数字滤波器间接法设计过程以及典型的三种滤波器设计数学模型,分别是巴特沃斯滤波器、切比雪夫滤波器和椭圆滤波器。椭圆数字滤波器的设计过程,需要将给定的数字滤波器技术指标转换为相应模拟滤波器的技术指标,并通过频率变换转换为模拟低通滤波器的技术指标,构建模拟低通滤波器原型,再通过频率变换及双线性变换法或脉冲响应不变法得到所希望设计的椭圆数字滤波器。论文的最后局部,运用 MATLAB 仿真软件对椭圆数字滤波器进行了仿真。采用间接法得到了椭圆数字低通滤波器的频率响应特性曲线;采用直接法得到了椭圆数字带阻滤波器和椭圆数字带通滤波器的频率响应曲线,以及信号通过椭圆数字带通滤波器后滤除无用频率成分的滤波效果示意图。

关键词: 数字滤波器; 椭圆滤波器; MATLAB

ABSTRACT

The main contents of this paper is the basic principle and the design theory of digital filter, and it also contains the design of elliptic digital filter process. Digital filter design theory focuses on the indirect method of digital filter design process and the typical mathematical models of filter, they are butterworth filter, chebyshev filter and elliptic filter. Designing an elliptic digital filter, firstly, change the given digital filter specifications into the same type of analog filter's specifications; secondly, convert to low-pass filter specifications, thirdly, build a prototype analog low-pass filter, finally, through the frequency transformation and bilinear transformation method or the same impulse response method design the desired digital filter. In last of this paper, I used MATLAB simulation software simulating the elliptic digital filter. Indirect method had been used in elliptic digital low pass filter's design and got its frequency response curve. I also used the direct method designed elliptic digital band stop filter and elliptic digital bandpass filter, got their frequency response curve and the effect diagram of signals after elliptic digital band-pass filter.

Key Words: Digital filter; Elliptic filter; MATLAB

目 录

1 绪论	1
1.1 滤波器的开展	1
早期开展阶段	1
逐步开展阶段	2
快速开展阶段	2
1.2 数字滤波器概述	3
数字滤波器的研究背景与意义	3
数字滤波器的应用现状	3
2 数字滤波器根本理论	6
2.1 数字滤波器的根本工作原理	6
2.2 数字滤波器的分类	8
2.3 数字滤波器的特点	10
3 数字滤波器的设计	11
3.1 数字滤波器的技术指标	11
3.2 模拟滤波器根本原理	13
模拟滤波器的技术指标	13
巴特沃斯滤波器	13
切比雪夫滤波器	16
椭圆滤波器	18
模拟滤波器频率变换	21
3.3 模拟滤波器与数字滤波器的转换关系	23
脉冲响应不变法	23
双线性变换法	25
4 椭圆数字滤波器设计及仿真	27
4.1 椭圆数字滤波器的设计步骤	27
4.2 椭圆数字滤波器的 MATLAB 仿真	27
重要函数调用方式	28
椭圆数字滤波器设计仿真实例	30
结论	39
参考文献	错误！未定义书签。
致谢	错误！未定义书签。

1 绪论

1.1 滤波器的开展

随着计算机和信息科学的极大开展,信号处理已经逐步开展成为一门独立的学科,是信息科学的重要组成局部,在语音处理、图像处理、雷达、航空航天、地质勘探、通信、生物医学等众多领域得到了广泛的应用。滤波技术是信号分析、处理技术的重要分支,无论是信号的获取、传输,还是信号的处理和交换都离不开滤波技术,它对信号的平安可靠和有效灵活地传递是至关重要的。利用该技术可以从接收到的各种信号中提取所需要的信号,抑制或消除不必要的干扰信号。滤波器正是采用滤波技术的具有一定传输选择性的信号处理装置。当信号输入后,滤波器将使信号中某些需要的成分得以传输至输出端,而使其中的另一些不需要的成分受到抑制而不被传输。因此,滤波器的功能可以理解为对输入信号进行某种运算、处理并变换为人们所需要的输出信号。

在现代信号处理和电子应用技术领域,滤波器作为一种必不可少的组成局部处在一个十分重要的位置,并且日益显示其巨大的应用价值。尽管滤波技术的开展到现在只有九十多年的历史,但它的发生与开展已经经历了诸多变化,作为一种信号处理技术已相当完善。

1.1.1 早期开展阶段

1917年美国 and 德国科学家分别创造了LC滤波器,次年美国创造了第一个多路复用系统,由此翻开了滤波器的开展进程。早期的滤波器都是一些具有选择特性的电路或系统。如串联或并联谐振回路,串联谐振时,回路中的电流到达最大值,且与电压同相;并联谐振时,回路两端的电压到达最大值,且与电压同相。利用这一特点,可以选出所需要的特定频率的信号。

当需要选择的是某个波长的播送电台信号时,由于播送电台发出的信号不是单一频率的信号,而是占据了一定的频率范围,为了清晰地收听电台播送,人们希望在这个频率范围内的信号均能等衰减的通过,而这个频率范围以外的信号将被完全滤除掉。而前述的串、并联谐振回路的通频带较窄,衰减特性也不够陡峭,所以需要寻找新的途径解决这一问题。由此出现了变压器双调谐耦合滤波器,该滤波器的通频带接近矩形,因而能够很好的满足这种特定要求。

1.1.2 逐步开展阶段

随着邮电通讯的开展，对滤波器又提出了进一步的要求：希望滤波器的话音衰减最小，相互间的连接阻抗匹配。这一要求导致了多种滤波器的设计理论的提出。最先出现的是定 K 式滤波器，即 T 形网络两个支路上的阻抗 Z_1 和 Z_2 满足如下关系：

$$Z_1 Z_2 = k^2 \quad (1-1)$$

并且引出了特性阻抗的概念，同时指出两个或两个以上的网络相连时，假设每个网络连接点左右两侧的特性阻抗相等，这种连接就成为二端对网络的匹配连接。这种连接方式有着十分简明的关系，合成网络两侧的特性阻抗等于第一个网络的特性阻抗和最后一个网络的特性阻抗。合成网络的固有传输常数等于各分网络的固有传输常数之和，这种性质使得滤波器的设计得以简化。然而定 K 式滤波器也有它的缺乏之处，它在通带之内特性阻抗不太平稳，在阻带之内的衰减相当缓慢。为改善定 K 式滤波器的这一缺点，出现了 M 导出式滤波器。M 导出式滤波器的特性阻抗和定 K 式滤波器的完全相同，然而它在阻带内衰减极快，但同时它的并联谐振点衰减不太理想。设计者为了得到更为精密、准确的结果，不断地在滤波器设计根底上改良、创新，极大地推动了滤波器的开展。

在非线性器件产生后，非线性滤波器开展极快。非线性滤波器的输入与输出之间不是呈线性关系，从而使人们从原始选频模式中跳了出来，拓宽了滤波器的概念，滤波器也从线性模式拓宽到了非线性模式，扩大了其应用范围。

1.1.3 快速开展阶段

20世纪50年代无源滤波技术日趋成熟，自60年代起，由于微电子技术、信息技术、计算机技术、集成工艺和材料工业的开展，滤波器朝着低功耗、高精度、小体积、多功能、高稳定性和高性价比努力。这也成为70年代以后滤波器开展的主攻方向，使得有源RC滤波器、数字滤波器、开关电容滤波器和电荷转移滤波器等各种滤波器开展极快。随着集成电路技术的进一步开展，在70年代后期，将滤波器集成于单一芯片，而目前应用普遍的集成滤波器是开关电容滤波器。80年代，主要致力于各类新型滤波器性能的研究，进一步提高滤波器性能的同时逐渐扩大滤波器应用范围。90年代至今，滤波器的开展主要致力于各类滤波器的应用，当然，滤波器的性能改良是永远不会止步的。

我国在50年代以后开始广泛使用滤波器，主要用于话路滤波和报路滤波。经过半个世纪的开展，我国滤波器在研制、生产、应用方面已纳入国际开展轨道。

1.2 数字滤波器概述

1.2.1 数字滤波器的研究背景与意义

当今，随着科技的日新月异，数字信号处理技术正飞速开展，它的理论与应用得到了飞跃式的进步，且形成了一门极重要的学科，并以不同形式影响和渗透到其它学科。它与国民经济息息相关，与国防建设紧密相连，它影响、改变着我们的生产、生活方式。同时，数字化、智能化、网络化是当代信息技术开展的大趋势，且数字化是智能化和网络化的根底，而数字信号处理又是数字化必不可少的一局部，因此数字信号处理技术受到了人们的普遍关注。

在实际生活中，我们会遇到多种多样的信号，例如播送信号、电视信号、雷达信号、通信信号、导航信号、天文信号、生物医学信号、控制信号、气象信号、地震勘探信号、机械振动信号、遥感遥测信号等等。上述初始信号大局部为模拟信号，模拟信号是自变量连续的函数，它的自变量可以是一维的，也可以是二维或多维的。大多数情况下一维模拟信号的自变量是时间，经过时间上的离散化〔采样〕和幅度上的离散化〔量化〕，一维模拟信号便成为一维数字信号。数字信号实际上是用数字序列表示的信号，例如，语音信号经采样和量化后，得到的数字信号是一个一维离散时间序列；图像信号经采样和量化后，得到的数字信号是一个二维离散空间序列。数字信号处理，就是用数值计算的方法对数字序列进行各种处理，把信号变换成符合需要的某种形式。例如，对数字信号进行滤波以限制它的频带或滤除噪音和干扰，或将它与其它信号进行别离；对信号进行频谱分析或功率谱分析以了解信号的频谱特性，进而对信号进行识别；对信号进行某种变换，使之更适合于传输、存储和应用；对信号进行编码以到达数据压缩的目的，等等。

滤波器按所处理的信号类型不同，可分为模拟滤波器和数字滤波器，其中数字滤波器是数字信号处理的主要装置之一。目前已研制出多种专用数字信号处理芯片，可以很方便地实现一个数字滤波器。因为数字滤波器的数字运算方式，使其相较于模拟滤波器具有高精度、高稳定性、可采用超大规模集成电路、体积小、重量轻、实现灵活、参数调整容易且不要求阻抗匹配等优点。如果在数字滤波系统的前后加上 A/D（模拟-数字）和 D/A（数字-模拟）转换器，它的作用就等效于模拟滤波器，也可以用来处理模拟信号。

1.2.2 数字滤波器的应用现状

在近代电信设备和各类控制系统中，数字滤波器的应用极为广泛，这里只列举局部成功的应用领域。

（1）语音处理

语音处理是最早应用数字滤波器的领域之一，也是最早推动数字信号处理理论开展的领域之一。该领域主要包括五个方面的内容：第一，语音信号分析，即对语音信号的波形特征、统计特性、模型参数等进行分析计算；第二，语音合成，即利用专用数字硬件或在通用计算机上运行软件来产生语音；第三，语音识别，即用专用硬件或计算机识别人讲的话或识别讲话的人；第四，语音增强，即从噪音或干扰中提取被掩盖的语音信号；第五，语音编码，主要用于语音数据压缩，目前已经建立了一系列语音编码的国际标准，大量用于通信和音频处理。近年来，这五个方面都取得了丰硕的研究成果，并且在市场上出现了一些相关的软件和硬件产品。例如，盲人阅读机、口授打印机、语音应答机、各种具有语音功能的仪器和玩具以及通信和视听产品大量使用的音频压缩编码技术。

（2）图像处理

数字滤波技术已经成功地应用于静止图像和活动图像的恢复和增强、数据压缩、去噪音和干扰、图像识别以及层析 X 射线摄影等方面以及雷达、声纳、超声波和红外信号的可见图像成像。

（3）通信

在现代通信技术领域内，几乎没有一个分支不受到数字滤波技术的影响。信源编码、信道编码、调制解调、多路复用以及自适应信道均衡等，都广泛采用了数字滤波器，特别是在数字通信、网络通信、图像通信、多媒体通信等应用中，离开了数字滤波器几乎是寸步难行。其中，被认为是通信技术未来开展方向的无线电技术，更是以数字滤波技术为根底。

（4）电视

数字电视已经开始逐步取代模拟电视，可视 和会议电视产品也不断更新换代。之所以能够如此迅速的普及、创新，视频压缩和音频压缩技术功不可没，它所取得的成就促进了电视领域产业的蓬勃开展，而数字滤波器及其相关技术正是视频压缩和音频压缩的技术的重要根底。

（5）雷达

雷达信号占有的频带非常宽，数据传输速率也很高，因而压缩数据量、降低数据传输速率是雷达信号数字处理面临的首要问题。高速数字器件的出现促进了雷达信号处理技术的进步。在现代雷达系统中，从信号的产生、滤波、加工到目标参数的估计和目标成像显示都离不开数字滤波技术。雷达信号的数字滤波器是当今十分活跃的研究领域之一。

〔6〕 其它领域

除了以各领域应用外，数字滤波器还在其它很多领域内扮演着重要角色。例如，在声纳信号处理中，被应用于对微弱的目标回波进行检测和分析，以到达对目标进行探测、定位、跟踪、导航、成像显示等目的。在生物医学方面，可以说在大局部的现代医学仪器中，都会出现数字滤波器的身影，如对脑电波和心电图的分析处理、层析X射线摄影的计算机辅助分析、胎儿心音的自适应检测等等。在音乐方面，对音乐信号进行编辑、合成、在音乐中参加交混回响、特殊效果的制作处理，以及作曲、录音、播放、恢复音质等方面，数字滤波器都显示了强大的威力。同时，数字滤波器在军事上被大量应用于导航、制导、电子对抗、战场侦察；在电力系统中被应用于能源分布规划和自动检测；在环境保护中被应用于对空气污染和噪声干扰的自动检测；在经济领域被应用于股票市场预测和紧急效益分析等等。在将来，数字滤波器的应用领域还会不断扩大，深入我们生活的方方面面。

2 数字滤波器根本理论

所谓数字滤波是指通过一种数值运算,改变输入信号中所含频率分量的相比照例,或者滤除某些频率分量。数字滤波器的输入、输出均为数字信号,并采用数值运算的方法到达滤波的目的,它是根据给定的要求对信号频谱进行修改或整形的系统,可以采用软件方式,通过编写算法软件,利用通用计算机实现滤波;也可以按算法选用硬件组成专用计算机实现滤波。

2.1 数字滤波器的根本工作原理

数字滤波器的根本工作原理,就是利用其频谱特性滤除输入信号的无用频率分量。

(1) 设输入信号 $x(t)$ 中包含有用信号成分为 $x_a(t)$ 、无用信号成分为 $x_b(t)$, 并设它们的频谱分别为 $X(\Omega)$, $X_a(\Omega)$, $X_b(\Omega)$, 并设它们分别占有不同的频带, 即:

$$x(t) = x_a(t) + x_b(t) \quad (2-1)$$

$$X(\Omega) = X_a(\Omega) + X_b(\Omega) \quad (2-2)$$

其中: $X_a(\Omega)$, $|\Omega| < \Omega_a$;

$X_b(\Omega)$, $\Omega_a < |\Omega| < \Omega_b$;

$X(\Omega)$, $|\Omega| < \Omega_s/2$ (Ω_s 为抽样角频率)。

且有 $\Omega_a < \Omega_b < \Omega_s$, 如图 2-1 (a) 所示。

(2) 输入信号 $x(t)$ 经过冲激抽样后的信号 $x_s(t)$, 其频谱 $X_s(\Omega)$ 应为 $x(t)$ 的频谱 $X(\Omega)$ 的周期延拓, 并与序列 $x(n)$ 的频谱 $X(e^{j\omega})$ 存在频率坐标的线性映射关系, 即:

$$X_s(\Omega) = \frac{1}{T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} X(\Omega - m\Omega_s) = X(e^{j\omega})|_{\omega=\Omega T} \quad (2-3)$$

式中 T 为抽样周期, 其频谱图如图 2-1 (b) 所示。

(3) 设数字滤波器系统函数 $H(e^{j\omega})$ 在 $0 \leq \omega \leq \pi$ 区间具有理想低通特性为:

$$H(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1 & |\omega| < \omega_a = \Omega_a T \\ 0 & \omega_a < |\omega| < \pi \end{cases} \quad (2-4)$$

其频响特性如图 2-1 (c) 所示。

(4) 经过数字滤波器后, 输出序列 $y(n)$ 的频谱 $Y(e^{j\omega})$ 根据离散时间系统的理论得:

$$Y(e^{j\omega}) = H(e^{j\omega})X(e^{j\omega}) \quad (2-5)$$

而输出冲激抽样信号的 $y_s(t)$ 的频谱 $Y_s(\Omega)$ 与 $Y(e^{j\omega})$ 关系为:

$$Y_s(\Omega) = Y(e^{j\omega})|_{\omega=\Omega T} = [H(e^{j\omega})X(e^{j\omega})]|_{\omega=\Omega T} = H(e^{j\Omega T})X_s(\Omega)$$

$$= \frac{1}{T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} X_a(\Omega - m\Omega_s) \quad (2-6)$$

$Y(e^{j\omega})$, $Y_s(\Omega)$ 的频谱如图 2-1 (d)。可见由于数字滤波器频率响应特性的选择作用, 已经滤除了输入序列中无用信号的频率成分, 只保存了有用信号的成分。

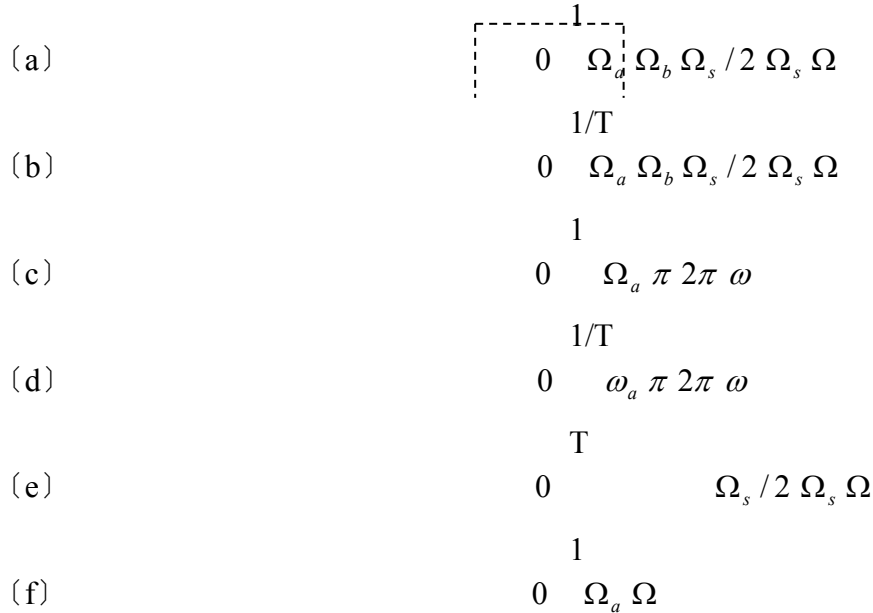


图 2-1 数字滤波器的工作原理

(5) 输出抽样信号 $y_s(t)$ 经过理想低通模拟滤波器恢复为连续信号 $y(t)$ 的输出。

根据抽样定理, 理想低通滤波器的频率响应为:

$$H_L(\Omega) = \begin{cases} T & |\Omega| \leq \frac{\Omega_s}{2} \\ 0 & |\Omega| > \frac{\Omega_s}{2} \end{cases} \quad (2-7)$$

故 $y(t)$ 的频谱 $Y(\Omega)$ 为:

$$Y(\Omega) = H_L(\Omega)Y_s(\Omega) = T \times \frac{1}{T} X_a(\Omega) = X_a(\Omega) \quad (2-8)$$

如图 2-1 (e) (f) 所示。因此

$$y(t) = F^{-1}[Y(\Omega)] = F^{-1}[X_a(\Omega)] = x_a(t) \quad (2-9)$$

上式说明输出信号 $y(t)$ 即为输入信号中有用信号 $x_a(t)$, 已滤除无用信号 $x_b(t)$ 。

以上是频域数字滤波的根本原理, 由于滤波过程大多数是尽可能地恢复被噪声干扰的消息源, 因此, 在近代随机信号处理中, 将从噪声中提取信号的问题也称为滤波问题。

2.2 数字滤波器的分类

(1) 按照不同的分类方法，数字滤波器有许多种类，但总结起来可以分成两大类：经典滤波器和现代滤波器。经典滤波器的特点是其输入信号中有用的频率成分和希望滤除的频率成分各占有不同的频带，可以通过一个适宜的选频滤波器滤除干扰，得到纯洁信号，到达滤波的目的。但是，如果有用信号和干扰信号的频谱互相重叠，那么经典滤波器无法有效地滤除干扰。要想最大限度的恢复原始信号，就需要使用现代滤波器，例如维纳滤波器、卡尔曼滤波器、自适应滤波器等最正确滤波器。现代滤波器是根据随机信号的一些统计特性，在某种最正确准那么下，最大限度地抑制干扰，同时最大限度地恢复信号，从而到达最正确滤波的目的。

(2) 经典数字滤波器按其频域特性不同，可以分成低通〔LP〕、高通〔HP〕、带通〔BP〕、带阻等滤波器〔BS〕，它们的理想幅频特性如图 2-2 所示。这种理想滤波器是不可能实现的，因为它们的单位脉冲响应均是非因果且无限长的，我们只能按照某些准那么设计滤波器，使之在误差容限内逼近理想滤波器，也就是说，理想滤波器可以作为滤波器设计逼近的标准，也可以作为判断滤波器性能的标准。另外，数字滤波器的频率响应函数 $H(e^{j\omega})$ 都是以 2π 为周期的，所以低通滤波器的通频带中心位于 2π 的整数倍处，而高通滤波器的通频带中心位于 π 的奇数倍处，一般在数字频率的主值区 $[-\pi, \pi]$ 描述数字滤波器的频率响应特性。

(3) 数字滤波器从实现的网络结构或者从单位脉冲响应长度分类，可以分为无限长单位脉冲响应〔IIR〕滤波器和有限长单位脉冲响应〔FIR〕滤波器。它们的系统函数分别为：

$$H(z) = \frac{\sum_{j=0}^M b_j z^{-j}}{1 + \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}} \quad (2-10)$$

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) z^{-n} \quad (2-11)$$

(2-10) 式中的 $H(z)$ 称为 N 阶 IIR 数字滤波器系统函数；(2-11) 式中的 $H(z)$ 称为 $N-1$ 阶 FIR 数字滤波器系统函数。

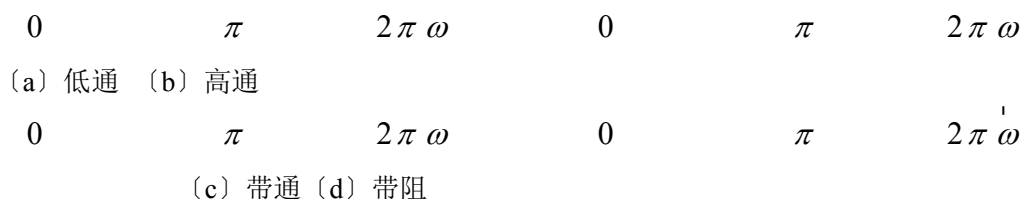


图 2-2 理想滤波器幅度特性

按照离散系统实现的结构不同，数字滤波器又可分为递归与非递归两种形式。当 $H(z)$ 的 $a_k \neq 0$ ， $H(z)$ 为有理分式形式时，从其对应的差分方程来看，输出 $y(n)$ 不仅与输入有关，而且与输出的移序值有关。在这种系统的结构图上存在着反应环路，采用这种结构的数字滤波器称为递归滤波器。

当 $H(z)$ 的 $a_k = 0$ ， $H(z)$ 为多项式形式，以它对应的差分方程来看，输出 $y(n)$ 只与输入及其移序值有关，而与输出的移序值无关。这种系统的结构图不存在反应环路，采用这种结构的数字滤波器称为非递归滤波器。

— +

(a) 递归系统结构 (b) 非递归系统结构

图 2-3 数字滤波器的系统结构

一般来说，IIR 系统由于它的系统函数为有理分式形式，因此易于用递归形式实现，而 FIR 系统由于它对应的系统函数是多项式形式，所以易于用非递归形式实现。

2.3 数字滤波器的特点

由于数字滤波器实际是采用数字系统实现的一种运算过程，因此它具有一般数字系统的根本特点，与模拟滤波器相比具有一系列优点。

(1) 高精度特性

在模拟网络中，原件精度能到达 10^{-3} 以上就很不容易了，而数字系统假设为 16 位字长就可以到达 10^{-5} 精度，因此数字滤波器可用在精密系统及测量中。

(2) 系统稳定性好

模拟系统中各器件参数均有一定的温度系数并随环境条件而变，且易受感应、杂散效应影响。而构成数字滤波器的数字部件，只在 0、1 两种电平状态下工作，因此电路受以上环境因素的影响要小很多。

(3) 应用灵活性

数字滤波器本质上只是一个序列的运算加工过程，其根本构成部件是加法器、乘法器、存放器、及控制器等。只要改变存储器中的系数或计算程序，即可改变系统的特性，因此应用非常灵活。而模拟滤波器通常是由 R、L、C 及有源器件组成，要想改变系统特性，必须改变硬件组成，过程复杂。

由于这种灵活性，数字滤波器可以进行时分复用，即在不同时刻，使一套设备具有不同特性，并同时处理几路独立信号。在处理器内部，一节低阶滤波器屡次循环复用，可以等效于一个高阶滤波器，因此节省硬件，降低本钱。

(4) 处理功能强

数字滤波可以完成某些模拟滤波器很难完成的信号处理任务。例如，在某些工业生产过程中，干扰信号频率很低，需要进行频率低至几赫兹信号的滤波，此时应用模拟滤波器就很难实现，而数字滤波器却不感到困难。数字系统可以具有庞大的存储单元，做各种复杂运算，因此能够进行许多复杂的信号处理。

当然，数字滤波器也存在缺乏之处。主要问题是处理速度慢，一方面是 A/D 转换速度还不够快，另外是数字系统运算需要时间，因此对于很高频率的信号处理就会到困难，这也就是所谓的实时处理问题。随着大规模集成电路技术的不断开展，各种高速信号处理器件的不断出现，数字滤波器本身存在的问题正逐渐被克服。

3 数字滤波器的设计

数字滤波器设计方法主要有直接设计法和间接设计方法。间接设计法是借助于模拟滤波器的设计方法进行，其具体设计步骤是：将数字滤波器的技术指标转换为模拟滤波器的技术指标，设计出模拟低通滤波器的原型，再通过频率变换，将低通的传递函数转换成所需要的滤波器的传递函数，最后按照一定的变换关系将模拟滤波器转换成数字滤波器。直接设计法是直接在频域或时域中设计数字滤波器，由于要解联立方程，设计时需要计算机辅助设计。椭圆数字滤波器一般采用间接法设计，所以本论文重点介绍数字滤波器的间接设计法。

3.1 数字滤波器的技术指标

常用的数字滤波器一般属于选频滤波器。现假设数字滤波器的频率响应函数为 $H(e^{j\omega})$ ，用下式表示：

$$H(e^{j\omega}) = |H(e^{j\omega})| e^{j\theta(\omega)} \quad (3-1)$$

式中， $|H(e^{j\omega})|$ 为幅频特性函数； $\theta(\omega)$ 为相频特性函数。幅频特性表示信号通过该滤波器后各频率成分振幅衰减情况，而相频特性反映各频率成分通过滤波器后在时间上的延时情况。因此，即使两个滤波器的幅频特性相同，但相频特性不同，对相同的输入，滤波器输出的信号波形也是不一样的。一般选频滤波器的技术要求由幅频特性给出，对几种典型滤波器，其相频特性是确定的，所以在设计过程中，对相频特性一般不作要求。但是如果对输出波形有要求，那么需要考虑相频特性的技术指标，例如波形传输、图像信号处理等，那么需要设计线性相位数字滤波器。

图 2-2

所示的各种理想滤波器可以作为滤波器设计的逼近标准，即在兼顾复杂性与本钱问题的前提下，设计因果可实现的滤波器去近似实现理想滤波器。因此，在实际应用中滤波器的通带和阻带都允许一定误差容限的存在，即通带不是完全水平的，阻带也不是绝对衰减到零。此外，按照要求，在通带和阻带之间还应设置一定宽度的过渡带。

以低通滤波器为例，如图 3-1 所示为低通滤波器的幅频特性，其中 ω_p 和 ω_s 分别称为通带边界频率和阻带截止频率。其通带频率范围为 $0 \leq |\omega| \leq \omega_p$ ，且在通带中要求 $(1 - \delta_1) < |H(e^{j\omega})| \leq 1$ ，阻带频率范围为 $\omega_s \leq |\omega| \leq \pi$ ，在阻带中要求 $|H(e^{j\omega})| \leq \delta_2$ 。从 ω_p 到 ω_s 称为过渡带，过渡带上的频率响应一般是单调下降的。通常，通带内和阻带内允许的衰减一般用分贝数表示，通带内允许的最大衰减用 α_p 表示，阻带内允许的最小衰减用 α_s 表示。对低通滤波器， α_p 和 α_s 分别定义为：

$$\alpha_p = 20 \lg \frac{\max |H(e^{j\omega})|}{\min |H(e^{j\omega})|} \text{ dB}$$

$$0 \leq |\omega| \leq \omega_p \quad (3-2)$$

$$\alpha_s = 20 \lg \frac{\text{通带中} \max |H(e^{j\omega})|}{\text{阻带中} \max |H(e^{j\omega})|} \text{ dB} \quad (3-3)$$

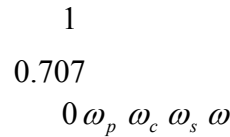


图 3-1 低通滤波器的幅频特性指标示意图

显然， α_p 越小，通带波纹越小，通带逼近误差就越小； α_s 越大，阻带波纹越小，阻带逼近误差就越小； ω_p 与 ω_s 间距越小，过渡带就越窄。所以低通滤波器的技术指标完全由通带边界频率 ω_p 、通带最大衰减 α_p 、阻带截止频率 ω_s 和阻带最小衰减 α_s 确定。

对于选频型滤波器一般对通带和阻带内的幅频响应曲线形状没有具体要求，只需要其波纹幅度小于某个常数，通常将这种要求称为“片段常数特性”。所谓片段，是指“通带”和“阻带”，常数是指“通带波纹幅度 δ_1 ”和“阻带波纹幅度 δ_2 ”，而通带最大衰减 α_p 和阻带最小衰减 α_s 是与 δ_1 和 δ_2 完全等价的两个常数。

对图 2-4 所示的单调下降幅频特性， α_p 和 α_s 分别可以表示为：

$$\alpha_p = 20 \lg \frac{|H(e^{j0})|}{|H(e^{j\omega_p})|} \text{ dB} \quad (3-4)$$

$$\alpha_s = 20 \lg \frac{|H(e^{j0})|}{|H(e^{j\omega_s})|} \text{ dB} \quad (3-5)$$

如果将 $|H(e^{j0})|$ 归一化为 1，(3-4) 和 (3-5) 式那么表示为

$$\alpha_p = -20\lg|H(e^{j\omega_p})|\text{dB} \quad (3-6)$$

$\alpha_s = -20\lg|H(e^{j\omega_s})| \text{ dB}$ (3-7) 当幅度下降到 $\sqrt{2}/2$ 时, 标记 $\omega = \omega_c$, 此时 $\alpha = -20\lg|H(e^{j\omega_c})| = 3 \text{ dB}$, 称 ω_c 为 3dB 通带截止频率, 它可以理解为幅频下降 3dB 或者幅值下降到归一化幅值的 0.707 倍时, 其对应的频率。 ω_p 、 ω_c 和 ω_s 统称为边界频率, 它们是滤波器设计中涉及到的很重要的参数。

3.2 模拟滤波器基本原理

3.2.1 模拟滤波器的技术指标

间接法设计的关键在于过渡模拟滤波器的构建。首先需要将数字滤波器的技术指标 ω_p 、 ω_s 、 α_p 和 α_s 转换为模拟滤波器的技术指标 Ω_p 、 Ω_s 、 α_p 和 α_s 。模拟滤波器的技术指标与数字滤波技术指标意义相似： Ω_p 和 Ω_s 分别称为通带边界频率和阻带边界频率， α_p 和 α_s 分别是通带最大衰减和阻带最小衰减。

对于模拟滤波器, 在给定技术指标的情况下, 首要任务是找出系统函数 $H_a(s)$ 使之近似地符合给定的技术指标。对于典型的可实现 $H_a(s)$ 函数, 往往先求对应频率响应的幅度平方函数 $|H_a(j\Omega)|^2$, 由此寻找 $H_a(s)$ 。待求的 $H_a(s)$ 应满足系统稳定性要求, 且系统单位冲激响应 $h_a(t)$ 是 t 的实函数, 这样 $H_a(j\Omega)$ 应具有共轭对称性, 即:

$$H_a(j\Omega) = H_a^*(-j\Omega) \quad (3-8)$$

由此得:

$$|H_a(j\Omega)|^2 = H_a(s)H_a(-s)|_{s=j\Omega} = H_a(j\Omega)H_a^*(j\Omega) \quad (3-9)$$

如果能由 Ω_p 、 Ω_s 、 α_p 和 α_s 求出 $|H_a(j\Omega)|^2$, 那么就可以求出 $H_a(s)H_a(-s)$, 由此可求出所需要的 $H_a(s)$ 。 $H_a(s)$ 必须是因果稳定的, 因此其极点必须落在 s 平面的左半平面, 相应 $H_a(-s)$ 的极点必须落在右半平面。这就是由 $|H_a(j\Omega)|^2$ 求所需要的 $H_a(s)$ 的具体原那么。实际上, 幅度平方函数就是对理想幅度平方函数的近似逼近函数, 解决滤波器系统函数 $H_a(s)$ 设计的关键是要找到这种逼近函数。选用不同的逼近函数对应于不同的滤波器实现方法, 目前常用的典型模拟滤波器有巴特沃斯滤波器、切比雪夫滤波器和椭圆滤波器等。

3.2.2 巴特沃斯滤波器

巴特沃斯滤波器又称最平坦响应滤波器, 它是最根本的逼近函数之一。它的频率响应在通带和阻带内没有波纹, 且为频率的单调减函数, 在靠近零频处最平坦。

(1) 巴特沃斯滤波器的幅频特性

巴特沃斯滤波器的幅度平方函数定义为:

$$|H_a(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\Omega}{\Omega_c}\right)^{2N}} \quad (3-10)$$

式中， N 称为滤波器的阶数，取正整数。其幅度特性与 Ω 和 N 的关系如图 3-2 所示，其具有以下特点：

图 3-2 巴特沃斯滤波器幅频特性

1) 最大平坦性

在 $\Omega = 0$ 处， $|H_a(j\Omega)| = 1$ ，可以证明： $|H_a(j\Omega)|$ 的前 $(2n-1)$ 阶导数都等于零，这说明巴特沃斯滤波器在 $\Omega = 0$ 附近的一段范围内是非常平直的，它以原点的最大平坦性来逼近理想低通滤波器，最平坦响应滤波器亦因此而得名。

2) 3dB 不变性

在 $\Omega = \Omega_c$ 处， $|H_a(j\Omega)|_{\Omega=\Omega_c} = \frac{1}{\sqrt{2}}|H_a(0)|$ ，即幅频特性在 Ω_c 点下降 3dB，随着阶数 N 的增加，频带下降的边缘越陡峭，越接近理想特性，但不管 N 为多少，幅频特性都要通过 Ω_c 点。

3) 通带、阻带下降的单调性

由通带、阻带上幅频特性下降的单调性，可知巴特沃斯滤波器具有较好的相频特性。

(2) 巴特沃斯滤波器系统函数与极点分布

巴特沃斯滤波器幅度平方函数 $|H_a(j\Omega)|^2$ 无零点分布，其极点个数为 $2N$ 个，且呈等角度分布在以 $|s| = \Omega_c$ 为半径的圆周上，称为巴特沃斯圆。具体分析如下：

$$|H_a(s)|^2 \Big|_{\Omega=\frac{s}{j}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{s}{j\Omega_c}\right)^{2N}} \quad (3-11)$$

为求出 $|H(s)|^2$ 的 $2N$ 个极点，由 $1 + \left(\frac{s}{j\Omega_c}\right)^{2N} = 0$ ，得：

$$1 + (-1)^N \left(\frac{s}{\Omega_c}\right)^{2N} = 0 \quad (3-12)$$

由此得：

$$(-1)^N \left(\frac{s}{\Omega_c}\right)^{2N} = -1 = e^{j(2k\pi-\pi)} \quad (k=1,2,3,\dots,2N) \quad (3-13)$$

所以

$$s_k = j\Omega_c e^{j\frac{2k-1}{2N}\pi} = \Omega_c e^{j\left(\frac{2k-1}{2N}\pi + \frac{\pi}{2}\right)} \quad (k=1,2,3,\dots,2N) \quad (3-14)$$

当 N 为偶数时

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/428046013077006067>