育人 · 寻梦

精英领航课程

九 年 级 数 学

第十一讲 圆中常见基本模型

主备人：吴维维（三长学校）

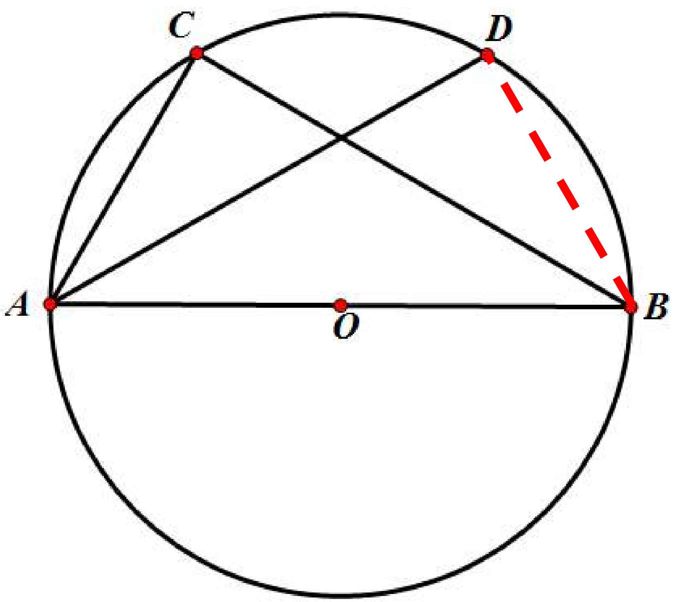
2022.01.27

内 容 提 要

- 圆中常见模型
  - 遇见直径找直角
  - 圆内接三角形与角平分线
  - 等边三角形与圆

课 前 练 习

1. 如图，△ABC内接于⊙O，AB为⊙O的直径，∠CAB＝60°，弦AD平分∠CAB. 若AD＝$\sqrt{6}$，则AC＝<u>　$\sqrt{2}$　</u>.



遇见直径找直角

一 入题

课 前 练 习

2. 如图，AD是$\triangle ABC$的外角$\angle EAC$的平分线，与$\triangle ABC$的外接圆交于点D. 求证：$DB=DC$.

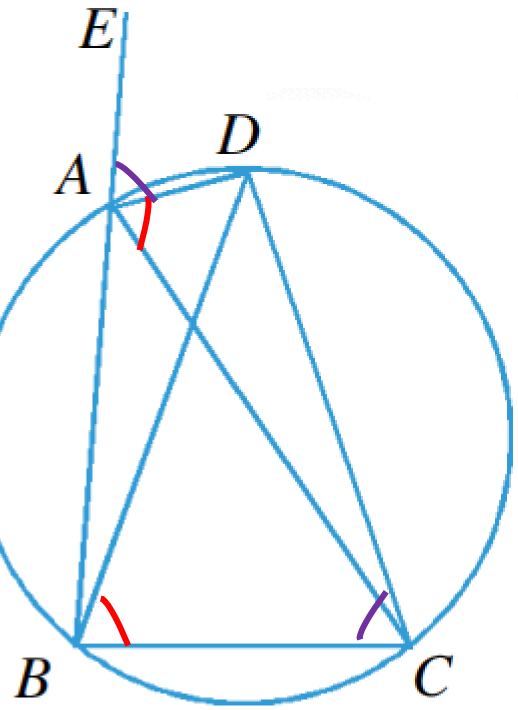
分析：

$\angle DBC=\angle DAC$

AD角平分线

$\angle DCB=\angle DAE$

$DB=DC$ ⇐ $\angle DBC=\angle DCB$

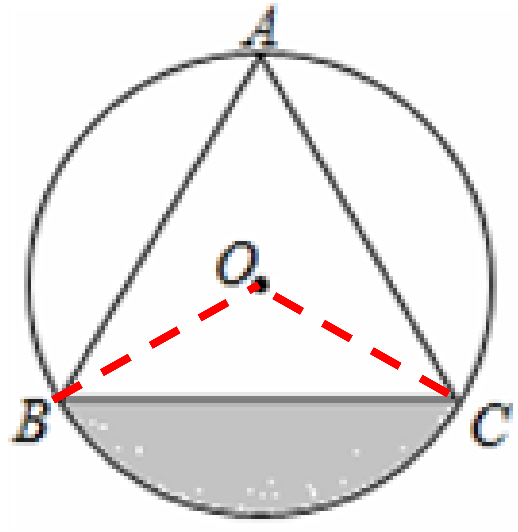


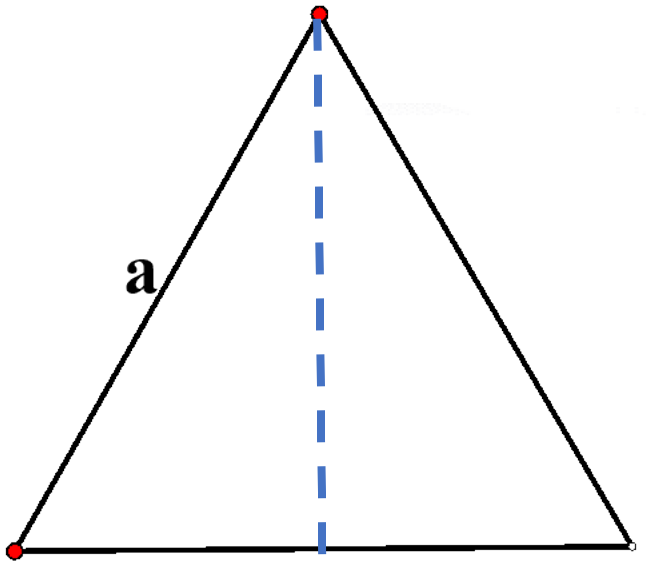
金语点睛

执果索因，思维导图巧助力

课 前 练 习

3.如图，等边三角形*ABC*内接于*O*，若*AB*=3，则图中阴影部分的面积为



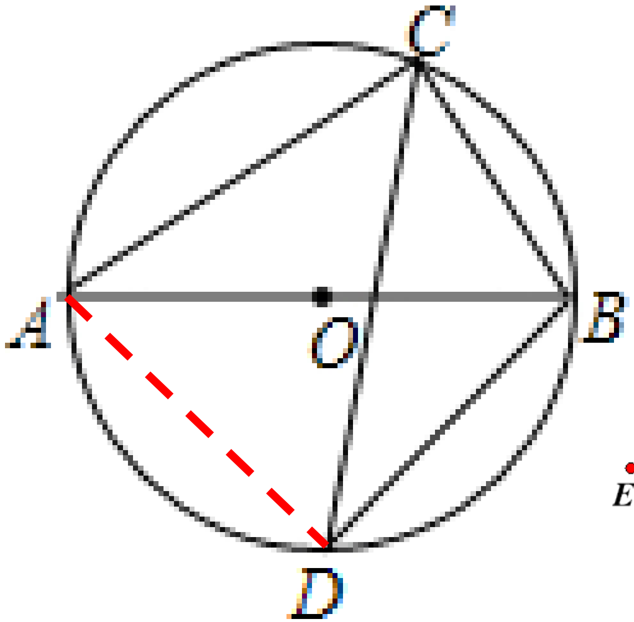


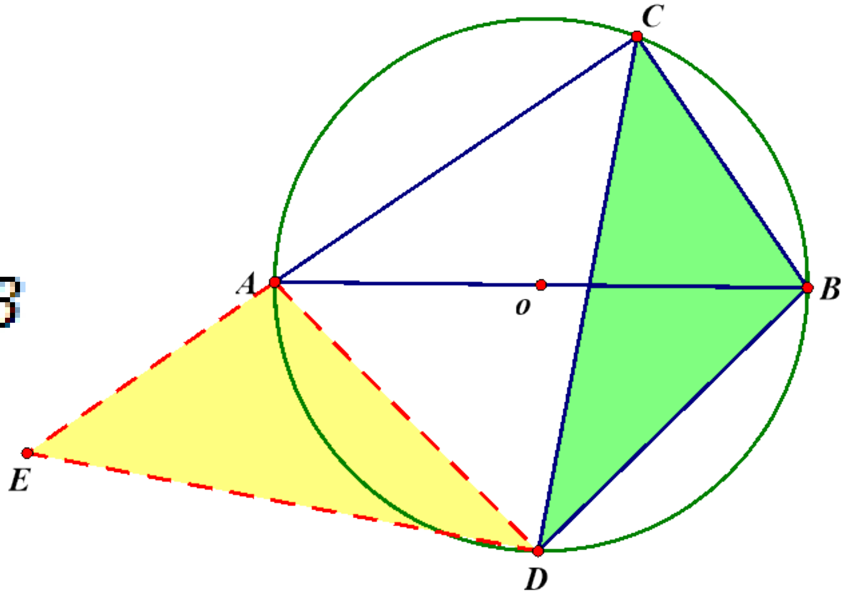
例 题 精 析

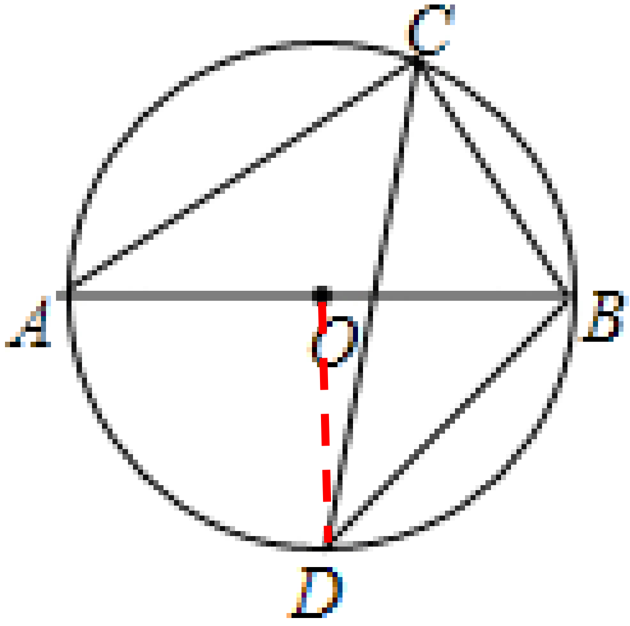
【遇见直径找直角】

例1. 如图，AB为⊙O的直径，C为圆上（除A、B外）一动点，$\angle ACB$的角平分线交⊙O于D，若AC=8，BC=6，则BD的长为________. $5\sqrt{2}$

追问：C在动态过程中AC, BC, CD的数量关系



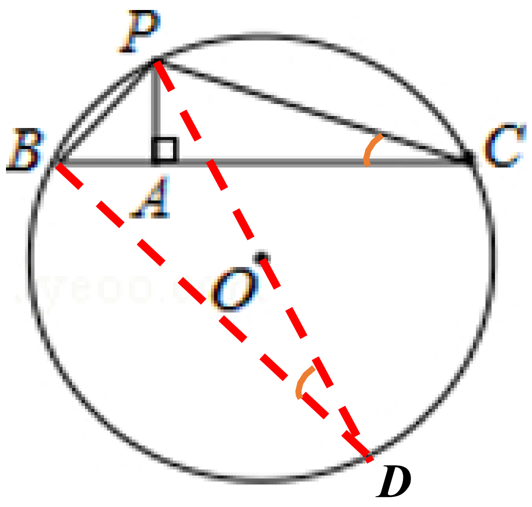




习 题 演 练

【遇见直径找直角】

练习1.如图，$\odot O$的半径为5，点P在$\odot O$上，点A在$\odot O$内，且AP=3，过点A作AP的垂线交$\odot O$ 于点B、设 $PB=x,PC=y$，则y与x的函数表达式为________.



$$\Delta BPD \backsim \Delta APC$$

$$\frac{BP}{AP}=\frac{PD}{PC}$$

$$\frac{x}{3}=\frac{10}{y} \to y=\frac{30}{x}$$

例 题 精 析

【圆内接三角与角平分线】

例2. 如图，已知△ABC内接于⊙O，$AB=AC$，D是弧AC上一点（不与A,C重合），延长CD至点E.

（1）求证：DA平分$\angle BDE$；

（2）如图2，连结AO并延长，交BD于点F，交BC于点G，$BD\perp AC$于点M.

①若$\angle CBD=20°$，求$\angle BAD$的度数；

②若 $OG=\sqrt{5}$，求AD的长度.

类　型：圆内接图形的几何综合

涵盖知识面

圆内接三角形，圆内接四边形，圆周角定理及其推论，角平分线，中位线，全等三角形等.

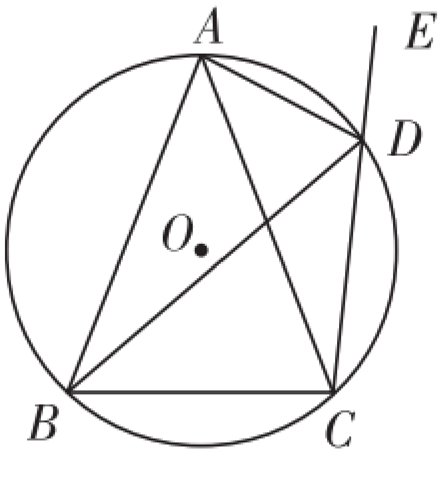


图1

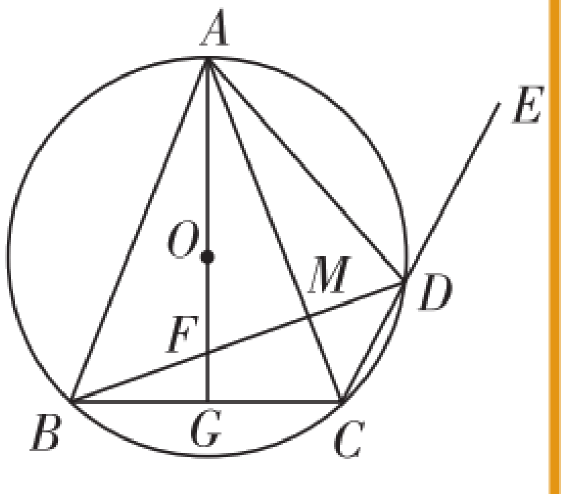


图2

例 题 精 析

如图1，已知△*ABC*内接于⊙*O*，*AB*=*AC*，*D*是弧*AC*上一点（不与*A*,*C*重合），延长*CD*至点*E*.

（1）求证：*DA*平分∠*BDE*；

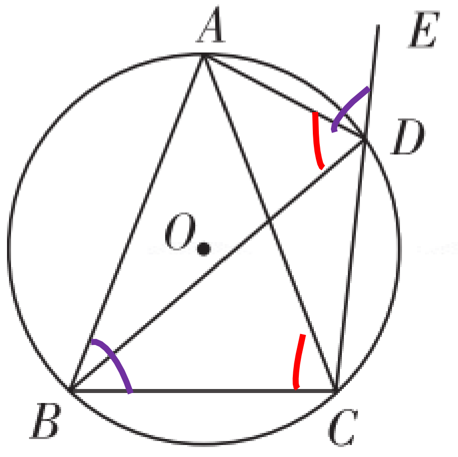


图1

分析：

$AB=AC$ ⇒ $\angle ABC=\angle ACB$ ⇒ $\begin{cases}\angle ACB=\angle ADB \\ \angle ABC=\angle ADE\end{cases}$ ⇒ DA平分$\angle BDE$

金语点睛

由因导果，几何证明条理清

例 题 精 析

如图1，已知△ABC内接于⊙O，$AB=AC$，D是弧AC上一点（不与A,C重合），延长CD至点E.

（1）求证：DA平分$\angle BDE$；

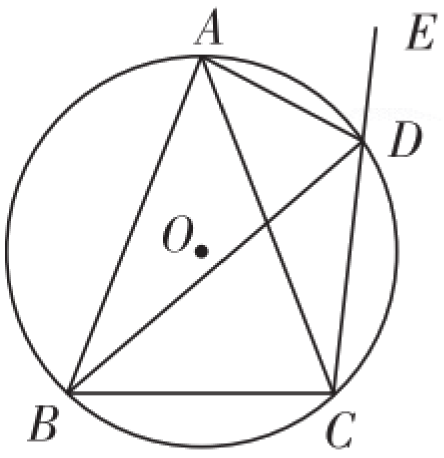


图1

证明∵四边形 $ABCD$ 内接于⊙O，

∴$\angle ABC=\angle ADE$，

∵$AB=AC$，

∴$\angle ACB=\angle ABC$，

∴$\angle ADE=\angle ACB$

∵$\angle ADB=\angle ACB$，

∴$\angle ADE=\angle ADB$，

∴DA 平分$\angle BDE$.

例 题 精 析

已知$\triangle ABC$内接于$\odot O$，$AB=AC$，D是弧AC上一点（不与A,C重合），延长CD至点E.

（2）如图2，连结AO并延长，交BD于点F，交BC于点G，$BD\perp AC$于点M.

①若$\angle CBD=20°$，求$\angle BAD$的度数；

分析：思路一

$\boxed{\angle BAD=\angle BAC+\angle CAD}$

$\boxed{\angle CAD=\angle CBD}$

$\boxed{\angle BAC}$

等腰$\triangle ABC$

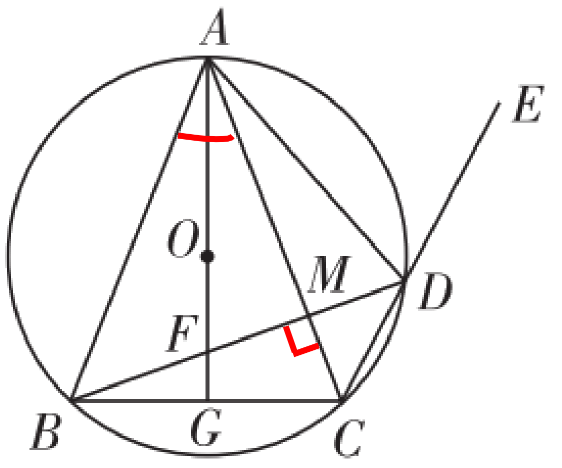


图2

例 题 精 析

已知△ABC内接于⊙O，$AB=AC$，D是弧AC上一点（不与A,C重合），延长CD至点E.

（2）如图2，连结AO并延长，交BD于点F，交BC于点G，$BD\perp AC$于点M.

①若$\angle CBD=20°$，求$\angle BAD$的度数；

分析：思路二

$\angle BAD$与$\angle CBD$的联系

等腰△ABC，三线合一

共角直角三角形

$\angle BAD=3\angle CBD$

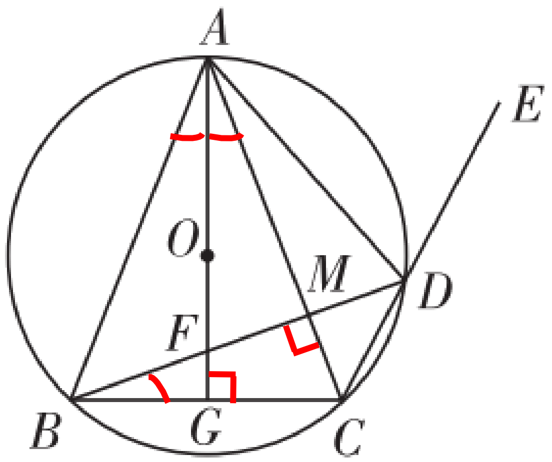


图2