

兴义市第八中学 2023-2024 学年高三数学第一学期期末调研试题

请考生注意：

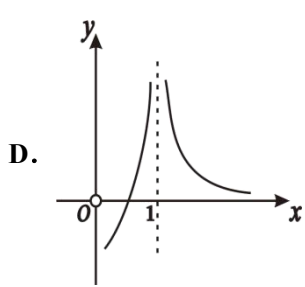
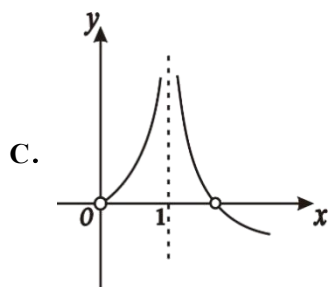
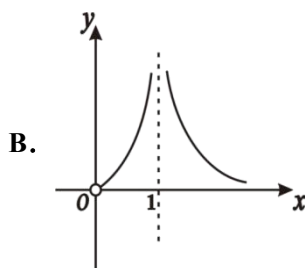
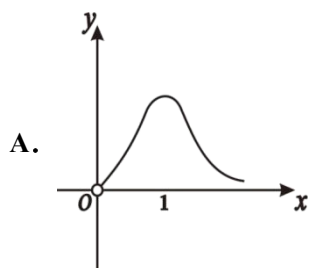
1. 请用 2B 铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上, 请用 0.5 毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。
2. 答题前, 认真阅读答题纸上的《注意事项》, 按规定答题。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 中 $\angle A, \angle B, \angle C$ 所对边的边长, 则直线 $\sin A \cdot x - ay - c = 0$ 与 $bx + \sin B \cdot y + \sin C = 0$ 的位置关系是 ()

- A. 平行 B. 重合
C. 垂直 D. 相交但不垂直

2. 函数 $f(x) = \frac{1}{x - \ln x - 1}$ 的图象大致是()



3. 上世纪末河南出土的以鹤的尺骨（翅骨）制成的“骨笛”（图1），充分展示了我国古代高超的音律艺术及先进的数学水平，也印证了我国古代音律与历法的密切联系.图2为骨笛测量“春（秋）分”，“夏（冬）至”的示意图，图3是某骨笛的部分测量数据（骨笛的弯曲忽略不计），夏至（或冬至）日光（当日正午太阳光线）与春秋分日光（当日正午太阳光线）的夹角等于黄赤交角.

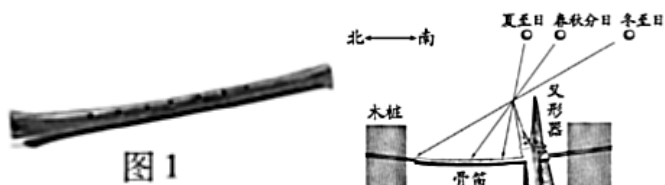


图 2

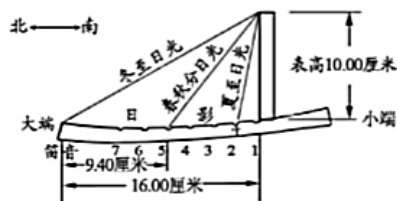


图 3

由历法理论知, 黄赤交角近 1 万年持续减小, 其正切值及对应的年代如下表:

黄赤交角	23°41′	23°57′	24°13′	24°28′	24°44′
------	--------	--------	--------	--------	--------

正切值	0.439	0.444	0.450	0.455	0.461
年代	公元元年	公元前 2000 年	公元前 4000 年	公元前 6000 年	公元前 8000 年

根据以上信息，通过计算黄赤交角，可估计该骨笛的大致年代是()

- A. 公元前 2000 年到公元元年 B. 公元前 4000 年到公元前 2000 年
C. 公元前 6000 年到公元前 4000 年 D. 早于公元前 6000 年

4. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列， S_n 为其前 n 项和， $4 + a_5 = a_6 + a_{10}$ ，则 $S_{21} =$ ()

- A. 7 B. 14 C. 28 D. 84

5. 已知命题 $P: \forall x \in R, \sin x \leq 1$ ，则 $\neg P$ 为()

- A. $\exists x_0 \in R, \sin x_0 \geq 1$ B. $\forall x \in R, \sin x \geq 1$
C. $\exists x_0 \in R, \sin x_0 > 1$ D. $\forall x \in R, \sin x > 1$

6. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 60^\circ$ ， $AB = 3$ ， $AC = 4$ ，点 M 满足 $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{MC}$ ，则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM}$ 等于 ()

- A. 10 B. 9 C. 8 D. 7

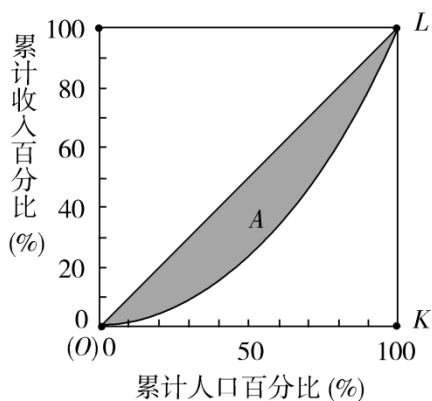
7. 我国数学家陈景润在哥德巴赫猜想的研究中取得了世界领先的成果，哥德巴赫猜想的内容是：每个大于 2 的偶数都可以表示为两个素数的和，例如： $4 = 2 + 2$ ， $6 = 3 + 3$ ， $8 = 3 + 5$ ，那么在不超过 18 的素数中随机选取两个不同的数，其和等于 16 的概率为 ()

- A. $\frac{1}{21}$ B. $\frac{2}{21}$ C. $\frac{1}{15}$ D. $\frac{2}{15}$

8. 函数 $f(x) = \sin\left(\omega x - \frac{\pi}{3}\right)$ ($\omega > 0$)，当 $x \in [0, \pi]$ 时， $f(x)$ 的值域为 $\left[-\frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right]$ ，则 ω 的范围为 ()

- A. $\left[\frac{5}{6}, \frac{3}{2}\right]$ B. $\left[\frac{5}{6}, \frac{5}{3}\right]$ C. $\left[\frac{1}{2}, \frac{4}{3}\right]$ D. $\left(0, \frac{5}{3}\right]$

9. 为了研究国民收入在国民之间的分配，避免贫富过分悬殊，美国统计学家劳伦茨提出了著名的劳伦茨曲线，如图所示. 劳伦茨曲线为直线 OL 时，表示收入完全平等. 劳伦茨曲线为折线 OKL 时，表示收入完全不平等. 记区域 A 为不平等区域， a 表示其面积， S 为 $\triangle OKL$ 的面积，将 $Gini = \frac{a}{S}$ 称为基尼系数.



对于下列说法:

- ① Gini 越小, 则国民分配越公平;
- ② 设劳伦茨曲线对应的函数为 $y = f(x)$, 则对 $\forall x \in (0,1)$, 均有 $\frac{f(x)}{x} > 1$;
- ③ 若某国家某年的劳伦茨曲线近似为 $y = x^2 (x \in [0,1])$, 则 $\text{Gini} = \frac{1}{4}$;
- ④ 若某国家某年的劳伦茨曲线近似为 $y = x^3 (x \in [0,1])$, 则 $\text{Gini} = \frac{1}{2}$.

其中正确的是:

- A. ①④ B. ②③ C. ①③④ D. ①②④

10. 已知定义在 $[0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = \frac{1}{2}f(x+2)$, 且当 $x \in [0, 2)$ 时, $f(x) = -x^2 + 2x$. 设 $f(x)$ 在 $[2n-2, 2n)$ 上的最大值为 a_n ($n \in \mathbb{N}^*$), 且数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项的和为 S_n . 若对于任意正整数 n 不等式 $k(S_n + 1) \geq 2n - 9$ 恒成立, 则实数 k 的取值范围为 ()

- A. $[0, +\infty)$ B. $\left[\frac{1}{32}, +\infty\right)$ C. $\left[\frac{3}{64}, +\infty\right)$ D. $\left[\frac{7}{64}, +\infty\right)$

11. 已知双曲线 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 F , 过原点的直线 l 与双曲线 Γ 的左、右两支分别交于 A, B 两点, 延长 BF 交右支于 C 点, 若 $AF \perp FB, |CF| = 3|FB|$, 则双曲线 Γ 的离心率是 ()

- A. $\frac{\sqrt{17}}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{2}$

12. 函数 $f(x) = 2x^3 - ax^2 + 1$ 在 $(0, +\infty)$ 内有且只有一个零点, 则 a 的值为 ()

- A. 3 B. -3 C. 2 D. -2

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. $(x-y)(x+2y)^4$ 的展开式中, x^3y^2 的系数为_____.

14. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 P 在直线 $y = 2x$ 上, 过点 P 作圆 $C: (x-4)^2 + y^2 = 8$ 的一条切线, 切点为 T . 若 $PT = PO$, 则 PC 的长是_____.

15. $(2x - \frac{1}{x})^6$ 的展开式中常数项是_____.

16. 已知向量 $\vec{a} = (1, m)$, $\vec{b} = (2, 1)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $m =$ _____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (12 分) 一个工厂在某年里连续 10 个月每月产品的总成本 y (万元) 与该月产量 x (万件) 之间有如下的一组数据:

x	1.08	1.12	1.19	1.28	1.36	1.48	1.59	1.68	1.80	1.87
y	2.25	2.37	2.40	2.55	2.64	2.75	2.92	3.03	3.14	3.26

(1) 通过画散点图, 发现可用线性回归模型拟合 y 与 x 的关系, 请用相关系数 r 加以说明;

(2) ①建立月总成本 y 与月产量 x 之间的回归方程; ②通过建立的 y 关于 x 的回归方程, 估计某月产量为 1.98 万件时, 产品的总成本为多少万元? (均精确到 0.001)

附注: ①参考数据: $\sum_{i=1}^{10} x_i = 14.45$, $\sum_{i=1}^{10} y_i = 27.31$, $\sqrt{\sum_{i=1}^{10} x_i^2 - 10\bar{x}^2} \approx 0.850$, $\sqrt{\sum_{i=1}^{10} y_i^2 - 10\bar{y}^2} \approx 1.042$, $\hat{b} = 1.223$.

②参考公式: 相关系数 $r = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2\right)\left(\sum_{i=1}^n y_i^2 - n\bar{y}^2\right)}}$, $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$.

18. (12 分) 已知圆 $O_1: (x+1)^2 + y^2 = 8$ 上有一动点 Q , 点 O_2 的坐标为 $(1, 0)$, 四边形 QO_1O_2R 为平行四边形, 线段 O_1R 的垂直平分线交 O_2R 于点 P .

(I) 求点 P 的轨迹 C 的方程;

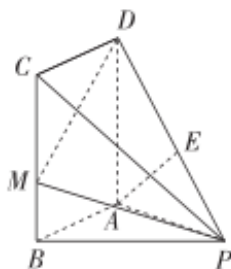
(II) 过点 O_2 作直线与曲线 C 交于 A, B 两点, 点 K 的坐标为 $(2, 1)$, 直线 KA, KB 与 y 轴分别交于 M, N 两点, 求证: 线段 MN 的中点为定点, 并求出 $\triangle KMN$ 面积的最大值.

19. (12 分) 已知顶点是坐标原点的抛物线 Γ 的焦点 F 在 y 轴正半轴上, 圆心在直线 $y = \frac{1}{2}x$ 上的圆 E 与 x 轴相切, 且 E, F 关于点 $M(-1, 0)$ 对称.

(1) 求 E 和 Γ 的标准方程;

(2) 过点 M 的直线 l 与 E 交于 A, B , 与 Γ 交于 C, D , 求证: $|CD| > \sqrt{2}|AB|$.

20. (12 分) 如图, 已知四棱锥 $P-ABCD$, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 为矩形, $AB = 3, AP = 4$, E 为 PD 的中点, $AE \perp PC$.



- (1) 求线段 AD 的长.
- (2) 若 M 为线段 BC 上一点, 且 $BM=1$, 求二面角 $M-PD-A$ 的余弦值.

21. (12 分) 贫困人口全面脱贫是全面建成小康社会的标志性指标.党的十九届四中全会提出“坚决打赢脱贫攻坚战, 建立解决相对贫困的长效机制”对当前和下一个阶段的扶贫工作进行了前瞻性的部署, 即 2020 年要通过精准扶贫全面消除绝对贫困, 实现全面建成小康社会的奋斗目标.为了响应党的号召, 某市对口某贫困乡镇开展扶贫工作.对某种农产品加工生产销售进行指导, 经调查知, 在一个销售季度内, 每售出一吨该产品获利 5 万元, 未售出的商品, 每吨亏损 2 万元.经统计 A , B 两市场以往 100 个销售周期该产品的市场需求量的频数分布如下表:

A 市场:

需求量(吨)	90	100	110
频数	20	50	30

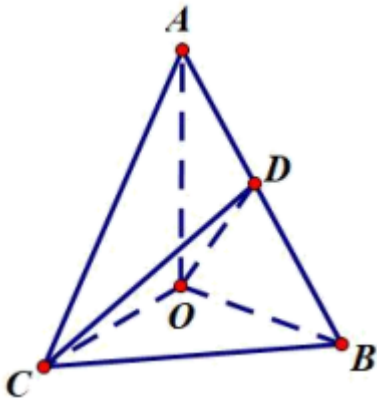
B 市场:

需求量(吨)	90	100	110
频数	10	60	30

把市场需求量的频率视为需求量的概率, 设该厂在下个销售周期内生产 n 吨该产品, 在 A 、 B 两市场同时销售, 以 X (单位: 吨) 表示下一个销售周期两市场的需求量, Y (单位: 万元) 表示下一个销售周期两市场的销售总利润.

- (1) 求 $X > 200$ 的概率;
- (2) 以销售利润的期望为决策依据, 确定下个销售周期内生产量 $n=190$ 吨还是 $n=200$ 吨? 并说明理由.

22. (10 分) 如图, 在 $\triangle AOB$ 中, 已知 $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$, $\angle BAO = \frac{\pi}{6}$, $AB = 4$, D 为线段 AB 的中点, $\triangle AOC$ 是由 $\triangle AOB$ 绕直线 AO 旋转而成, 记二面角 $B-AO-C$ 的大小为 θ .



(1) 当平面 $COD \perp$ 平面 AOB 时, 求 θ 的值;

(2) 当 $\theta = \frac{2\pi}{3}$ 时, 求二面角 $B-OD-C$ 的余弦值.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

试题分析: 由已知直线 $\sin A \cdot x - ay - c = 0$ 的斜率为 $\frac{\sin A}{a}$, 直线 $bx + \sin B \cdot y + \sin C = 0$ 的斜率为 $-\frac{b}{\sin B}$, 又由正

弦定理得 $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b}$, 故 $\frac{\sin A}{a} \times \left(-\frac{b}{\sin B}\right) = \frac{\sin B}{b} \times \left(-\frac{b}{\sin B}\right) = -1$, 两直线垂直

考点: 直线与直线的位置关系

2、B

【解析】

根据函数表达式, 把分母设为新函数, 首先计算函数定义域, 然后求导, 根据导函数的正负判断函数单调性, 对应函数图像得到答案.

【详解】

设 $g(x) = x - \ln x - 1$, $g(1) = 0$, 则 $f(x) = \frac{1}{x - \ln x - 1}$ 的定义域为 $x \in (0, 1) \cup (1, +\infty)$. $g'(x) = 1 - \frac{1}{x}$, 当 $x \in (1, +\infty)$,

$g'(x) > 0$, $g(x)$ 单增, 当 $x \in (0, 1)$, $g'(x) < 0$, $g(x)$ 单减, 则 $g(x) \geq g(1) = 0$. 则 $f(x)$ 在 $x \in (0, 1)$ 上单增,

$x \in (1, +\infty)$ 上单减, $f(x) > 0$. 选 B.

【点睛】

本题考查了函数图像的判断, 用到了换元的思想, 简化了运算, 同学们还可以用特殊值法等方法进行判断.

3、D

【解析】

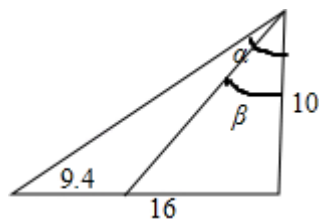
先理解题意, 然后根据题意建立平面几何图形, 在利用三角函数的知识计算出冬至日光与春秋分日光的夹角, 即黄赤交角, 即可得到正确选项.

【详解】

解: 由题意, 可设冬至日光与垂直线夹角为 α , 春秋分日光与垂直线夹角为 β ,

则 $\alpha - \beta$ 即为冬至日光与春秋分日光的夹角, 即黄赤交角,

将图 3 近似画出如下平面几何图形:



$$\text{则 } \tan \alpha = \frac{16}{10} = 1.6, \quad \tan \beta = \frac{16 - 9.4}{10} = 0.66,$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} = \frac{1.6 - 0.66}{1 + 1.6 \times 0.66} \approx 0.457.$$

$$\text{Q } 0.455 < 0.457 < 0.461,$$

$\therefore$ 估计该骨笛的大致年代早于公元前 6000 年.

故选: D.

【点睛】

本题考查利用三角函数解决实际问题的能力, 运用了两角和与差的正切公式, 考查了转化思想, 数学建模思想, 以及数学运算能力, 属中档题.

4、D

【解析】

利用等差数列的通项公式, 可求解得到 $a_{11} = 4$, 利用求和公式和等差中项的性质, 即得解

【详解】

$$\text{Q } 4 + a_5 = a_6 + a_{10},$$

$$\therefore 4 + a_{11} - 6d = a_{11} - 5d + a_{11} - d$$

解得 $a_{11} = 4$.

$$\therefore S_{21} = \frac{21(a_1 + a_{21})}{2} = 21a_{11} = 84.$$

故选：D

【点睛】

本题考查了等差数列的通项公式、求和公式和等差中项，考查了学生综合分析，转化划归，数学运算的能力，属于中档题.

5、C

【解析】

根据全称量词命题的否定是存在量词命题，即得答案.

【详解】

Q 全称量词命题的否定是存在量词命题，且命题 $P: \forall x \in R, \sin x \leq 1$,

$$\therefore \neg p: \exists x_0 \in R, \sin x_0 > 1.$$

故选：C.

【点睛】

本题考查含有一个量词的命题的否定，属于基础题.

6、D

【解析】

利用已知条件，表示出向量 $\overrightarrow{AM}$ ，然后求解向量的数量积.

【详解】

在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 60^\circ$ ， $AB = 3$ ， $AC = 4$ ，点 M 满足 $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{MC}$ ，可得 $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

$$\text{则 } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} \cdot \left(\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} \right) = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}^2 + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 3 + \frac{2}{3} \times 3 \times 4 \times \frac{1}{2} = 7.$$

【点睛】

本题考查了向量的数量积运算，关键是利用基向量表示所求向量.

7、B

【解析】

先求出从不超过 18 的素数中随机选取两个不同的数的所有可能结果，然后再求出其和等于 16 的结果，根据等可能事件的概率公式可求.

【详解】

解：不超过 18 的素数有 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 共 7 个，从中随机选取两个不同的数共有 $C_7^2 = 21$ ，

其和等于 16 的结果 (3,13), (5,11) 共 2 种等可能的结果，

故概率 $P = \frac{2}{21}$ 。

故选：B.

【点睛】

古典概型要求能够列举出所有事件和发生事件的个数，本题不可以列举出所有事件但可以用分步计数得到，属于基础题。

8、B

【解析】

首先由 $x \in [0, \pi]$ ，可得 $\omega x - \frac{\pi}{3}$ 的范围，结合函数 $f(x)$ 的值域和正弦函数的图像，可求的关于实数 ω 的不等式，解不等式即可求得范围。

【详解】

因为 $x \in [0, \pi]$ ，所以 $\omega x - \frac{\pi}{3} \in \left[-\frac{\pi}{3}, \omega\pi - \frac{\pi}{3}\right]$ ，若值域为 $\left[-\frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right]$ ，

所以只需 $\frac{\pi}{2} \leq \omega\pi - \frac{\pi}{3} \leq \frac{4\pi}{3}$ ， $\therefore \frac{5}{6} \leq \omega \leq \frac{5}{3}$ 。

故选：B

【点睛】

本题主要考查三角函数的值域，熟悉正弦函数的单调性和特殊角的三角函数值是解题的关键，侧重考查数学抽象和数学运算的核心素养。

9、A

【解析】

对于①，根据基尼系数公式 $\text{Gini} = \frac{a}{S}$ ，可得基尼系数越小，不平等区域的面积 a 越小，国民分配越公平，所以①正确。

对于②，根据劳伦茨曲线为一条凹向横轴的曲线，由图得 $\forall x \in (0, 1)$ ，均有 $f(x) < x$ ，可得 $\frac{f(x)}{x} < 1$ ，所以②错误。

对于③，因为 $a = \int_0^1 (x - x^2) dx = \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3\right)\Big|_0^1 = \frac{1}{6}$ ，所以 $\text{Gini} = \frac{a}{S} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$ ，所以③错误。对于④，因为

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/428073056007006051>