

2024 年北京市初中学业水平考试

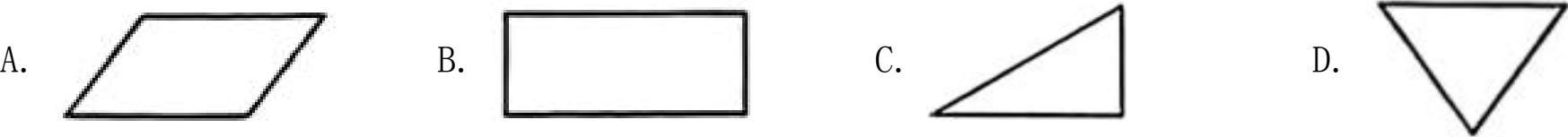
数学试卷

- 考生须知：
- 1.本试卷共 6 页，共两部分.三道大题，28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
  - 2.在试卷和草稿纸上准确填写姓名、准考证号、考场号和座位号。
  - 3.试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
  - 4.在答题卡上.选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
  - 5.考试结束，将本试卷、答案卡和草稿纸一并交回。

第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）  
第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个

1. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



【答案】B

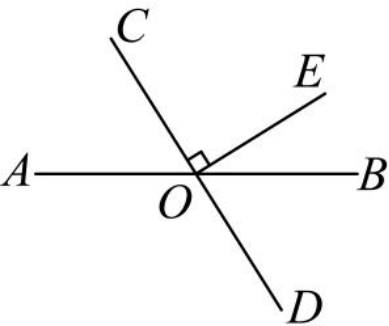
【解析】

【分析】 本题考查了中心对称图形与轴对称图形，根据轴对称图形和中心对称图形的定义进行逐一判断即可，如果一个平面图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形就叫做轴对称图形；把一个图形绕着某一个点旋转 $180^\circ$ ，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形叫做中心对称图形，这个点就是它的对称中心．掌握中心对称图形与轴对称图形的判断是解题的关键．

【详解】解：A、是中心对称图形，但不是轴对称图形，故不符合题意；  
B、既是轴对称图形，也是中心对称图形，故符合题意；  
C、不是轴对称图形，也不是中心对称图形，故不符合题意；  
D、是轴对称图形，但不是中心对称图形，故不符合题意；

故选：B．

2. 如图，直线 AB 和 CD 相交于点 O，OE  $\perp$  OC，若  $\angle AOC = 58^\circ$ ，则  $\angle EOB$  的大小为（ ）



- A.  $29^\circ$                       B.  $32^\circ$                       C.  $45^\circ$                       D.  $58^\circ$

【答案】B

【解析】

【分析】 本题考查了垂直的定义，平角的定义，熟练掌握知识点，是解题的关键.

根据  $OE \perp OC$  得到  $\angle COE = 90^\circ$ ，再由平角  $\angle AOB = 180^\circ$  即可求解.

【详解】 解：  $\because OE \perp OC$ ，

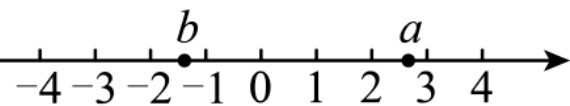
$\therefore \angle COE = 90^\circ$ ，

$\because \angle AOC + \angle COE + \angle BOE = 180^\circ$ ，  $\angle AOC = 58^\circ$ ，

$\therefore \angle EOB = 180^\circ - 90^\circ - 58^\circ = 32^\circ$ ，

故选：B.

3. 实数  $a$ ， $b$  在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是（ ）



- A.  $b > 1$                       B.  $|b| > 2$                       C.  $a + b > 0$                       D.  $ab > 0$

【答案】C

【解析】

【分析】 本题考查了实数与数轴，绝对值的意义，实数的运算，熟练掌握知识点是解题的关键.

由数轴可得  $-2 < b < -1$ ， $2 < a < 3$ ，根据绝对值的意义，实数的加法和乘法法则分别对选项进行即可.

【详解】 解：A、由数轴可知  $-2 < b < -1$ ，故本选项不符合题意；

B、由数轴可知  $-2 < b < -1$ ，由绝对值的意义知  $1 < |b| < 2$ ，故本选项不符合题意；

C、由数轴可知  $2 < a < 3$ ，而  $-2 < b < -1$ ，则  $|a| > |b|$ ，故  $a + b > 0$ ，故本选项符合题意；

D、由数轴可知  $2 < a < 3$ ，而  $-2 < b < -1$ ，因此  $ab < 0$ ，故本选项不符合题意.

故选：C.

4. 若关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 4x + c = 0$  有两个相等的实数根，则实数  $c$  的值为（ ）

- A. 16                      B. 4                      C. -4                      D. -16

【答案】C

【解析】

【分析】 根据方程的根的判别式  $\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \times 1 \times c = 0$  即可.

本题考查了根的判别式，熟练掌握根的判别式是解题的关键.

【详解】  $\because$  方程  $x^2 - 4x + c = 0$ ， $a = 1, b = -4, c = c$ ，

$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \times 1 \times c = 0$ ，

$\therefore 4c=16,$

解得  $c=4$ .

故选 C.

5. 不透明的袋子中装有一个红色小球和一个白色小球，除颜色外两个小球无其他差别．从中随机取出一个小球后，放回并摇匀，再从中随机取出一个小球，则两次都取到白色小球的概率为（ ）

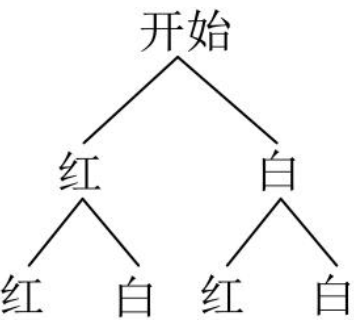
- A.  $\frac{3}{4}$
- B.  $\frac{1}{2}$
- C.  $\frac{1}{3}$
- D.  $\frac{1}{4}$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了画树状图或列表法求概率，依据题意先用列表法或画树状图法分析所有等可能的出现结果，然后根据概率公式求出该事件的概率即可．

【详解】解：画树状图如下：



共有 4 种等可能的结果，其中两次都取到白色小球的结果有 1 种，

两次都取到白色小球的概率为  $\frac{1}{4}$ .

故选：D.

6. 为助力数字经济发展，北京积极推进多个公共算力中心的建设.北京数字经济算力中心日前已部署上架和调试的设备的算力为  $4 \times 10^{17}$  Flops (Flops是计算机系统算力的一种度量单位)，整体投产后，累计实现的算力将是日前已部署上架和调试的设备的算力的 5 倍，达到  $m$  Flops，则  $m$  的值为（ ）

- A.  $8 \times 10^{16}$
- B.  $2 \times 10^{17}$
- C.  $5 \times 10^{17}$
- D.  $2 \times 10^{18}$

【答案】D

【解析】

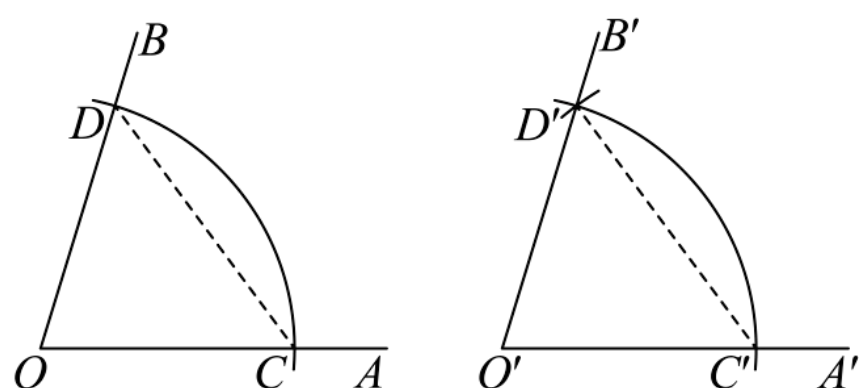
【分析】用移动小数点的方法确定 a 值，根据整数位数减一原则确定 n 值，最后写成  $a \times 10^n$  的形式即可． 本题考查了科学记数法表示大数，熟练掌握把小数点点在左边第一个非零数字的后面确定 a，运用整数位数减去 1 确定 n 值是解题的关键．

【详解】  $m=4 \times 10^{17} \times 5=2 \times 10^{18},$

故选 D.

7. 下面是 “作一个角使其等于  $\angle AOB$  ”的尺规作图方法.

- (1) 如图，以点  $O$  为圆心，任意长为半径画弧，分别交  $OA$ ， $OB$  于点  $C$ ， $D$ ；
- (2) 作射线  $O'A'$ ，以点  $O'$  为圆心， $OC$  长为半径画弧，交  $O'A'$  于点  $C'$ ；以点  $C'$  为圆心， $CD$  长为半径画弧，两弧交于点  $D'$ ；
- (3) 过点  $D'$  作射线  $O'B'$ ，则  $\angle A'O'B' = \angle AOB$ 。



上述方法通过判定  $\triangle COD \cong \triangle C'O'D'$  得到  $\angle A'O'B' = \angle AOB$ ，其中判定  $\triangle COD \cong \triangle C'O'D'$  的依据是

( )

- A. 三边分别相等的两个三角形全等
- B. 两边及其夹角分别相等的两个三角形全等
- C. 两角及其夹边分别相等的两个三角形全等
- D. 两角分别相等且其中一组等角的对边相等的两个三角形全等

【答案】A

【解析】

【分析】根据基本作图中，同圆半径相等，判定三角形全等的依据是边边边原理，解答即可。

本题考查了作一个角等于已知角的基本作图，熟练掌握作图的依据是边边边原理是解题的关键。

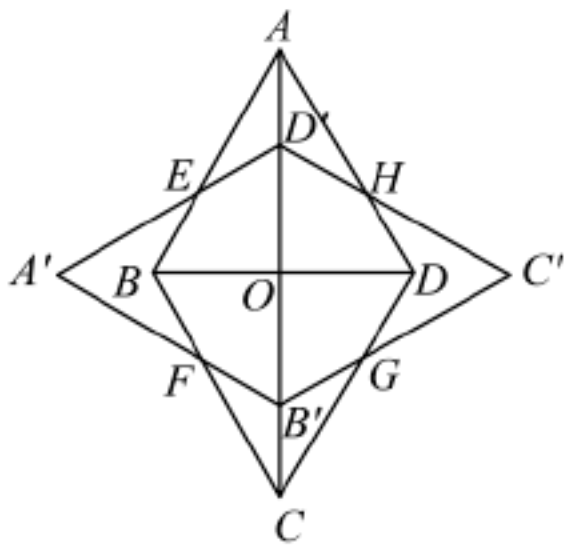
【详解】根据基本作图中，同圆半径相等，判定三角形全等的依据是边边边原理，

故选 A。

8. 如图，在菱形  $ABCD$  中， $\angle BAD = 60^\circ$ ， $O$  为对角线的交点。将菱形  $ABCD$  绕点  $O$  逆时针旋转  $90^\circ$  得到菱形  $A'B'C'D'$ ，两个菱形的公共点为  $E$ ， $F$ ， $G$ ， $H$ 。对八边形  $BFB'GDHD'$  给出下面四个结论：

- ①该八边形各边长都相等；
- ②该八边形各内角都相等；
- ③点  $O$  到该八边形各顶点的距离都相等；
- ④点  $O$  到该八边形各边所在直线的距离都相等。

上述结论中，所有正确结论的序号是 ( )



A. ①③

B. ①④

C. ②③

D. ②④

【答案】B

【解析】

【分析】根据菱形  $ABCD$ ， $\angle BAD = 60^\circ$ ，则  $\angle BAO = \angle DAO = 30^\circ$ ， $\angle AOD = \angle AOB = 90^\circ$ ，结合菱形  $ABCD$  绕点  $O$  逆时针旋转  $90^\circ$  得到菱形  $A'B'C'D'$ ，得到点  $A, D, B, C$  一定在对角线  $AC, BD$  上，且  $OD = OD, OB = OB$ ， $OA = OA, OC = OC$ ，继而得到  $AD = C'D$ ， $\angle DAH = \angle DCH = 30^\circ$ ，结合  $\angle DHA = \angle DHC$ ，继而得到  $\triangle DHA \cong \triangle DHC$ ，可证  $DH = DH$ ， $CH = AH$ ，同理可证  $DE = BE, BF = BF, BG = DG$ ，根据  $\angle EAB = \angle HCD = 30^\circ, AB = CD, \angle ABE = \angle CDH = 120^\circ$ ，可证  $\triangle ABE \cong \triangle CDH$ ，继而得到  $DH = BE$ ，继而得到  $DH = BE, DE = BF, BF = BG, DG$ ，可以判定该八边形各边长都相等，故①正确；根据角的平分线的性质定理，得点  $O$  到该八边形各边所在直线的距离都相等，可以判定④正确；

根据题意，得  $\angle EDH = 120^\circ$ ，结合  $\angle ODH = 90^\circ$ ， $\angle ODH = \angle ODH = 60^\circ$ ，得到  $\angle HDH = 150^\circ$ ，

可判定②该八边形各内角不相等；判定②错误，根据  $OD = OD, DH = DH, OH = OH$ ，可证

$\triangle DOH \cong \triangle DOH$ ，继而得到  $\angle DOH = \angle DOH = 45^\circ$ ， $\angle DHO = \angle DHO = 75^\circ$ ，故  $OD = OH$ ，可判定

点  $O$  到该八边形各顶点的距离都相等错误即③错误，解答即可。

本题考查了旋转的性质，菱形的性质，三角形全等判定和性质，角的平分线性质的定理，熟练掌握旋转的性质，菱形的性质，三角形全等判定和性质是解题的关键。

【详解】向两方分别延长  $BD$ ，连接  $OH$ ，

根据菱形  $ABCD$ ， $\angle BAD = 60^\circ$ ，则  $\angle BAO = \angle DAO = 30^\circ$ ， $\angle AOD = \angle AOB = 90^\circ$ ，

$\therefore$  菱形  $ABCD$  绕点  $O$  逆时针旋转  $90^\circ$  得到菱形  $A'B'C'D'$ ，

$\therefore$  点  $A, D, B, C$  一定在对角线  $AC, BD$  上，且  $OD = OD, OB = OB$ ， $OA = OA, OC = OC$ ，

$\therefore AD = C'D$ ， $\angle DAH = \angle DCH = 30^\circ$ ，

$\therefore \triangle DHA \cong \triangle DHC$ ，

$\therefore AD \perp H \cong C \perp DH$  ,  
 $\therefore D \perp H \perp DH$  ,  $C \perp H \perp AH$  , 同理可证  $D \perp E \perp BE$  ,  $BF \perp B \perp F$  ,  $B \perp G \perp DG$  ,  
 $\therefore EA \perp B \perp HC \perp D \perp 30$  ,  $A \perp B \perp C \perp D$  ,  $A \perp BE \perp C \perp DH \perp 120$  ,  
 $\therefore A \perp BE \cong C \perp DH$  ,  
 $\therefore DH \perp BE$  ,  
 $\therefore DH \perp BE \perp D \perp H \perp D \perp E \perp BF \perp FB \perp B \perp G \perp DG$  ,  
 $\therefore$  该八边形各边长都相等,

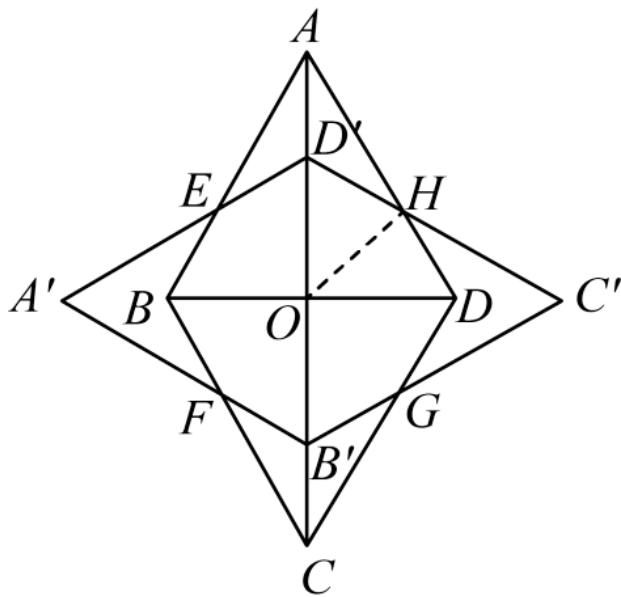
故①正确;  
 根据角的平分线的性质定理, 得点  $O$  到该八边形各边所在直线的距离都相等,  
 $\therefore$  ④正确;

根据题意, 得  $ED \perp H \perp 120$  ,  
 $\therefore D \perp OD \perp 90$  ,  $OD \perp H \perp ODH \perp 60$  ,  
 $\therefore D \perp HD \perp 150$  ,  
 $\therefore$  该八边形各内角不相等;  
 $\therefore$  ②错误,

根据  $OD \perp OD$  ,  $D \perp H \perp DH$  ,  $OH \perp OH$  ,  
 $\therefore D \perp OH \cong D \perp OH$  ,  
 $\therefore D \perp OH \perp DOH \perp 45$  ,  $D \perp HO \perp DHO \perp 75$  ,  
 故  $OD \perp OH$  ,

$\therefore$  点  $O$  到该八边形各顶点的距离都相等错误  
 $\therefore$  ③错误,

故选 B.



第二部分 非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 若  $\sqrt{x-9}$  在实数范围内有意义，则实数  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

【答案】  $x \geq 9$

【解析】

【分析】 根据二次根式有意义的条件，即可求解.

【详解】 解：根据题意得  $x-9 \geq 0$ ,

解得：  $x \geq 9$ .

故答案为：  $x \geq 9$

【点睛】 本题主要考查了二次根式有意义的条件，熟练掌握二次根式的被开方数为非负数是解题的关键.

10. 分解因式：  $x^3 - 25x$  \_\_\_\_\_.

【答案】  $x(x+5)(x-5)$

【解析】

【分析】 先提取公因式，再套用公式分解即可.

本题考查了因式分解，熟练掌握先提取公因式，再套用公式分解是解题的关键.

【详解】  $x^3 - 25x = x(x^2 - 5^2) = x(x+5)(x-5)$ .

故答案为：  $x(x+5)(x-5)$ .

11. 方程  $\frac{1}{2x-3} - \frac{1}{x} = 0$  的解为\_\_\_\_\_.

【答案】  $x = 1$

【解析】

【分析】 本题考查了解分式方程，熟练掌握解分式方程的步骤是解题的关键.

先去分母，转化为解一元一次方程，注意要检验是否有增根.

【详解】 解：  $\frac{1}{2x-3} - \frac{1}{x} = 0$

$x - 2x + 3 = 0$ ,

解得：  $x = 1$ ,

经检验：  $x = 1$  是原方程的解，

所以，原方程的解为  $x = 1$ ,

故答案为：  $x = 1$ .

12. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，若函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 的图象经过点  $(3, y_1)$  和  $(3, y_2)$ ，则  $y_1 - y_2$  的值是\_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_.

【答案】 0

【解析】

【分析】 本题考查了反比例函数图像点的坐标特征，已知自变量求函数值，熟练掌握知识点是解题的关键.

将点  $(3, y_1)$  和  $(3, y_2)$  代入  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ )，求得  $y_1$  和  $y_2$ ，再相加即可.

【详解】 解：∵函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 的图象经过点  $(3, y_1)$  和  $(3, y_2)$ ，

$$\therefore \text{有 } y_1 = \frac{k}{3}, y_2 = \frac{k}{3},$$

$$\therefore y_1 + y_2 = \frac{k}{3} + \frac{k}{3} = 0,$$

故答案为：0.

13. 某厂加工了 200 个工件，质检员从中随机抽取 10 个工件检测了它们的质量（单位：g），得到的数据如下：

50.03    49.98    50.00    49.99    50.02

49.99    50.01    49.97    50.00    50.02

当一个工件的质量  $x$ （单位：g）满足  $49.98 \leq x \leq 50.02$  时，评定该工件为一等品.根据以上数据，估计这 200 个工件中一等品的个数是\_\_\_\_\_.

【答案】 160

【解析】

【分析】 本题考查了用样本估计总体，熟练掌握知识点是解题的关键.

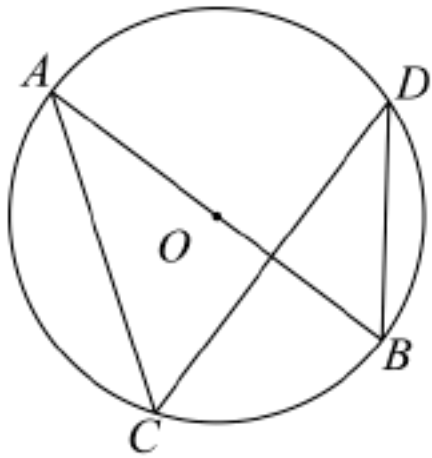
先计算出 10 个工件中为一等品的频率，再乘以总数 200 即可求解.

【详解】 解：10 个工件中为一等品的有 49.98, 50.00, 49.99, 50.02, 49.99, 50.01, 50.00, 50.02 这 8 个，

$$\therefore \text{这 200 个工件中一等品的个数为 } 200 \times \frac{8}{10} = 160 \text{ 个},$$

故答案为：160.

14. 如图， $\odot O$  的直径  $AB$  平分弦  $CD$ （不是直径）.若  $\angle D = 35^\circ$ ，则  $\angle C =$  \_\_\_\_\_



【答案】 55

【解析】

【分析】 本题考查了垂径定理的推论，圆周角定理，直角三角形的性质，熟练掌握知识点是解题的关键．

先由垂径定理得到  $AB \perp CD$ ，由  $BC = BC$  得到  $\angle A = \angle D = 35^\circ$ ，故  $\angle C = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$ ．

【详解】 解：  $\because$  直径  $AB$  平分弦  $CD$ ，

$\therefore AB \perp CD$ ，

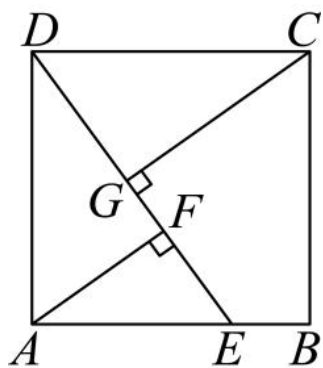
$\because BC = BC$ ，

$\therefore \angle A = \angle D = 35^\circ$ ，

$\therefore \angle C = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$ ，

故答案为： 55 ．

15. 如图，在正方形  $ABCD$  中，点  $E$  在  $AB$  上，  $AF \perp DE$  于点  $F$ ，  $CG \perp DE$  于点  $G$ ．若  $AD = 5$ ，  $CG = 4$ ，则  $\triangle AEF$  的面积为\_\_\_\_\_．



【答案】  $\frac{27}{8}$

【解析】

【分析】 根据正方形的性质，得  $AD = 5 = DC$ ，  $CD \parallel AB$ ，得到  $\angle CDG = \angle AEF$ ，结合  $CG = 4$ ，得到

$DG = \sqrt{DC^2 - CG^2} = 3$ ，  $\sin \angle CDG = \sin \angle AEF = \frac{CG}{CD} = \frac{4}{5}$ ，  $\tan \angle CDG = \tan \angle AEF = \frac{CG}{DG} = \frac{4}{3}$ ，求得

$AE$ ，  $AF$ ，  $EF$  的长，解答即可．

本题考查了正方形的性质，解直角三角形的相关计算，熟练掌握解直角三角形的相关计算是解题的关键．

【详解】 解： 根据正方形的性质，得  $AD = 5 = DC$ ，  $CD \parallel AB$ ，

$$\therefore \angle CDG = \angle AEF,$$

$$\because CG = 4,$$

$$\therefore DG = \sqrt{DC^2 - CG^2} = 3,$$

$$\sin \angle CDG = \sin \angle AEF = \frac{CG}{CD} = \frac{4}{5},$$

$$\tan \angle CDG = \tan \angle AEF = \frac{CG}{DG} = \frac{AD}{AE} = \frac{4}{3},$$

$$\therefore AE = \frac{15}{4},$$

$$\therefore AF = \frac{4}{5} \cdot \frac{15}{4} = 3,$$

$$\therefore EF = \frac{9}{4},$$

$$\therefore \triangle AEF \text{ 的面积为 } \frac{1}{2} EF \cdot AF = \frac{27}{8};$$

故答案为：  $\frac{27}{8}$  .

16. 联欢会有 A，B，C，D 四个节目需要彩排.所有演员到场后节目彩排开始。一个节目彩排完毕，下一个节目彩排立即开始.每个节目的演员人数和彩排时长（单位：min）如下：

| 节目   | A  | B  | C  | D  |
|------|----|----|----|----|
| 演员人数 | 10 | 2  | 10 | 1  |
| 彩排时长 | 30 | 10 | 20 | 10 |

已知每位演员只参演一个节目.一位演员的候场时间是指从第一个彩排的节目彩排开始到这位演员参演的节目彩排开始的时间间隔（不考虑换场时间等其他因素）。

若节目按 “ A   B   C   D ” 的先后顺序彩排，则节目 D 的演员的候场时间为\_\_\_\_\_min；

若使这 23 位演员的候场时间之和最小，则节目应按\_\_\_\_\_的先后顺序彩排

**【答案】**        ①. 60        ②. C   A   B   D

**【解析】**

**【分析】** 本题考查了有理数的混合运算，正确理解题意，熟练计算是解题的关键.

①节目 D 的演员的候场时间为 30 + 10 + 20 = 60min；②先确定 C 在 A 的前面，B 在 D 前面，然后分类讨论计算出每一种情况下，所有演员候场时间，比较即可.

【详解】解：①节目 D 的演员的候场时间为  $30 + 10 + 20 = 60\text{min}$ ，

故答案为：60；

②由题意得节目 A 和 C 演员人数一样，彩排时长不一样，那么时长长的节目应该放在后面，那么 C 在 A 的前面，B 和 D 彩排时长一样，人数不一样，那么人数少的应该往后排，这样等待时长会短一些，那么 B 在 D 前面，

∴①按照 C B A D 顺序，则候场时间为：  $10 + 2 + 1 + 20 + 10 + 1 + 10 + 1 + 30 = 400$  分钟；

②按照 C B D A 顺序，则候场时间为：  $10 + 2 + 1 + 20 + 10 + 1 + 10 + 10 + 10 = 470$  分钟；

③按照 C A B D 顺序，则候场时间为：  $10 + 2 + 1 + 20 + 2 + 1 + 30 + 1 + 10 = 360$  分钟；

④按照 B C A D 顺序，则候场时间为：  $10 + 10 + 1 + 10 + 10 + 1 + 20 + 1 + 30 = 460$  分钟；

⑤按照 B C D A 顺序，则候场时间为：  $10 + 10 + 1 + 10 + 10 + 1 + 20 + 10 + 10 = 530$  分钟；

⑥按照 B D C A 顺序，则候场时间为：  $10 + 10 + 1 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 20 = 610$  分钟。

∴按照 C A B D 顺序彩排，候场时间之和最小，

故答案为：C A B D .

三、解答题（共 68 分，第 17-19 题每题 5 分，第 20-21 题每题 6 分，第 22-23 题每题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题每题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算：  $5^0 + \sqrt{8} + 2\sin 30^\circ - |\sqrt{2}|$

【答案】  $3\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了实数的运算，特殊角的三角函数值，熟练掌握知识点是解题的关键.

依次根据零指数幂，算术平方根的定义，特殊角的三角函数值，绝对值的意义化简计算即可.

【详解】解：原式  $= 1 + 2\sqrt{2} + 2 - \frac{1}{2} - \sqrt{2}$   
 $= 3\sqrt{2}.$

18. 解不等式组： 
$$\begin{cases} 3x + 1 < 4 + 2x, \\ \frac{x + 9}{5} \geq 2x. \end{cases}$$

【答案】  $-1 < x \leq 7$

【解析】

【分析】先求出每一个不等式的解集，在根据不等式解集的取值方法“同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小无解”的方法确定不等式组的解集． 本题考查了一元一次不等式组的解法，熟练进行不等式求解是解题的关键．

$$3x - 1 < 4 - 2x \text{ ①}$$

【详解】 $\because \frac{x-9}{5} < 2x \text{ ②}$

$\therefore$  解不等式①，得  $x < 7$ ，解不等式②，得  $x > 1$ ，

$\therefore$  不等式组的解集为  $1 < x < 7$ ．

19. 已知  $a - b + 1 = 0$ ，求代数式  $\frac{3a^2 - 2b^2 - 3b}{a^2 - 2ab - b^2}$  的值．

【答案】3

【解析】

【分析】本题考查了分式的化简求值，熟练掌握知识点是解题的关键．

先利用完全平方公式和整式的加法，乘法对分母分子化简，再对  $a - b + 1 = 0$  化简得到  $a - b = -1$ ，再整体代入求值即可．

【详解】解：原式  $= \frac{3a^2 - 6b^2 - 3b}{a^2 - b^2}$

$$\frac{3(a - b)}{a - b^2}$$

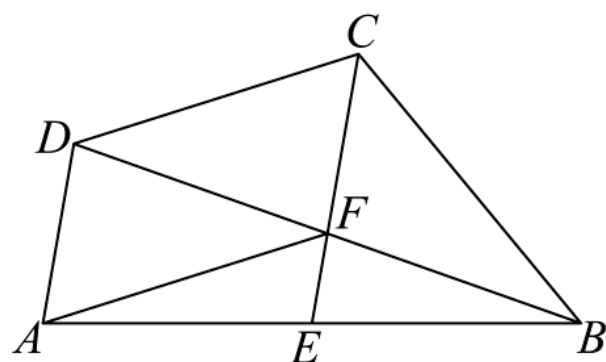
$$\frac{3}{a - b},$$

$$\because a - b + 1 = 0,$$

$$\therefore a - b = -1,$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{3}{-1} = -3.$$

20. 如图，在四边形 ABCD 中，E 是 AB 的中点，DB 与 CE 交于点 F，DF = FB，AF = DC．



(1) 求证：四边形 AFCD 为平行四边形；

(2) 若  $\angle EFB = 90^\circ$ ， $\tan \angle FEB = 3$ ， $EF = 1$ ，求  $BC$  的长.

【答案】(1) 见详解 (2)  $\sqrt{13}$

【解析】

【分析】(1) 根据三角形的中位线定理得到  $EF \parallel AD$ ，而  $AF = DC$ ，即可求证；

(2) 解  $\text{Rt}\triangle EFB$  求得  $FB = 3$ ，由三角形的中位线定理和平行四边形的性质得到  $CF = AD = 2$ ，最后对  $\text{Rt}\triangle CFB$  运用勾股定理即可求解.

【小问 1 详解】

证明： $\because E$  是  $AB$  的中点， $DF = FB$ ，

$\therefore EF \parallel AD$ ，

$\because AF = DC$ ，

$\therefore$  四边形  $AFCD$  为平行四边形；

【小问 2 详解】

解： $\because \angle EFB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle CFB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ ，

在  $\text{Rt}\triangle EFB$  中， $\tan \angle FEB = \frac{FB}{FE} = 3$ ， $EF = 1$ ，

$\therefore FB = 3$ ，

$\because E$  是  $AB$  的中点， $DF = FB$

$\therefore AD = 2EF = 2$ ，

$\because$  四边形  $AFCD$  为平行四边形，

$\therefore CF = AD = 2$ ，

$\therefore$  在  $\text{Rt}\triangle CFB$  中，由勾股定理得  $CB = \sqrt{CF^2 + FB^2} = \sqrt{13}$ .

【点睛】本题考查了平行四边形的判定与性质，三角形的中位线定理，解直角三角形，勾股定理，熟练掌握知识点是解决本题的关键.

21. 为防治污染，保护和改善生态环境，自 2023 年 7 月 1 日起，我国全面实施汽车国六排放标准 6b 阶段（以下简称“标准”）. 对某型号汽车，“标准”要求 A 类物质排放量不超过  $35\text{mg}/\text{km}$ ，A，B 两类物质排放量之和不超过  $50\text{mg}/\text{km}$ . 已知该型号某汽车的 A，B 两类物质排放量之和原为  $92\text{mg}/\text{km}$ . 经过一次技术改进，该汽车的 A 类物质排放量降低了 50%，B 类物质排放量降低了 75%，A，B 两类物质排放量之和

为  $40\text{mg}/\text{km}$ ，判断这次技术改进后该汽车的 A 类物质排放量是否符合“标准”，并说明理由.

【答案】符合，理由见详解

【解析】

【分析】本题考查了列一元一次方程解应用题，正确理解题意，找到等量关系是解题的关键.

设技术改进后该汽车的 A 类物质排放量为  $x\text{mg}/\text{km}$ ，则 B 类物质排放量为  $40 - x\text{mg}/\text{km}$ ，根据汽车的 A，B 两类物质排放量之和原为  $92\text{mg}/\text{km}$  建立方程求解即可.

【详解】解：设技术改进后该汽车的 A 类物质排放量为  $x\text{mg}/\text{km}$ ，则 B 类物质排放量为  $40 - x\text{mg}/\text{km}$ ，

由题意得：
$$\frac{x}{1-50\%} + \frac{40-x}{1-75\%} = 92,$$

解得： $x = 34,$

$\therefore 34 < 35,$

$\therefore$  这次技术改进后该汽车的 A 类物质排放量是符合“标准”.

22. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，函数  $y = kx + b$  ( $k \neq 0$ ) 与  $y = kx + 3$  的图象交于点  $(2, 1)$ .

(1) 求  $k, b$  的值;

(2) 当  $x > 2$  时，对于  $x$  的每一个值，函数  $y = mx + m - 1$  的值既大于函数  $y = kx + b$  的值，也大于函数  $y = kx + 3$  的值，直接写出  $m$  的取值范围.

【答案】(1)  $k = 1, b = -1$

(2)  $m > 1$

【解析】

【分析】本题考查了待定系数法求函数解析式，一次函数图像平行的条件，利用数形结合的思想是解决本题的关键.

(1) 将  $(2, 1)$  代入  $y = kx + 3$  先求出  $k$ ，再将  $(2, 1)$  和  $k$  的值代入  $y = kx + b$  即可求出  $b$ ;

(2) 根据数形结合的思想解决，将问题转化为当  $x > 2$  时，对于  $x$  的每一个值，直线  $y = mx + m - 1$  的图像在直线  $y = x + 1$  和直线  $y = x + 3$  的上方，画出临界状态图像分析即可.

【小问 1 详解】

解：由题意得将  $(2, 1)$  代入  $y = kx + 3$  得： $2k + 3 = 1,$

解得： $k = -1,$

将  $k = 1, 2, 1$ ，代入函数  $y = kx + b - k = 0$  中，

$$\text{得：} \begin{cases} 2k + b = 1 \\ k = 1 \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} k = 1 \\ b = -1 \end{cases},$$

$$\therefore k = 1, b = -1;$$

【小问 2 详解】

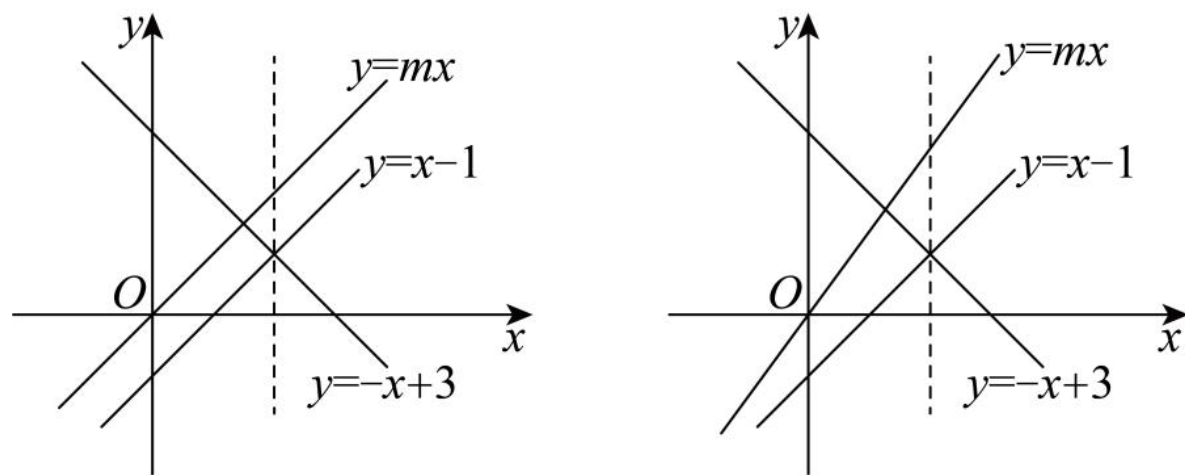
$$\text{解：} \because k = 1, b = -1,$$

$$\therefore \text{两个一次函数的解析式分别为 } y = x - 1, y = -x + 3,$$

当  $x = 2$  时，对于  $x$  的每一个值，函数  $y = mx + m = 0$  的值既大于函数  $y = x - 1$  的值，也大于函数  $y = -x + 3$  的值，

即当  $x = 2$  时，对于  $x$  的每一个值，直线  $y = mx + m = 0$  的图像在直线  $y = x - 1$  和直线  $y = -x + 3$  的上方，

则画出图象为：



由图象得：当直线  $y = mx + m = 0$  与直线  $y = x - 1$  平行时符合题意或者当  $y = mx + m = 0$  与  $x$  轴的夹角大于直线  $y = mx + m = 0$  与直线  $y = x - 1$  平行时的夹角也符合题意，

$$\therefore \text{当直线 } y = mx + m = 0 \text{ 与直线 } y = x - 1 \text{ 平行时，} m = 1,$$

$$\therefore \text{当 } x = 2 \text{ 时，对于 } x \text{ 的每一个值，直线 } y = mx + m = 0 \text{ 的图像在直线 } y = x - 1 \text{ 和直线 } y = -x + 3 \text{ 的上方时，} m = 1,$$

$$\therefore m \text{ 的取值范围为 } m = 1.$$

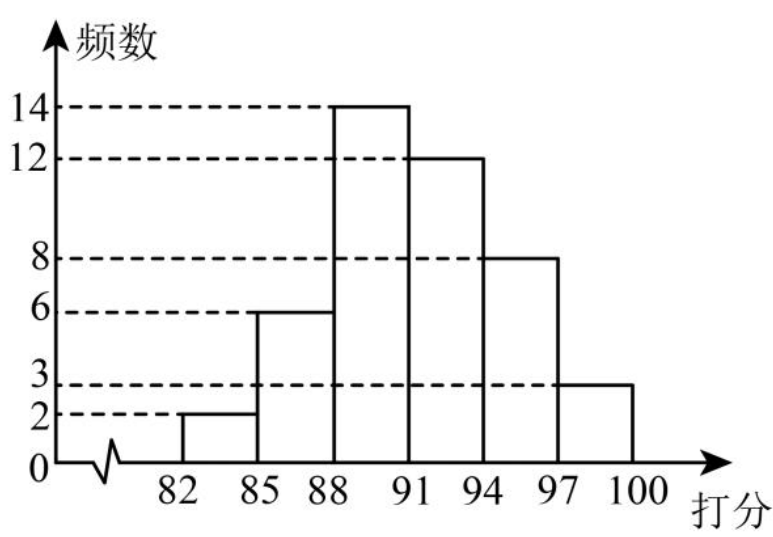
23. 某学校举办的“青春飞扬”主题演讲比赛分为初赛和决赛两个阶段.

(1) 初赛由 10 名教师评委和 45 名学生评委给每位选手打分 (百分制). 对评委给某位选手的打分进行整理、描述和分析. 下面给出了部分信息.

a. 教师评委打分:

86      88      90      91      91      91      91      92      92      98

b.学生评委打分的频数分布直方图如下（数据分6组：第1组82 x 85，第2组85 x 88，第3组88 x 91，第4组91 x 94，第5组94 x 97，第6组97 x 100）：



c.评委打分的平均数、中位数、众数如下：

|      | 平均数  | 中位数 | 众数 |
|------|------|-----|----|
| 教师评委 | 91   | 91  | m  |
| 学生评委 | 90.8 | n   | 93 |

根据以上信息，回答下列问题：

- ①m 的值为\_\_\_\_\_， n 的值位于学生评委打分数据分组的第\_\_\_\_\_组；
- ②若去掉教师评委打分中的最高分和最低分，记其余 8 名教师评委打分的平均数为  $\bar{x}$ ，则  $\bar{x}$ \_\_\_\_\_91（填“ ” “ ” 或“ ”）；

（2）决赛由 5 名专业评委给每位选手打分（百分制）.对每位选手，计算 5 名专业评委给其打分的平均数和方差.平均数较大的选手排序靠前，若平均数相同，则方差较小的选手排序靠前，5 名专业评委给进入决赛的甲、乙、丙三位选手的打分如下：

|   | 评委1 | 评委2 | 评委3 | 评委4 | 评委5 |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|
| 甲 | 93  | 90  | 92  | 93  | 92  |
| 乙 | 91  | 92  | 92  | 92  | 92  |
| 丙 | 90  | 94  | 90  | 94  | k   |

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/428101035041006140>