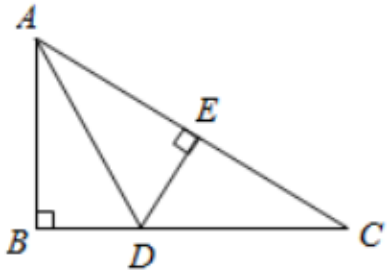
专题 1.14　角的平分线（基础篇）（专项练习）

一、单选题

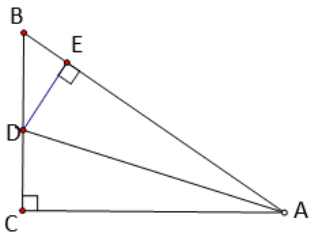
类型一、角平分线的性质定理及证明

1．在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle B=90^{\circ}$，AD 平分 $\angle BAC$，交 BC 于点 D，$DE\perp AC$，垂足为点 E，若 $BD=3$，则 DE 的长为（　　）



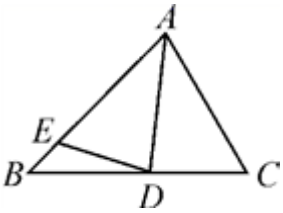
A．3　　B．$\frac{3}{2}$　　C．2　　D．6

2．如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^{\circ}$, AD 平分 $\angle BAC$, $DE\perp AB$ 于点 E, 给出下列结论．①$CD=ED$;②$AC+BE=AB$，③$\angle BDE=\angle BAC$，④DA 平分 $\angle CDE$，⑤$S_{\triangle BDE}:S_{\triangle ACD}=AB:AC$ 其中正确的有（　　）个



A．5　　B．4　　C．3　　D．2

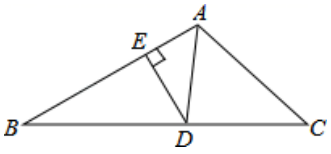
3．如图，在△ABC 中，AB＝6，BC＝5，AC＝4，AD 平分∠BAC 交 BC 于点 D，在 AB 上截取 AE＝AC，则△BDE 的周长为(　　)



A．8　　B．7　　C．6　　D．5

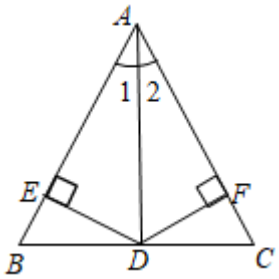
类型二、角的平分线的性质定理

4．如图，AD 是△ABC 中∠BAC 的角平分线，DE⊥AB 于点 E，$S_{\triangle ABC}$＝24，DE＝4，AB＝7，则 AC 长是（　　）



A．3　　B．4　　C．6　　D．5

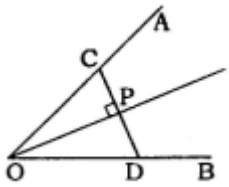
5．如图，在△ABC 中，AB＝AC，AD 是中线，DE⊥AB，DF⊥AC，垂足分别为 E，F，则下列四个结论中：①AB 上任一点与 AC 上任一点到 D 的距离相等；②AD 上任一点到 AB，AC 的距离相等；③∠BDE＝∠CDF；④∠1＝∠2；其中正确的有(　　)



A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

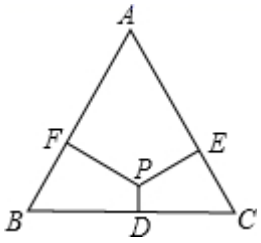
6．如图，P 是∠AOB 平分线上一点，CD⊥OP 于 P，并分别交 OA、OB 于 C D，则 CD_____点 P 到∠AOB 两边距离之和．(　　)

A．小于　　B．大于　　C．等于　　D．不能确定



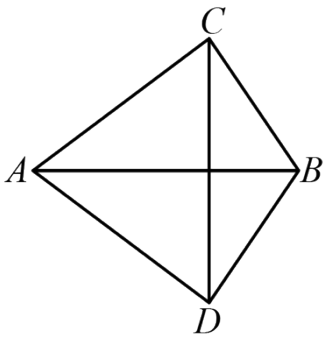
类型三、角平分线的判定定理

7．如图，P 为等腰$\triangle ABC$ 内一点，过点 P 分别作三条边 BC、CA、AB 的垂线，垂足分别为 D、E、F，已知 $AB=AC=10$，$BC=12$，且 $PD:PE:PF=1:3:3$，则 AP 的长为（　　）



A．$\frac{4}{3}$　　B．$\frac{20}{3}$　　C．7　　D．8

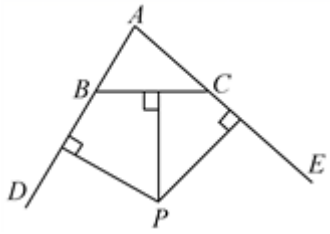
8．如图，$AC=AD$，$BC=BD$，则（　　）



A．CD 垂直平分 AD　　B．AB 垂直平分 CD

C．CD 平分 $\angle ACB$　　D．以上结论均不对

9．如图，P 为△ABC 外部一点，D，E 分别在 AB，AC 的延长线上，若点 P 到 BC，BD，CE 的距离都相等，则关于点 P 的说法最佳的是(　　)

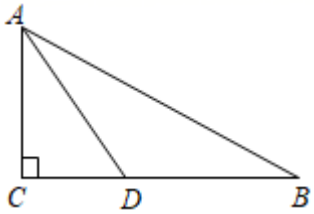


A．在∠DBC 的平分线上　　B．在∠BCE 的平分线上

C．在∠BAC 的平分线上　　D．在∠DBC，∠BCE，∠BAC 的平分线上

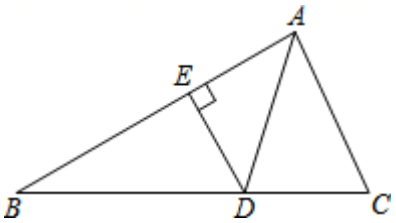
类型四、角平分线的性质的实际应用

10．如图，Rt△ABC 中，∠C=90°，AD 平分∠BAC，交 BC 于点 D，若 AB=14，S△ABD=14，则 CD=（　　）



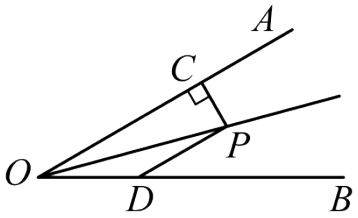
A．4　　B．3　　C．2　　D．1

11．如图，AD 是△ABC 的角平分线，$DE\perp AB$，垂足为 E，$S_{\triangle ABC}=7$，$DE=2$，$AB=4$，则 AC 长是（　　）



A．6　　B．5　　C．4　　D．3

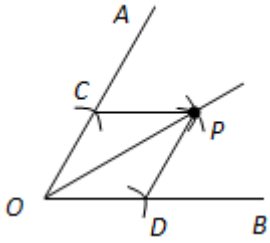
12．如图，点 P 在$\angle AOB$ 的平分线上， $PC\perp OA$ 于点 C, $\angle AOB$=30°，点 D 在边 OB 上，且 OD=DP=2．则线段 PC 的长度为（　　）



A．3　　B．2　　C．1　　D．$\frac{1}{2}$

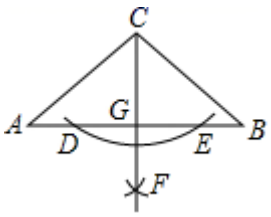
类型五、作角平分线

13．尺规作图作$\angle AOB$的平分线方法如下：以O为圆心，任意长为半径画弧交OA、OB于C、D，再分别以点C、D为圆心，以大于$\frac{1}{2}CD$长为半径画弧，两弧交于点P，作射线OP，由作法得$\triangle OCP\cong\triangle ODP$的根据是（　）



A．SAS　　B．ASA　　C．AAS　　D．SSS

14．如图，在ΔABC中，$AC=BC$，$\angle A=40°$，观察图中尺规作图的痕迹，可知$\angle BCG$的度数为（　　）



A．40°　　B．45°　　C．50°　　D．60°

15．如图 1，已知$\angle ABC$，用尺规作它的角平分线．

如图 2，步骤如下，

第一步：以B为圆心，以a为半径画弧，分别交射线BA，BC于点D，E；

第二步：分别以D，E为圆心，以b为半径画弧，两弧在$\angle ABC$内部交于点P；

第三步：画射线BP．射线BP即为所求．

下列正确的是（　　）

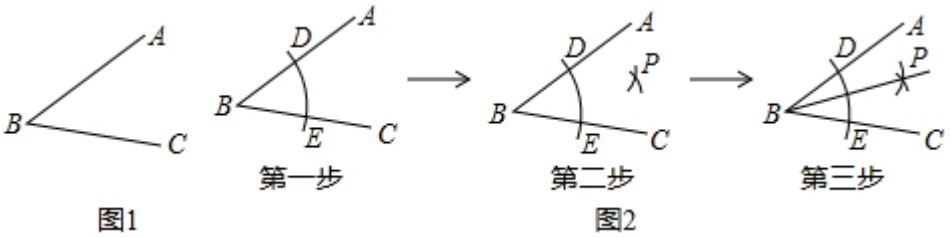


图1　　图2

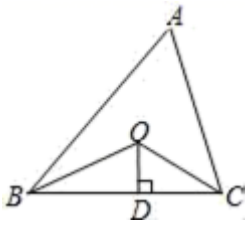
A．a，b 均无限制　　B．$a>0$，$b>\frac{1}{2}DE$ 的长

C．a 有最小限制，b 无限制　　D．$a\geq 0$，$b<\frac{1}{2}DE$ 的长

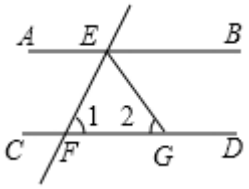
二、填空题

类型一、角平分线的性质定理及证明

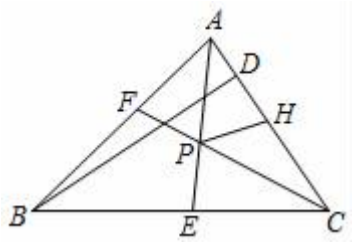
16．如图，已知△ABC 的周长是 21，OB，OC 分别平分∠ABC 和∠ACB，$OD\perp BC$ 于 D，且 $OD=4$，△ABC 的面积是_____.



17．如图，已知 $AB\parallel CD$，直线 EF 分别交 AB、CD 于 E、F，EG 平分 ∠BEF，若 ∠1=72°，则 ∠2=_____度.

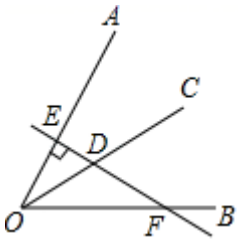


18．如图，△ABC 角平分线 AE、CF 交于点 P，BD 是△ABC 的高，点 H 在 AC 上，$AF=AH$，下列结论：①$\angle APC=90°+\frac{1}{2}\angle ABC$；②$PH$ 平分∠APC；③若 $BC>AB$，连接 BP，则 ∠$DBP=\angle BAC-\angle BCA$；④若 $PH\parallel BD$，则△ABC 为等腰三角形，其中正确的结论有_____（填序号）.

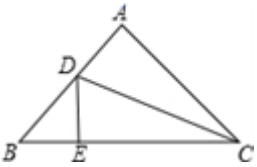


类型二、角的平分线的性质定理

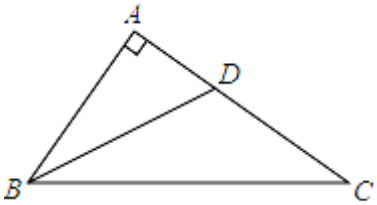
19．已知∠*AOB*＝60°，*OC* 是∠*AOB* 的平分线，点 *D* 为 *OC* 上一点，过 *D* 作直线 *DE*⊥*OA*，垂足为点 *E*，且直线 *DE* 交 *OB* 于点 *F*，如图所示．若 *DE*＝2，则 *DF*＝_____．



20．如图，已知在△ABC 中，∠A=90°，AB=AC，CD 平分∠ACB，DE⊥BC 于 E，若 BC=15cm，则△DEB 的周长为_____cm．

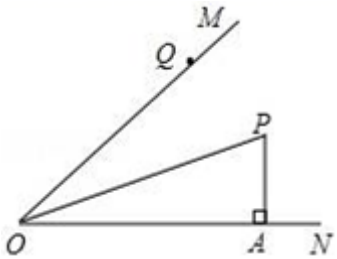


21．如图，在 Rt△ABC 中，∠A=90°，∠ABC 的平分线 BD 交 AC 于点 D，AD=3，BC=10，则△BDC 的面积是_____．



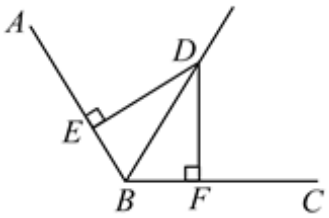
类型三、角平分线的判定定理

22．如图，OP 平分∠MON，PA⊥ON 于点 A，点 Q 是射线 OM 上的一个动点，若 PA=2，则 PQ 范围是____．

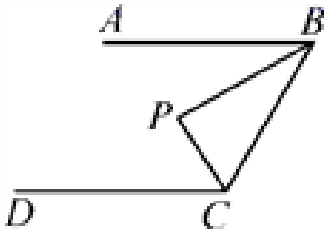


23．如图，DE⊥AB 于点 E，DF⊥BC 于点 F，且 DE＝DF，若∠DBC＝50°，则∠ABC＝

_____.

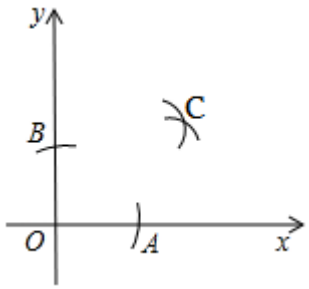


24．如图，AB∥CD，点 P 到 AB，BC，CD 的距离相等，则∠P＝_____

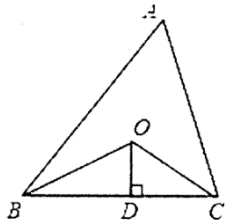


类型四、角平分线的性质的实际应用

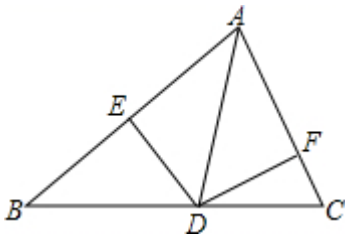
25．如图，在平面直角坐标系中，在 x 轴、y 轴的正半轴上分别截取 OA、OB，使 OA=OB；再分别以点 A、B 为圆心，以大于$\frac{1}{2}AB$长为半径作弧，两弧交于点 P．若点 C 的坐标为$(a,2a-3)$，则 a 的值为_____.



26．如图，已知△ABC 的周长是 16，OB、OC 分别平分∠ABC 和∠ACB，OD⊥BC 于 D 且 OD=2，△ABC 的面积是_____.

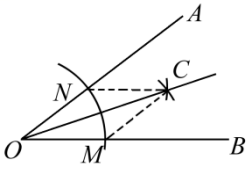


27．如图，AD是$\triangle ABC$中$\angle BAC$的角平分线，$DE\perp AB$于点E，$DF\perp AC$于点F，$S_{\triangle ABC}=7$，$DE=2$，$AB=4$，则AC长是_____.

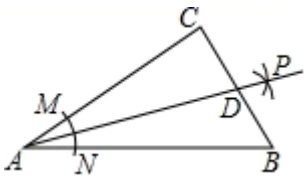


类型五、作角平分线

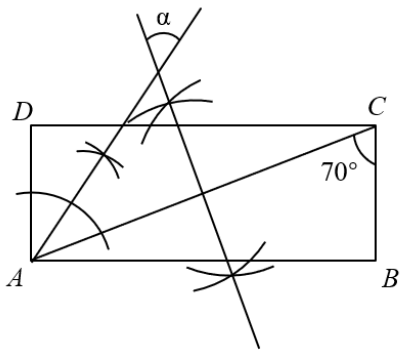
28．用直尺和圆规作一个角的平分线的示意图如图所示，则能说明∠AOC＝∠BOC 的依据是_____.



29．如图，在△*ABC* 中，以原点 *A* 为圆心，适当长为半径画弧，分别交 *AC*、*AB* 于点 *M*、*N*，再分别以点 *M*、*N* 为圆心，大于$\frac{1}{2}MN$ 的长为半径画弧，两弧交于点 *P*，作射线 *AP* 交边 *BC* 于点 *D*，若 *AC*：*AB*=3：4，△*ACD* 的面积是 21，则△*ABD* 的面积是_____.



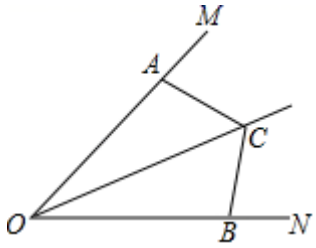
30．如图，在长方形 *ABCD* 中，$\angle ACB=70°$，由尺规作图的痕迹，可知∠*α* 的度数为_____.



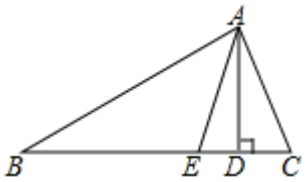
三、解答题

31．如图，已知 *OC* 平分∠*MON*，点 *A*、*B* 分别在射线 *OM*，*ON* 上，且 *OA*＝*OB*.

求证：△*AOC*≌△*BOC*.



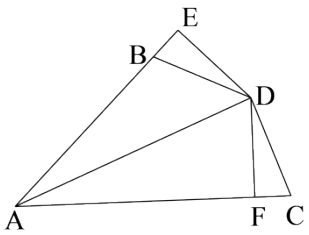
32．已知，如图，在ΔABC中，AD、AE分别是ΔABC的高和角平分线，若$\angle ABC=30^{\circ}$，$\angle ACB=60^{\circ}$



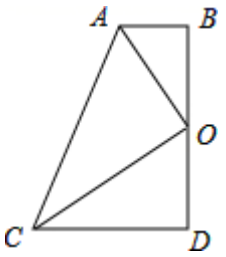
（1）求$\angle DAE$的度数；

（2）写出$\angle DAE$与$\angle C-\angle B$的数量关系_____，并证明你的结论

33． 已知：如图，DE⊥AB 于 E，DF⊥AC 于 F，若 BD=CD，BE=CF；求证：AD 平分∠BAC．



34．如图，四边形 $ABDC$ 中，$\angle D=\angle ABD=90°$，点 O 为 BD 的中点，且 OA 平分$\angle BAC$.



（1）求证：*CO* 平分∠*ACD*；

（2）求证：*OA*⊥*OC*；

（3）直接写出 *AB*，*CD* 与 *AC* 的关系_____.

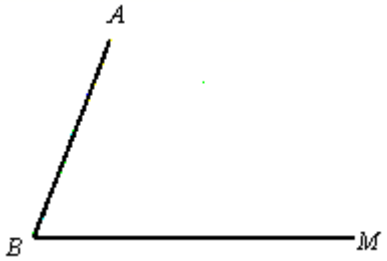
35．已知：如图，线段 AB 和射线 BM 交于点 B.

（1）利用尺规完成以下作图，并保留作图痕迹（不写作法）

①在射线 BM 上作一点 C，使 AC=AB，连接 AC；

②作∠ABM 的角平分线交 AC 于 D 点；

③在射线 CM 上作一点 E，使 CE=CD，连接 DE.



（2）在（1）所作的图形中，猜想线段 BD 与 DE 的数量关系，并证明之.

参考答案

1．A

【分析】

证明△ABD≌△AED 即可得出 DE 的长.

【详解】

∵DE⊥AC，

∴∠AED=∠B=90°，

∵AD 平分∠BAC，

∴∠BAD=∠EAD，

又∵AD=AD，

∴△ABD≌△AED，

∴DE=BE=3，

故选：A．

【点拨】本题考查了全等三角形的判断和性质，角平分线的性质，掌握全等三角形的判定定理是解题关键．

2．B

【分析】

由在$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，AD平分$\angle BAC$，$DE\perp AB$于点可得$CD=ED$，继而由全等三角形可得$\angle CDA=\angle EDA$、$AC=AE$，进一步可证DA平分$\angle CDE$、$AC+BE=AB$，根据等角的余角相等可得$\angle BDE=\angle BAC$，根据直角三角形的面积求法可得

$S_{Rt\triangle BDE}:S_{Rt\triangle ACD}=BE:AC$，即可判断结论正确的个数．

【详解】

解：∵在$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，AD平分$\angle BAC$，$DE\perp AB$于点E

$\therefore CD=ED$

故①正确；

∵在$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，AD平分$\angle BAC$，$DE\perp AB$于点E

$\therefore \vee ACD\cong\vee AED(AAS)$

$\therefore \angle CDA=\angle EDA$，$AC=AE$

$\therefore DA$平分$\angle CDE$

故④正确；

∵$AE+BE=AB$，$AC=AE$

$\therefore AC+BE=AB$

故②正确；

∵$\angle B+\angle BDE=\angle B+\angle BAC=90°$

$\therefore \angle BDE=\angle BAC$

故③正确；

∵$CD=ED$

$\therefore S_{Rt\triangle BDE}:S_{Rt\triangle ACD}=BE:AC$

故⑤错误.

故选：B

【点拨】本题考查了全等三角形的判定和性质、角平分线的性质、垂直的定义、直角三角形的性质、余角的性质以及线段的和差，难度不大，熟练掌握各知识点是解题的关键.

3．B

【详解】

解：∵*AD* 是∠*BAC* 的平分线，

∴∠*EAD*=∠*CAD*

在△*ADE* 和△*ADC* 中，

AE=*AC*，

∠*EAD*=∠*CAD*，

AD=*AD*，

∴△*ADE*≌△*ADC*(SAS)，

∴*ED*=*CD*，

∴*BC*=*BD*+*CD*=*DE*+*BD*=5，

∴△*BDE* 的周长=*BE*+*BD*+*ED*=(6−4)+5=7

故选 B.

【点拨】本题考查全等三角形的应用.三角形全等的判定定理有：边边边（SSS）、边角边（SAS）、角边角（ASA）、角角边（AAS）、HL.通过证明三角形全等可以得到相等的边或角，可将待求量进行转化，使问题迎刃而解.

4．D

【分析】

作 DF⊥AC 于 F，如图，根据角平分线定理得到 DE＝DF＝4，再利用三角形面积公式和 $S_{\triangle ADB}$＋$S_{\triangle ADC}$＝$S_{\triangle ABC}$ 得到$\frac{1}{2}$×4×7＋$\frac{1}{2}$×4×AC＝24，然后解一次方程即可.

【详解】

作 DF⊥AC 于 F，如图，

∵AD 是△ABC 中∠BAC 的角平分线，DE⊥AB，DF⊥AC，

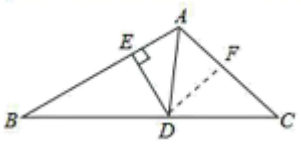
∴DE＝DF＝4，

∵$S_{\triangle ADB}+S_{\triangle ADC}=S_{\triangle ABC}$，

∴$\frac{1}{2}\times4\times7+\frac{1}{2}\times4\times AC=24$，

∴AC＝5，

故选：D．



【点拨】本题考查了角平分线的性质：角的平分线上的点到角的两边的距离相等，三角形的面积公式等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，学会利用面积法构建方程解决问题，属于中考常考题型．

5．C

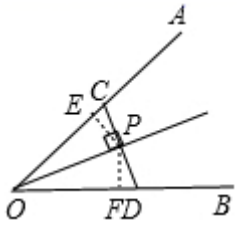
【详解】

试题分析：根据等腰三角形的三线合一定理可得：∠1=∠2，∠BDE=∠CDF，根据角平分线的性质可知：AD 上任一点到 AB、AC 的距离相等，故正确的有 3 个，选 C．

6．B

【详解】

解：如图，过点 P 作 PE⊥OA，PF⊥OB，垂足分别为 E、F，



则 PC＞PE，PD＞PF，

∴CD＞PE+PF，

即 CD＞P 点到∠AOB 两边距离之和．

故选 B.

7．B

【分析】

连接 AP，根据角平分线的判定定理得到点 P 在∠A 的就平分线上，根据等腰三角形的性质得到 AD⊥BC，BD=DC，根据勾股定理、三角形面积公式计算即可

【详解】

解：连接 AP，

∵PF⊥AB，PE⊥AC，PD⊥BC，

∴∠PFA＝∠FEA＝90°，

∵ $PD:PE:PF=1:3:3$

∴PF＝PE

在 Rt△PAF 和 Rt△PAE 中，

$$\begin{cases} PA=PA \\ PF=PE \end{cases}$$

∴Rt△PAF≌Rt△PAE（HL）

∴∠PAF＝∠PAE

∴PA 是∠A 的平分线。

∴点 P 在∠A 的就平分线上，

∵AB=AC，PD⊥BC，

∴AD⊥BC，BD=DC=6，

根据勾股定理可得：

$AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$，

设 PD、PE、PF 分别为 x、3x、3x，

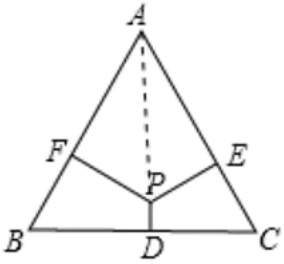
则：$\frac{1}{2}\times12\times8=\frac{1}{2}\times10\times3x\times2+\frac{1}{2}\times12x$ 、

解得：$x=\frac{4}{3}$

即 PD= $\frac{4}{3}$，

∴AP=$8-\frac{4}{3}=\frac{20}{3}$，

故选：B



【点拨】本题主要考查角平分线的判定与性质、等腰三角形的性质、勾股定理、三角形面积

公式，解题的关键的综合运用所学知识.

8．B

【分析】

根据段垂直平分线的判定定由 AC＝AD 得到点 A 在线段 CD 的垂直平分线上，由 BC＝BD 得到点 B 在线段 CD 的垂直平分线上，而两点确定一直线，所以可判断 AB 垂直平分 CD.

【详解】

解：∵AC＝AD，

∴点 A 在线段 CD 的垂直平分线上，

∵BC＝BD，

∴点 B 在线段 CD 的垂直平分线上，

∴AB 垂直平分 CD.

故选 B.

【点拨】本题考查了线段垂直平分线的判定与性质：到线段两端点的距离相等的点在这条线段的垂直平分线上；线段垂直平分线上任意一点，到线段两端点的距离相等.

9．D

【详解】

试题分析：根据 P 到 BD 和 BC 的距离相等可知点 P 在∠DBC 的角平分线上，根据 P 到 BC 和 CE 的距离相等可知点 P 在∠BCE 的角平分线上，根据 P 到 BD 和 CE 的距离相等可知点 P 在∠BAC 的角平分线上，故本题选 D.

10．C

【分析】

过点 D 作 DE⊥AB 于 E，根据角平分线上的点到角的两边距离相等可得 DE=CD，然后利用△ABD 的面积列式计算即可得解.

【详解】

如图，过点 D 作 DE⊥AB 于 E，

∵∠C=90°，AD 平分∠BAC，

∴DE=CD，

∴$S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}$ AB•DE=$\frac{1}{2}$ ×14•DE=14，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/436202122052010112