

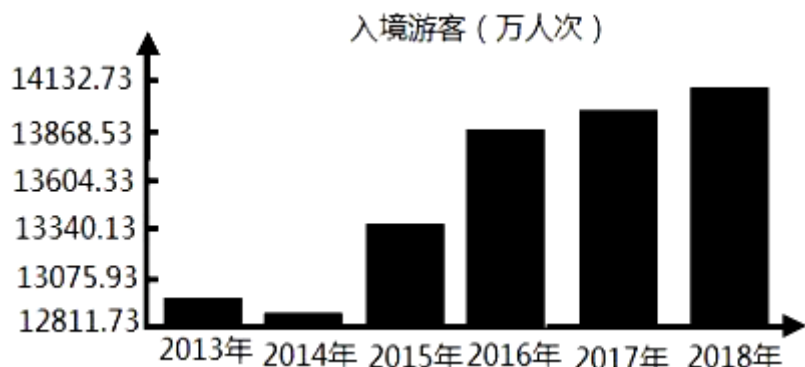
四川省绵阳市丰谷中学 2022-2023 学年高三下学期开学摸底考数学试题试卷

请考生注意：

1. 请用 2B 铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用 0.5 毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。
2. 答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 如图是国家统计局公布的年入境游客（单位：万人次）的变化情况，则下列结论错误的是（ ）



- A. 2014 年我国入境游客万人次最少
- B. 后 4 年我国入境游客万人次呈逐渐增加趋势
- C. 这 6 年我国入境游客万人次的中位数大于 13340 万人次
- D. 前 3 年我国入境游客万人次数据的方差小于后 3 年我国入境游客万人次数据的方差
2. 某校 8 位学生的本次月考成绩恰好都比上一次的月考成绩高出 50 分，则以该 8 位学生这两次的月考成绩各自组成样本，则这两个样本不变的数字特征是（ ）
- A. 方差 B. 中位数 C. 众数 D. 平均数
3. $F(-c, 0)$ 为双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的左焦点，过点 F 的直线与圆 $x^2 + y^2 = \frac{3}{4}c^2$ 交于 A 、 B 两点，（ A 在 F 、 B 之间）与双曲线 E 在第一象限的交点为 P ， O 为坐标原点，若 $\overrightarrow{FA} = \overrightarrow{BP}$ ，且 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = -\frac{3}{100}c^2$ ，则双曲线 E 的离心率为（ ）
- A. $\sqrt{5}$ B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. 5
4. 已知 $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ ， $\tan(\alpha - \pi) = -\frac{3}{4}$ ，则 $\sin \alpha + \cos \alpha$ 等于（ ）.
- A. $\pm \frac{1}{5}$ B. $-\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $-\frac{7}{5}$

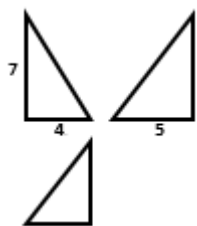
5. 将函数 $f(x) = \cos 2x$ 图象上所有点向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象, 如果 $g(x)$ 在区间 $[0, a]$ 上单调递减, 那么实数 a 的最大值为 ()

- A. $\frac{\pi}{8}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{3}{4}\pi$

6. 已知甲盒子中有 m 个红球, n 个蓝球, 乙盒子中有 $m-1$ 个红球, $n+1$ 个蓝球 ($m \geq 3, n \geq 3$), 同时从甲乙两个盒子中取出 i ($i=1, 2$) 个球进行交换, (a) 交换后, 从甲盒子中取 1 个球是红球的概率记为 p_i ($i=1, 2$). (b) 交换后, 乙盒子中含有红球的个数记为 ξ_i ($i=1, 2$). 则 ()

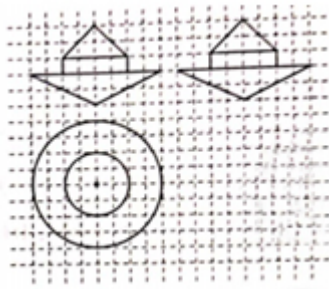
- A. $p_1 > p_2, E(\xi_1) < E(\xi_2)$ B. $p_1 < p_2, E(\xi_1) > E(\xi_2)$
C. $p_1 > p_2, E(\xi_1) > E(\xi_2)$ D. $p_1 < p_2, E(\xi_1) < E(\xi_2)$

7. 我国古代数学名著《九章算术》有一问题: “今有鳖臑(*biē naò*), 下广五尺, 无袤; 上袤四尺, 无广; 高七尺. 问积几何?” 该几何体的三视图如图所示, 则此几何体外接球的表面积为 ()



- A. 90π 平方尺 B. 180π 平方尺
C. 360π 平方尺 D. $135\sqrt{10}\pi$ 平方尺

8. 陀螺是中国民间较早的娱乐工具之一, 但陀螺这个名词, 直到明朝刘侗、于奕正合撰的《帝京景物略》一书中才正式出现. 如图所示的网格纸中小正方形的边长均为 1, 粗线画出的是一个陀螺模型的三视图, 则该陀螺模型的表面积为 ()



- A. $(8\sqrt{5} + 4\sqrt{2} + 4)\pi$ B. $(8\sqrt{5} + 8\sqrt{2} + 4)\pi$
C. $(8\sqrt{5} + 4\sqrt{2} + 16)\pi$ D. $(8\sqrt{5} + 8\sqrt{2} + 16)\pi$

9. 设 $a = \log_2 3$, $b = \log_4 6$, $c = 5^{-0.1}$, 则 ()

- A. $a > b > c$ B. $b > a > c$ C. $c > a > b$ D. $c > b > a$

10. 一个由两个圆柱组合而成的密闭容器内装有部分液体, 小圆柱底面半径为 r_1 , 大圆柱底面半径为 r_2 , 如图 1 放置

容器时, 液面以上空余部分的高为 h_1 , 如图 2 放置容器时, 液面以上空余部分的高为 h_2 , 则 $\frac{h_1}{h_2} =$ ()



图 1



图 2

- A. $\frac{r_2}{r_1}$ B. $\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$ C. $\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3$ D. $\sqrt{\frac{r_2}{r_1}}$

11. 设全集为 $\mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | 0 < x < 2\}$, $B = \{x | x \geq 1\}$, 则 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) =$

- A. $\{x | 0 < x \leq 1\}$ B. $\{x | 0 < x < 1\}$ C. $\{x | 1 \leq x < 2\}$ D. $\{x | 0 < x < 2\}$

12. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上函数 $f(x)$ 的图象关于原点对称, 且 $f(1+x) + f(2-x) = 0$, 若 $f(1) = 1$, 则

$f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2020) =$ ()

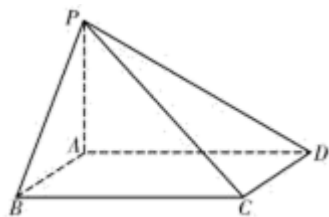
- A. 0 B. 1 C. 673 D. 674

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 以 $(a_1, 0)$, $(a_2, 0)$ 为圆心的两圆均过 $(1, 0)$, 与 y 轴正半轴分别交于 $(0, y_1)$, $(0, y_2)$, 且满足 $\ln y_1 + \ln y_2 = 0$, 则点 (a_1, a_2) 的轨迹方程为_____.

14. 在《九章算术》中, 将底面为矩形且有一条侧棱与底面垂直的四棱锥称之为阳马. 如图, 若四棱锥 $P-ABCD$ 为阳马, 侧棱 $PA \perp$ 底面 $ABCD$, 且 $PA = 3$, $BC = AB = 4$, 设该阳马的外接球半径为 R , 内切球半径为 r , 则

$\frac{R}{r} =$ _____.



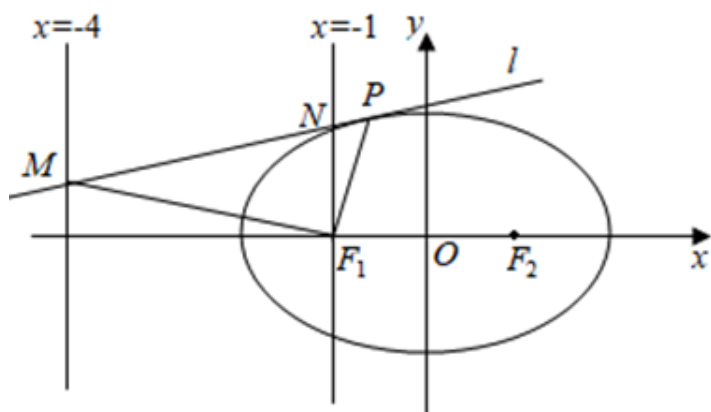
15.

3 张奖券分别标有特等奖、一等奖和二等奖. 甲、乙两人同时各抽取 1 张奖券,两人都未抽得特等奖的概率是_____.

16. “石头、剪子、布”是大家熟悉的二人游戏,其规则是:在石头、剪子和布中,二人各随机选出一种,若相同则平局;若不同,则石头克剪子,剪子克布,布克石头.甲、乙两人玩一次该游戏,则甲不输的概率是_____.

三、解答题:共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中,已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1 、 F_2 ,且点 F_1 、 F_2 与椭圆 C 的上顶点构成边长为 2 的等边三角形.



(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 已知直线 l 与椭圆 C 相切于点 P ,且分别与直线 $x = -4$ 和直线 $x = -1$ 相交于点 M 、 N . 试判断 $\frac{|MF_1|}{|MF_2|}$ 是否为定值,并说明理由.

18. (12 分) 已知函数 $f(x) = |x + a| + |2x - 5|$ ($a > 0$).

(1) 当 $a = 2$ 时,解不等式 $f(x) \geq 5$;

(2) 当 $x \in [a, 2a - 2]$ 时,不等式 $f(x) \leq |x + 4|$ 恒成立,求实数 a 的取值范围.

19. (12 分) 已知奇函数 $f(x)$ 的定义域为 R ,且当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $f(x) = x^2 - x + 1$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 记函数 $g(x) = f(x) - mx + 1$,若函数 $g(x)$ 有 3 个零点,求实数 m 的取值范围.

20. (12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{\cos x}{x}$, $g(x) = x \sin x + \cos x$.

(1) 判断函数 $g(x)$ 在区间 $(0, 2\pi)$ 上的零点的个数;

(2) 记函数 $f(x)$ 在区间 $(0, 2\pi)$ 上的两个极值点分别为 x_1 、 x_2 ,求证: $f(x_1) + f(x_2) < 0$.

21. (12 分) 已知椭圆: $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的四个顶点围成的四边形的面积为 $2\sqrt{15}$, 原点到直线 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 的距离为 $\frac{\sqrt{30}}{4}$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 已知定点 $P(0, 2)$, 是否存在过 P 的直线 l , 使 l 与椭圆 C 交于 A, B 两点, 且以 $|AB|$ 为直径的圆过椭圆 C 的左顶点? 若存在, 求出 l 的方程; 若不存在, 请说明理由.

22. (10 分) 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 > 0\}$, 集合 $B = \{x | 2x^2 + (2k + 5)x + 5k < 0\}$, $k \in \mathbf{R}$.

(1) 求集合 B ;

(2) 记 $M = A \cap B$, 且集合 M 中有且仅有一个整数, 求实数 k 的取值范围.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

ABD 可通过统计图直接分析得出结论, C 可通过计算中位数判断选项是否正确.

【详解】

A. 由统计图可知: 2014 年入境游客万人次最少, 故正确;

B. 由统计图可知: 后 4 年我国入境游客万人次呈逐渐增加趋势, 故正确;

C. 入境游客万人次的中位数应为 13340.13 与 13604.33 的平均数, 大于 13340 万次, 故正确;

D. 由统计图可知: 前 3 年的入境游客万人次相比于后 3 年的波动更大, 所以对应的方差更大, 故错误.

故选: D.

【点睛】

本题考查统计图表信息的读取以及对中位数和方差的理解, 难度较易. 处理问题的关键是能通过所给统计图, 分析出对应的信息, 对学生分析问题的能力有一定要求.

2、A

【解析】

通过方差公式分析可知方差没有改变，中位数、众数和平均数都发生了改变.

【详解】

由题可知，中位数和众数、平均数都有变化.

本次和上次的月考成绩相比，成绩和平均数都增加了 50，所以 $(x_n - \bar{x})^2$ 没有改变，

根据方差公式 $S^2 = \frac{1}{8}[(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_8 - \bar{x})^2]$ 可知方差不变.

故选：A

【点睛】

本题主要考查样本的数字特征，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

3、D

【解析】

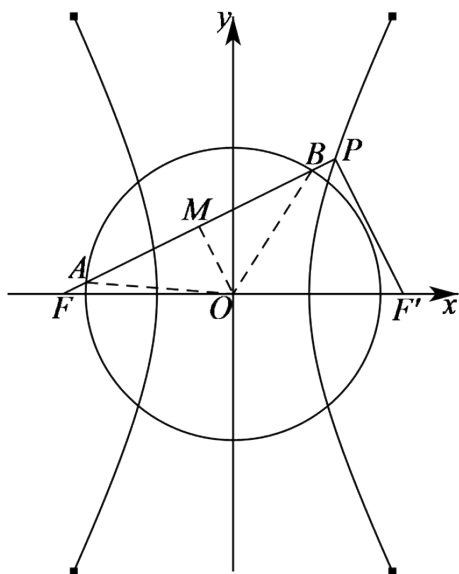
过点 O 作 $OM \perp PF$ ，可得出点 M 为 AB 的中点，由 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = -\frac{3}{100}c^2$ 可求得 $\cos \angle AOB$ 的值，可计算出

$\cos \frac{\angle AOB}{2}$ 的值，进而可得出 $|OM|$ ，结合 $\overrightarrow{FA} = \overrightarrow{BP}$ 可知点 M 为 PF 的中点，可得出 $|PF'|$ ，利用勾股定理求得 $|PF|$

(F' 为双曲线的右焦点)，再利用双曲线的定义可求得该双曲线的离心率的值.

【详解】

如下图所示，过点 O 作 $OM \perp PF$ ，设该双曲线的右焦点为 F' ，连接 PF' .



$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \frac{\sqrt{3}}{2}c \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}c \cdot \cos \angle AOB = -\frac{3}{100}c^2, \therefore \cos \angle AOB = -\frac{1}{25}.$$

$$\therefore \cos \frac{\angle AOB}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \angle AOB}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{5}, \quad \therefore |OM| = |OA| \cos \frac{\angle AOB}{2} = \frac{3}{5}c,$$

由 $\overrightarrow{FA} = \overrightarrow{BP}$, $\therefore M$ 为 PF 的中点, $\therefore PF' \parallel OM$, $\angle FPF' = 90^\circ$, $|PF'| = 2|OM| = \frac{6c}{5}$,

$$\therefore |PF| = \sqrt{(2c)^2 - |PF'|^2} = \frac{8c}{5},$$

由双曲线的定义得 $|PF| - |PF'| = 2a$, 即 $\frac{2c}{5} = 2a$,

因此, 该双曲线的离心率为 $e = \frac{c}{a} = 5$.

故选: D.

【点睛】

本题考查双曲线离心率的求解, 解题时要充分分析图形的形状, 考查推理能力与计算能力, 属于中等题.

4、B

【解析】

由已知条件利用诱导公式得 $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$, 再利用三角函数的平方关系和象限角的符号, 即可得到答案.

【详解】

由题意得 $\tan(\alpha - \pi) = \tan \alpha = -\frac{3}{4}$,

又 $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$, 所以 $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, $\cos \alpha \in (0, \sin \alpha) < 0$, 结合 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ 解得 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$,

$$\text{所以 } \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{3}{5} - \frac{4}{5} = -\frac{1}{5},$$

故选 B.

【点睛】

本题考查三角函数的诱导公式、同角三角函数的平方关系以及三角函数的符号与位置关系, 属于基础题.

5、B

【解析】

根据条件先求出 $g(x)$ 的解析式, 结合三角函数的单调性进行求解即可.

【详解】

将函数 $f(x) = \cos 2x$ 图象上所有点向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象,

$$\text{则 } g(x) = \cos 2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right),$$

$$\text{设 } \theta = 2x + \frac{\pi}{2},$$

则当 $0 < x \leq a$ 时, $0 < 2x \leq 2a$, $\frac{\pi}{2} < 2x + \frac{\pi}{2} \leq 2a + \frac{\pi}{2}$,

即 $\frac{\pi}{2} < \theta \leq 2a + \frac{\pi}{2}$,

要使 $g(x)$ 在区间 $[0, a]$ 上单调递减,

则 $2a + \frac{\pi}{2} \leq \pi$ 得 $2a \leq \frac{\pi}{2}$, 得 $a \leq \frac{\pi}{4}$,

即实数 a 的最大值为 $\frac{\pi}{4}$,

故选: B.

【点睛】

本小题主要考查三角函数图象变换, 考查根据三角函数的单调性求参数, 属于中档题.

6、A

【解析】

分析: 首先需要去分析交换后甲盒中的红球的个数, 对应的事件有哪些结果, 从而得到对应的概率的大小, 再者就是对随机变量的值要分清, 对应的概率要算对, 利用公式求得期望.

详解: 根据题意有, 如果交换一个球,

有交换的都是红球、交换的都是蓝球、甲盒的红球换的乙盒的蓝球、甲盒的蓝球交换的乙盒的红球,

红球的个数就会出现 $m, m-1, m+1$ 三种情况;

如果交换的是两个球, 有红球换红球、蓝球换蓝球、一蓝一红换一蓝一红、红换蓝、蓝换红、一蓝一红换两红、一蓝一红换亮蓝,

对应的红球的个数就是 $m-2, m-1, m, m+1, m+2$ 五种情况, 所以分析可以求得 $p_1 > p_2, E(\xi_1) < E(\xi_2)$, 故选 A.

点睛: 该题考查的是有关随机事件的概率以及对应的期望的问题, 在解题的过程中, 需要对其对应的事件弄明白, 对应的概率会算, 以及变量的可取值会分析是多少, 利用期望公式求得结果.

7、A

【解析】

根据三视图得出原几何体的立体图是一个三棱锥, 将三棱锥补充成一个长方体, 此长方体的外接球就是该三棱锥的外接球, 由球的表面积公式计算可得选项.

【详解】

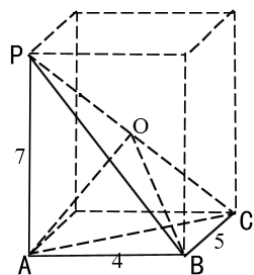
由三视图可得, 该几何体是一个如图所示的三棱锥 $P-ABC$, O

为三棱锥外接球的球心，此三棱锥的外接球也是此三棱锥所在的长方体的外接球，所以 O 为 PC 的中点， 设球半径为

$$R, \text{ 则 } R^2 = \left(\frac{1}{2}PC\right)^2 = \frac{1}{4}(AB^2 + BC^2 + PA^2) = \frac{1}{4}(4^2 + 5^2 + 7^2) = \frac{45}{2}, \text{ 所以外接球的表面积}$$

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi \times \frac{45}{2} = 90\pi,$$

故选：A.



【点睛】

本题考查求几何体的外接球的表面积，关键在于由几何体的三视图得出几何体的立体图，找出外接球的球心位置和半径，属于中档题.

8、C

【解析】

根据三视图可知，该几何体是由两个圆锥和一个圆柱构成，由此计算出陀螺的表面积.

【详解】

最上面圆锥的母线长为 $2\sqrt{2}$ ，底面周长为 $2\pi \times 2 = 4\pi$ ，侧面积为 $\frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 4\pi = 4\sqrt{2}\pi$ ，下面圆锥的母线长为 $2\sqrt{5}$ ，底面周长为 $2\pi \times 4 = 8\pi$ ，侧面积为 $\frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times 8\pi = 8\sqrt{5}\pi$ ，没被挡住的部分面积为 $\pi \times 4^2 - \pi \times 2^2 = 12\pi$ ，中间圆柱的侧面积为 $2\pi \times 2 \times 1 = 4\pi$. 故表面积为 $(8\sqrt{5} + 4\sqrt{2} + 16)\pi$ ， 故选 C.

【点睛】

本小题主要考查中国古代数学文化，考查三视图还原为原图，考查几何体表面积的计算，属于基础题.

9、A

【解析】

先利用换底公式将对数都化为以 2 为底,利用对数函数单调性可比较 a, b ,再由中间值 1 可得三者的大小关系.

【详解】

$$a = \log_2 3 \in (1, 2), \quad b = \log_4 6 = \log_2 \sqrt{6} \in (1, \log_2 3), \quad c = 5^{-0.1} \in (0, 1), \text{ 因此 } a > b > c, \text{ 故选: A.}$$

【点睛】

本题主要考查了利用对数函数和指数函数的单调性比较大小,属于基础题.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/437003035104006056>