

奉贤中学 2023 学年第一学期第五学程考试试卷

高二数学

(考试时间: 120 分钟 满分 150 分) 命题: 朱元元 刘秀文 审题: 姚建新

一、填空题 (1-6 每题 4 分, 7-12 每题 5 分, 共 54 分)

1. 直线 $x - 1$ 的倾斜角为_____.

2. 设抛物线 $y^2 = 8x$ 的准线方程为_____.

3. 已知 $\vec{n}$ 为平面 α 的一个法向量, l 为一条直线, 则 " $\vec{n} \perp l$ " 是 " $l \parallel \alpha$ " 的_____条件 (填充分性和必要性)

4. 已知直线 $l: ax + 3x + y - 5 = 0$, 则原点到直线 l 的距离的最大值是_____.

5. 以椭圆 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 的焦点为顶点、椭圆的顶点为焦点的双曲线的标准方程是_____.

6. 已知向量 $\vec{a} = (1, x_2, 2), \vec{b} = (0, 1, 2), \vec{c} = (1, 0, 0)$, 若 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 共面, 则 x_2 _____.

7. 直线 $y = ax + 2$ 与直线 $y = \sqrt{3}x$ 的夹角为 $(0, \frac{\pi}{6})$, 则 a 的取值范围是_____.

8. 已知 $\vec{a} = (x - \sqrt{3}, y)$, $\vec{b} = (x + \sqrt{3}, y)$, 且满足 $|\vec{a}| + |\vec{b}| = 4$, 则点 $P(x, y)$ 的轨迹方程为_____.

9. 若 $\vec{OA} = (1, 2, 0), \vec{OB} = (2, 1, 0), \vec{OC} = (1, 1, 3)$, 则三棱锥 $O-ABC$ 的体积为_____.

10. 过双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{4} = 1$ 的右焦点 F 作一条垂直于 x 轴的垂线交双曲线 C 的两条渐近线于 A, B 两点, O 为坐标原点, 则 $\triangle OAB$ 的面积的最小值为_____.

11. 若关于 x 的方程 $\sqrt{1 - \frac{x^2}{4}} = x + b$ 有解, 则实数 b 的取值范围是_____.

12. 设向量 $\vec{a} = (x_1, y_1), \vec{b} = (x_2, y_2)$, 记 $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2$, 若圆 $C: x^2 + y^2 - 4x - 8y = 0$ 上的任意三点 A_1, A_2, A_3 , 且 $\vec{A_1 A_2} \cdot \vec{A_2 A_3} = 0$, 则 $|\vec{OA_1} \cdot \vec{OA_2} + \vec{OA_2} \cdot \vec{OA_3} + \vec{OA_3} \cdot \vec{OA_1}|$ 的最大值是_____.

二、填空题 (13-14 每题 4 分, 15-16 每题 5 分, 共 18 分)

13. " $a = 2$ " 是 "直线 $x + ay - 3 = 0$ 与 $ax + 4y - 6 = 0$ 平行" 的 ()

A. 充要条件 B. 充分非必要条件 C. 必要非充分条件 D. 非充分非必要条件

14. 圆 $x^2 + y^2 + ax + by = 0$ 与直线 $ax + by = 0$ ($a^2 + b^2 \neq 0$) 的位置关系是 ()

A. 相切 B. 直线与圆相交但不过圆心

C. 直线与圆相交且过圆心 D. 相离

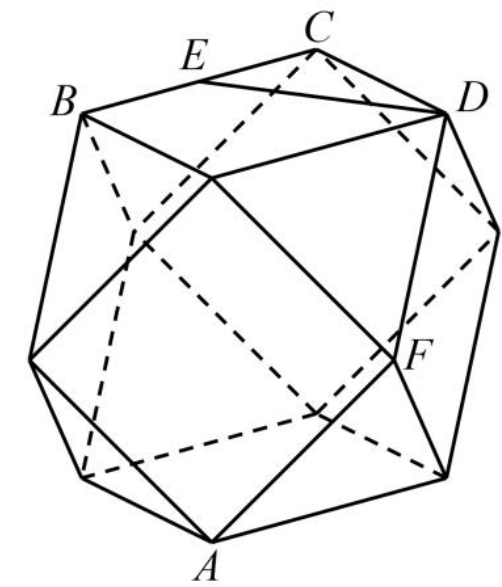
15. 已知四条双曲线， $C_1: x^2 - y^2 = 1$ ， $C_2: \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ ， $C_3: \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{9} = 1$ ， $C_4: \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{16} = 1$ ，关于下列三个结论

的正确选项为（ ）

- ① C_4 的开口最为开阔；
- ② C_1 的开口比 C_3 的更为开阔；
- ③ C_2 和 C_3 的开口的开阔程度相同.

A. 只有一个正确 B. 只有两个正确 C. 均正确 D. 均不正确

16. 有很多立体图形都体现了数学的对称美，其中半正多面体是由两种或两种以上的正多边形围成的多面体，半正多面体因其最早由阿基米德研究发现，故也被称作阿基米德体.如图，这是一个棱数为 24，棱长为 $\sqrt{2}$ 的半正多面体，它的所有顶点都在同一个正方体的表面上，可以看成是由一个正方体截去八个一样的四面体所得.若点 E 为线段 BC 上的动点，则直线 DE 与直线 AF 所成角的余弦值的取值范围为（ ）



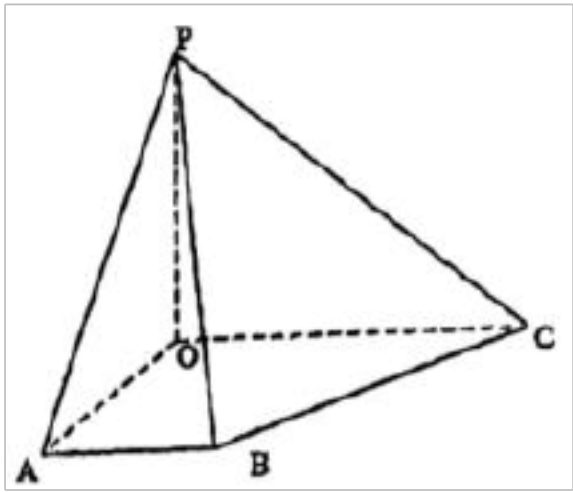
- A. $\frac{1}{3}, \frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{1}{3}, \frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}$

三、解答题（14+14+14+18+18，共 78 分）

17. 已知 $A(1, 1)$ ， $B(2, 3)$ ， $C(3, 2)$.

- (1) 求 $\triangle ABC$ 边 BC 上的高所在直线的一般式方程；
- (2) 直线 l 经过点 A，且点 B、点 C 到直线 l 的距离相等，求直线 l 的一般式方程.

18. 四棱锥 $P-ABCO$ 中，底面四边形 $OABC$ 是直角梯形， $\angle AOC = 90^\circ$ ， $AB \parallel OC$ ， $PO \perp$ 平面 $OABC$ ，且 $|OC| = 3$ ， $|PO| = |AO| = |AB| = 1$.



- (1) 求 PB 与平面 POC 所成角的大小；
- (2) 求平面 PBC 与平面 POA 所成的锐二面角大小.

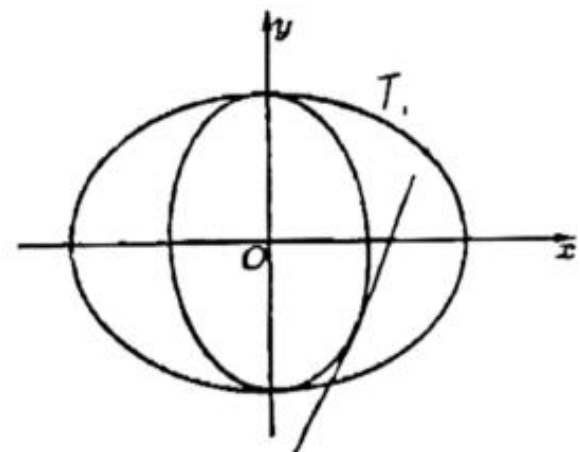
19. 已知圆 C： $x^2 + y^2 - 2y - 4 = 0$.

- (1) 过 P (1, 1) 的动直线 l 与圆 C： $x^2 + y^2 - 2y - 4 = 0$ 交于 A、B 两点. 若 $|AB| = \sqrt{17}$ ，求直线 l 的方程；
- (2) 从圆 C 外一点 Q 向该圆引一条切线，切点为 M，若 $|QM| = |QO|$ (O 为坐标原点)，求动点 Q 的轨迹方程.

20. 设 F_1, F_2 分别是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右两焦点，过点 F_2 的直线 $l: x + my - 2 = 0$ 与 Γ 的右支交于 M，N 两点，过点 (2, 3).

- (1) 求双曲线 的方程；
- (2) 当 $|MF_1| = |F_2F_1|$ 时，求实数 m 的值；
- (3) 当 $MF_2 = \frac{1}{2}F_2N$ 时，求实数 m 的值.

21. 如图，曲线 由两个椭圆 $T_1: \frac{x^2}{m^2} + \frac{y^2}{2} = 1$ ($m > \sqrt{2}$) 和椭圆 $T_2: \frac{y^2}{2} + x^2 = 1$ 组成，当椭圆 T_1, T_2 的离心率相等时，称曲线 为“猫眼曲线”



- (1) 求椭圆 T_1 的方程；
- (2) 任作斜率为 k ($k \neq 0$) 且不过原点的直线与该曲线 相交，交椭圆 T_1 所得弦 AB 的中点为 M，交椭圆 T_2 所得弦 CD 的中点为 N，直线 OM、直线 ON 的斜率分别为 k_{OM} 、 k_{ON} ，试问： $\frac{k_{OM}}{k_{ON}}$ 是否为与 k 无关的定值？若是，请求出定值；若不是，请说明理由；

(3) 若斜率为 $\sqrt{2}$ 的直线 l 为椭圆 T_2 的切线，且交椭圆 T_1 于点 A, B ， N 为椭圆 T_1 上的任意一点（点 N 与点 A, B 不重合），求 $\triangle ABN$ 面积的最大值.

奉贤中学 2023 学年第一学期第五学程考试试卷

高二数学

一、填空题（1-6每题 4 分，7-12每题 5 分，共 54 分）

1. 直线 $x = 1$ 的倾斜角为_____

【答案】 90°

【分析】 根据直线的方程可得出直线的倾斜角.

【详解】 直线 $x = 1$ 垂直于 x 轴，故直线 $x = 1$ 的倾斜角为 90° .

故答案为： 90° .

2. 设抛物线 $y^2 = 8x$ 的准线方程为_____.

【答案】 $x = -2$

【分析】 由题意结合抛物线的标准方程确定其准线方程即可.

【详解】 由抛物线方程 $y^2 = 8x$ 可得 $2p = 8$ ，则 $\frac{p}{2} = 2$ ，故准线方程为 $x = -2$.

故答案为 $x = -2$.

【点睛】 本题主要考查由抛物线方程确定其准线的方法，属于基础题.

3. 已知 n 为平面 α 的一个法向量， l 为一条直线，则 “ $l \perp n$ ” 是 “ $l \parallel \alpha$ ” 的_____条件（填充分性和必要性）

【答案】 必要性

【分析】 根据 $l \perp n \Rightarrow l \parallel \alpha$ 或 $l \subset \alpha$ ， $l \parallel \alpha \Rightarrow l \perp n$ 得出结果.

【详解】 n 为平面 α 的一个法向量， l 为一条直线，

$l \perp n \Rightarrow l \parallel \alpha$ 或 $l \subset \alpha$ ， $l \parallel \alpha \Rightarrow l \perp n$ ，

“ $l \perp n$ ” 是 “ $l \parallel \alpha$ ” 的必要性.

故答案为： 必要性

4. 已知直线 $l: ax + 3x + y - 5 = 0$ ，则原点到直线 l 的距离的最大值是_____.

【答案】 5

【分析】 求出动直线所过定点，可知原点与定点的距离即为所求.

【详解】 直线 $l: ax + 3x + y - 5 = 0$ 可化为 $ax + 3x + y - 5 = 0$ ，

当 $x = 0$ 时， $y = 5$ ；当 $x = 0$ 时， $y = 5$ 时方程恒成立，

所以直线 l 恒过定点 $M(0, 5)$ ，

所以当直线 l 与 OM 垂直时，原点到直线 l 的距离最大，最大值为 $|OM| = \sqrt{0^2 + 5^2} = 5$.

故答案为：5

5. 以椭圆 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 的焦点为顶点、椭圆的顶点为焦点的双曲线的标准方程是_____.

【答案】 $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$

【分析】根据椭圆方程求出双曲线的顶点、焦点坐标即可得解.

【详解】由椭圆 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 知，双曲线顶点坐标为 $(\sqrt{3}, 0), (-\sqrt{3}, 0)$,

焦点坐标为 $(2, 0), (-2, 0)$

故所求双曲线方程可设为 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$,

又 $c^2 = a^2 + b^2 = 4$, 所以 $b^2 = c^2 - a^2 = 4 - 3 = 1$,

故所求的双曲线方程为: $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$.

故答案为: $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$

6. 已知向量 $a = (1, x, 2), b = (0, 1, 2), c = (1, 0, 0)$ 若 a,b,c 共面，则 x _____.

【答案】 ± 1

【分析】利用共面向量定理直接求解

【详解】因为向量 $a = (1, x, 2), b = (0, 1, 2), c = (1, 0, 0)$ 共面,

所以存在实数 m、n，使得 $a = mb + nc, m \neq 0, n \neq 0$, 即 $(1, x, 2) = (n, m, 2m)$,

$$\begin{cases} 1 = n \\ x = m \\ 2 = 2m \end{cases}$$

所以 $\frac{x^2}{2} = \frac{m^2}{2m}$, 解得 $x^2 = m = 1$, 所以 $x = \pm 1$.

故答案为: ± 1 .

7. 直线 $y = ax + 2$ 与直线 $y = \sqrt{3}x$ 的夹角 $\in (0, \frac{\pi}{6})$, 则 a 的取值范围是_____.

【答案】 $(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3})$

【分析】利用两条直线的夹角公式求解即可.

【详解】由题知直线 $y = ax + 2$ 的斜率为 $k_1 = a$ ，直线 $y = \sqrt{3}x$ 的斜率为 $k_2 = \sqrt{3}$ ，

因为直线 $y = ax + 2$ 与直线 $y = \sqrt{3}x$ 的夹角 $\in (0, \frac{\pi}{6})$ ，

所以 $\tan \left| \frac{k_1 - k_2}{1 + k_1 k_2} \right| = \left| \frac{a - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}a} \right| = 0, \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，即 $3(a - \sqrt{3})^2 = (1 + \sqrt{3}a)^2$ ，

解得 $a = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 。

故答案为： $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，+。

8. 已知 $a = x + \sqrt{3}, y$ ， $b = x - \sqrt{3}, y$ ，且满足 $|a| = |b| = 4$ ，则点 $P(x, y)$ 的轨迹方程为_____。

【答案】 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$

【分析】利用条件和向量的模得出 $\sqrt{(x + \sqrt{3})^2 + y^2} = \sqrt{(x - \sqrt{3})^2 + y^2} = 4$ ，结合其几何意义，再利用椭圆的定义，即可求出轨迹方程。

【详解】设 $F_1(-\sqrt{3}, 0)$ ， $F_2(\sqrt{3}, 0)$ ，

由 $|a| = |b| = 4$ 可得， $\sqrt{(x + \sqrt{3})^2 + y^2} = \sqrt{(x - \sqrt{3})^2 + y^2} = 4$ ，

上式的几何意义是：

$P(x, y)$ 与点 $F_1(-\sqrt{3}, 0)$ ， $F_2(\sqrt{3}, 0)$ 的距离之和是 4，且 $4 > 2\sqrt{3}$ ，

即 $|PF_1| + |PF_2| = 4 > |F_1F_2|$ ，

所以点 $P(x, y)$ 的轨迹是以 F_1, F_2 为焦点的椭圆，且 $2a = 4$ ， $c = \sqrt{3}$ ，

则 $a = 2$ ， $b^2 = a^2 - c^2 = 1$ ，

所以点 $P(x, y)$ 的轨迹方程为： $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 。

故答案为： $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 。

9. 若 $\vec{OA} = (1, 2, 0)$ ， $\vec{OB} = (2, 1, 0)$ ， $\vec{OC} = (1, 1, 3)$ ，则三棱锥 $O-ABC$ 的体积为_____。

【答案】 $\frac{5}{2}$

【分析】根据空间向量的坐标运算，求得棱锥底面积和高，结合棱锥的体积计算公式，即可求得结果。

【详解】根据已知可得： $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 0$ ，即 $\vec{OA} \perp \vec{OB}$ ，

$$\text{又 } |OA| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}, |OB| = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5},$$

$$\text{故 } \triangle OAB \text{ 的面积 } S = \frac{1}{2} \sqrt{5} \sqrt{5} = \frac{5}{2};$$

不妨取平面 OAB 的一个法向量 $\mathbf{m} = (0, 0, 1)$,

$$\text{则点 C 到平面 OAB 的距离 } h = \frac{|\overrightarrow{OC} \cdot \mathbf{m}|}{|\mathbf{m}|} = \frac{3}{1} = 3,$$

$$\text{故三棱锥 O—ABC 的体积 } V = \frac{1}{3} S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2} \cdot 3 = \frac{5}{2}.$$

故答案为: $\frac{5}{2}$.

10. 过双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{4} = 1$ 的右焦点 F 作一条垂直于 x 轴的垂线交双曲线 C 的两条渐近线于 A、B 两点, O 为坐

标原点, 则 $\triangle OAB$ 的面积的最小值为_____.

【答案】8

【分析】求得双曲线的 b, c, 求得双曲线的渐近线方程, 将 $x=c$ 代入双曲线的渐近线方程, 可得 A, B 的坐标, 求得 $\triangle OAB$ 的面积, 运用基本不等式可得最小值.

【详解】解: 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{4} = 1$ 的 $b=2$, $c^2=a^2+4$, ($a>0$),

设 F (c, 0), 双曲线的渐近线方程为 $y = \pm \frac{2}{a}x$,

由 $x=c$ 代入可得交点 A $(c, \frac{2c}{a})$, B $(c, -\frac{2c}{a})$,

即有 $\triangle OAB$ 的面积为 $S = \frac{1}{2} c \cdot \frac{4c}{a}$

$$= 2 \cdot \frac{a^2 + 4}{a} = 2(a + \frac{4}{a}) \geq 4\sqrt{a \cdot \frac{4}{a}} = 8,$$

当且仅当 $a=2$ 时, $\triangle OAB$ 的面积取得最小值 8.

故答案为: 8.

【点睛】本题考查双曲线的方程和性质, 主要是渐近线方程的运用, 考查三角形的面积的最值求法, 注意运用基本不等式, 考查运算能力, 属于中档题.

11. 若关于 x 的方程 $\sqrt{1 - \frac{x^2}{4}} = x - b$ 有解, 则实数 b 的取值范围是_____.

【答案】 $[-2, \sqrt{5}]$

【分析】将问题转化为曲线 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ ($y \geq 0$) 与直线 $y = x - b$ 的图象有交点, 作出曲线与直线的图象, 结合图象

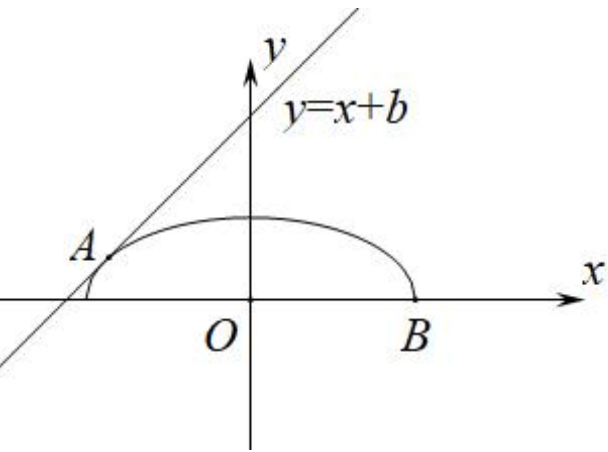
即可得解.

【详解】令 $y = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4}}$ ，则 $\frac{x^2}{4} - y^2 - 1 = 0$ ，

所以 $y = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4}}$ 的图象是椭圆 $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 在 x 轴上方的部分（含 x 轴），

因为 $\sqrt{1 - \frac{x^2}{4}} = x + b$ 有解，所以 $\frac{x^2}{4} - y^2 - 1 = 0$ 与 $y = x + b$ 的图象有交点，

作出 $\frac{x^2}{4} - y^2 - 1 = 0$ 与 $y = x + b$ 的图象如图，



当 $y = x + b$ 与 $\frac{x^2}{4} - y^2 - 1 = 0$ 相切于 A 点时，

将 $y = x + b$ 代入 $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ ，得 $5x^2 - 8bx - 4b^2 - 4 = 0$ ，

由 $\Delta = 0$ ，得 $64b^2 - 4 \times 5 \times (-4b^2 - 4) = 0$ ，解得 $b = \sqrt{5}$ 或 $b = -\sqrt{5}$ （舍去）；

当 $y = x + b$ 过点 $B(2, 0)$ 时， $0 = 2 + b$ ，解得 $b = -2$ ；

结合图象可得， $-2 \leq b \leq \sqrt{5}$ ，即实数 b 的取值范围是 $[-2, \sqrt{5}]$ 。

故答案为： $[-2, \sqrt{5}]$ 。

12. 设向量 $\vec{a} = (x_1, y_1)$ ， $\vec{b} = (x_2, y_2)$ ，记 $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2$ ，若圆 $C : x^2 + y^2 - 4x - 8y = 0$ 上的任意三点 A_1, A_2, A_3 ，且 $\vec{A_1A_2} \perp \vec{A_2A_3}$ ，则 $|\vec{OA_1} \cdot \vec{OA_2} + \vec{OA_2} \cdot \vec{OA_3}|$ 的最大值是_____.

【答案】64

【分析】

设出 A_1, A_2, A_3 三点坐标，由 $\vec{A_1A_2} \perp \vec{A_2A_3}$ 得出 $\vec{A_1A_3}$ 为直径，故得到关系式 $x_1 + x_3 = 4, y_1 + y_3 = 8$ ，代入 $|\vec{OA_1} \cdot \vec{OA_2} + \vec{OA_2} \cdot \vec{OA_3}|$ 中得到其值为 $4|x_2 - 2y_2|$ ，利用圆的参数方程设出点 A_2 坐标代入 $4|x_2 - 2y_2|$ 中，利用辅助角公式求最值即可.

【详解】整理圆的方程可得 $x^2 + y^2 - 4x - 8y = 0$

故圆心为 $(2, 4)$ ，半径为 $2\sqrt{5}$

设 $A_1(x_1, y_1), A_2(x_2, y_2), A_3(x_3, y_3)$ ，由 $A_1A_2 \perp A_2A_3$ 可得 A_1A_3 为圆的直径

由此可得 $x_1 + x_3 = 4, y_1 + y_3 = 8$

则 $|OA_1 - OA_2 - OA_2 - OA_3| = |x_1x_2 + y_1y_2 + x_2x_3 + y_2y_3| = |x_1x_3 + x_2x_2 + y_1y_3 + y_2y_2| = 4|x_2 - 2y_2|$

又 $A_2(x_2, y_2)$ 在圆上

设 $x_2 = 2 + 2\sqrt{5}\cos\theta, y_2 = 4 + 2\sqrt{5}\sin\theta, \theta \in [0, 2\pi)$

$x_2 - 2y_2 = 2 + 2\sqrt{5}\cos\theta - 2(4 + 2\sqrt{5}\sin\theta) = -6 + 2\sqrt{5}(\cos\theta - 2\sin\theta) = -6 + 10\sin(\theta - \frac{\pi}{2})$ ， $\theta \in [0, 2\pi)$

故 $4|x_2 - 2y_2|$ 的最大值为 $4 \times 6 + 10 = 64$

故答案为：64

二、填空题（13-14每题 4 分， 15-16每题 5 分， 共 18 分）

13. “ $a = 2$ ”是“直线 $x + ay - 3 = 0$ 与 $ax - 4y - 6 = 0$ 平行”的（ ）

- A. 充要条件 B. 充分非必要条件 C. 必要非充分条件 D. 非充分非必要条件

【答案】A

【分析】借助两直线平行的判断条件即可解答.

【详解】因为直线 $ax - 4y - 6 = 0$ 的斜率存在，

所以要使直线 $x + ay - 3 = 0$ 与 $ax - 4y - 6 = 0$ 平行，

则 $\frac{1}{a} = \frac{a}{-4} = \frac{3}{-6}$ ，

由 $\frac{1}{a} = \frac{a}{-4}$ 解得 $a = 2$ 或 $a = -2$ ，

当 $a = 2$ 时，此时直线 $x + 2y - 3 = 0$ 与 $2x - 4y - 6 = 0$ 重合，

当 $a = -2$ 时，此时直线 $x - 2y - 3 = 0$ 与 $-2x - 4y - 6 = 0$ 平行，

所以“ $a = 2$ ”是“直线 $x + ay - 3 = 0$ 与 $ax - 4y - 6 = 0$ 平行”的充要条件.

故选：A.

14. 圆 $x^2 + y^2 + ax + by = 0$ 与直线 $ax + by = 0, a^2 + b^2 \neq 0$ 的位置关系是（ ）

- A. 相切 B. 直线与圆相交但不过圆心
C. 直线与圆相交且过圆心 D. 相离

【答案】A

【分析】联立直线与圆的方程，根据解的个数判断直线与圆的位置关系.

【详解】由 $\begin{cases} x^2 + y^2 - ax - by = 0 \\ ax - by = 0 \end{cases}$ ，可得 $x^2 + y^2 = 0$ ，即 $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ ，

即直线与圆有一个公共点 $(0, 0)$ ，

所以直线与圆相切于点 $(0, 0)$ ，

故选：A

15. 已知四条双曲线， $C_1: x^2 - y^2 = 1$ ， $C_2: \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ ， $C_3: \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{9} = 1$ ， $C_4: \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{16} = 1$ ，关于下列三个结论

的正确选项为（ ）

- ① C_4 的开口最为开阔；
 - ② C_1 的开口比 C_3 的更为开阔；
 - ③ C_2 和 C_3 的开口的开阔程度相同.
- A. 只有一个正确 B. 只有两个正确 C. 均正确 D. 均不正确

【答案】D

【分析】分别计算出四条双曲线的离心率，根据离心率越大开口更开阔进行比较.

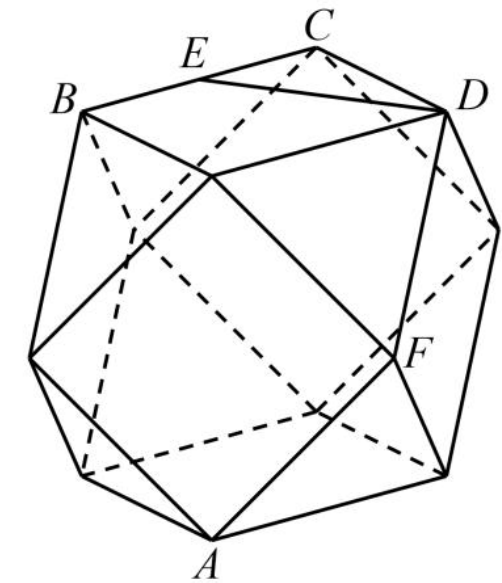
【详解】依题意，依次计算出各自的离心率可得：

$e_1 = \frac{c}{a} = \sqrt{2}, e_2 = \frac{\sqrt{13}}{3}, e_3 = \frac{\sqrt{13}}{2}, e_4 = \sqrt{2}$ ，比较大小知： $e_2 = e_4 < e_1 = e_3$.

可知：三个结论均为错误；

故选：D

16. 有很多立体图形都体现了数学的对称美，其中半正多面体是由两种或两种以上的正多边形围成的多面体，半正多面体因其最早由阿基米德研究发现，故也被称作米德体 .如图，这是一个棱数为 24，棱长为 $\sqrt{2}$ 的半正多面体，它的所有顶点都在同一个正方体的表面上，可以看成是由一个正方体截去八个一样的四面体所得.若点 E 为线段 BC 上的动点，则直线 DE 与直线 AF 所成角的余弦值的取值范围为（ ）



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/437056142133006161>