

2024 届北京市中学关村中学八年级数学第二学期期末考试试题

注意事项：

- 1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。
- 2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。
- 3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。
- 4. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题(每小题 3 分, 共 30 分)

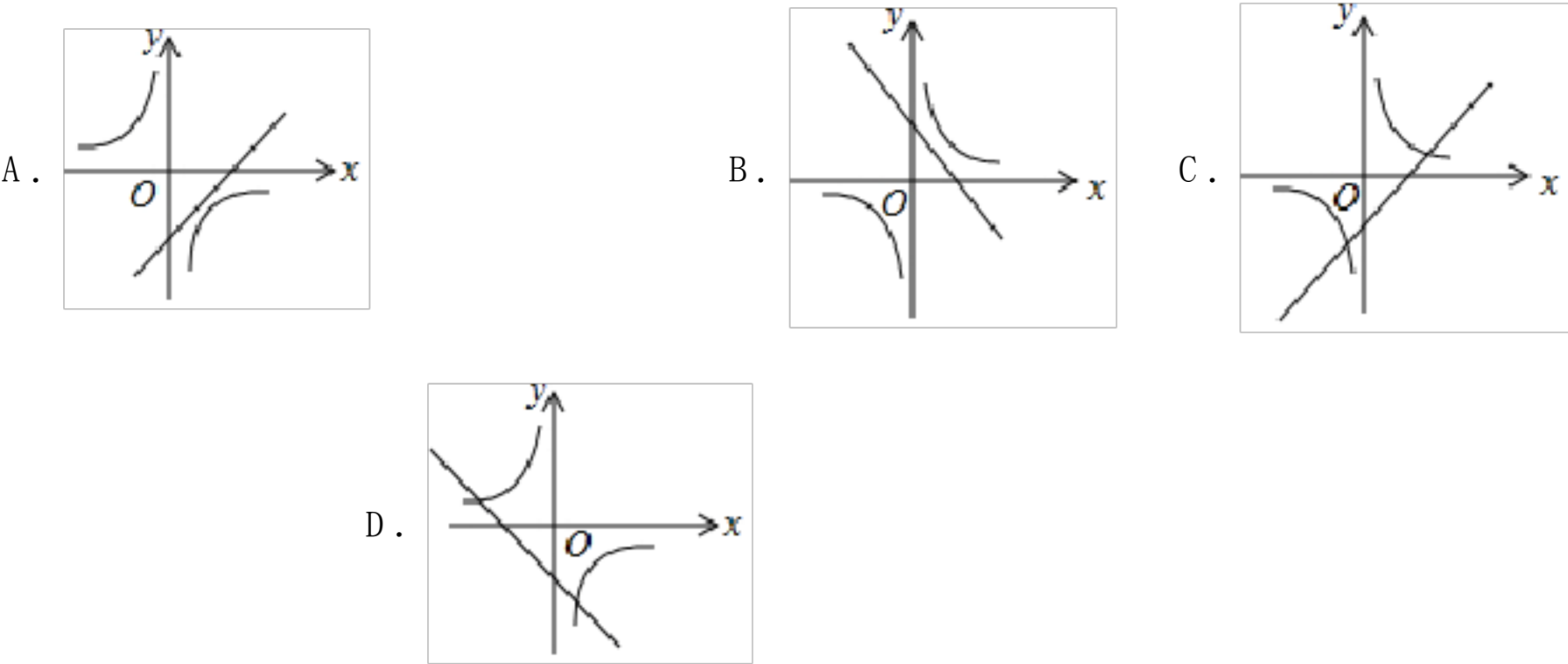
1. 二次根式 $\sqrt{3+x}$ 中, x 的取值范围在数轴上表示正确的是 ()



2. 如果 $\sqrt{x^2 - 2} = 2 - x$, 那么 ()

- A. $x < 2$ B. $x \leq 2$ C. $x > 2$ D. $x \geq 2$

3. 一次函数 $y = ax + b$ 与反比例函数 $y = \frac{a}{x}$, 其中 $ab < 0$, a 、 b 为常数, 它们在同一坐标系中的图象可以是 ()



4. 把分式 $\frac{1}{x-y}$, $\frac{1}{x+y}$, $\frac{1}{x^2-y^2}$ 进行通分, 它们的最简公分母是 ()

- A. $x - y$ B. $x + y$ C. $x^2 - y^2$ D. $(x + y)(x - y)(x^2 - y^2)$

5. 在 $\triangle ABC$, $AB = 15$, $AC = 13$, 高 $AD = 12$, 则 BC 的长是 ()

- A. 14 B. 4 C. 4 或 14 D. 7 或 13

6. 已知点 $A(-5, y_1)$ 、 $B(-2, y_2)$ 都在直线 $y = -\frac{1}{2}x$ 上, 则 y_1 与 y_2 的关系是 ()

- A. $y_1 > y_2$ B. $y_1 < y_2$ C. $y_1 = y_2$ D. $y_1 \leq y_2$

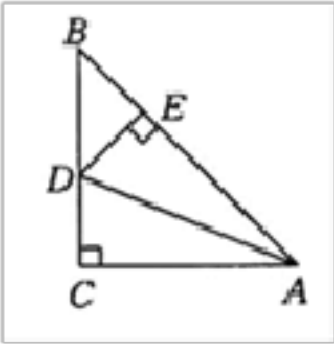
7. 若式子 $\frac{\sqrt{x}}{x-2}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是（ ）

- A. $x \neq 0$ 且 $x \neq 2$ B. $x \neq 0$ C. $x \neq 0$ D. $x \neq 2$

8. 下列关于矩形对角线的说法中，正确的是（ ）

- A. 对角线相互垂直 B. 面积等于对角线乘积的一半
C. 对角线平分一组对角 D. 对角线相等

9. 如图所示. 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=BC$, $\angle C=90^\circ$, AD 平分 $\angle CAB$ 交 BC 于点 D , $DE \perp AB$ 于点 E , 若 $AB=6\text{ cm}$, 则 $\triangle DEB$ 的周长为（ ）



- A. 12 cm B. 8 cm C. 6 cm D. 4 cm

10. 下列式子从左到右的变形中, 属于因式分解的是()

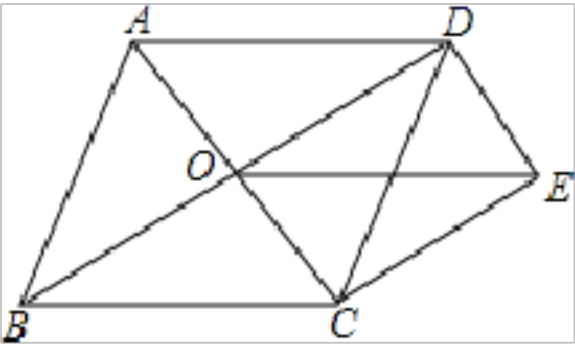
- A. $10x^2 - 5x = 5x(2x - 1)$ B. $a(x+y) = ax + ay$
C. $x^2 - 4x + 4 = x(x - 4) + 4$ D. $x^2 - 16 + 3x = (x - 4)(x + 4) + 3x$

二、填空题(每小题 3 分, 共 24 分)

11. 已知, 菱形 $ABCD$ 的周长为 8, 高为 1, 则菱形两邻角的度数比为_____.

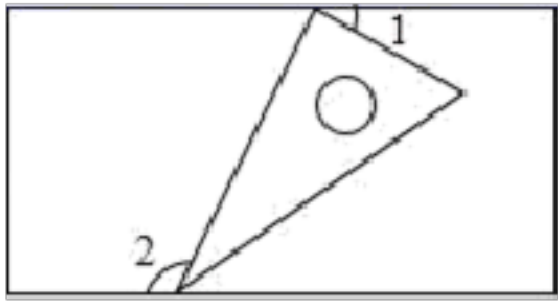
12. 一组数据: 5, 8, 7, 6, 9, 则这组数据的方差是_____.

13. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, AC 、 BD 交于点 O , $BC=5$, 若 $DE \parallel AC$, $CE \parallel BD$, 则 OE 的长为_____.

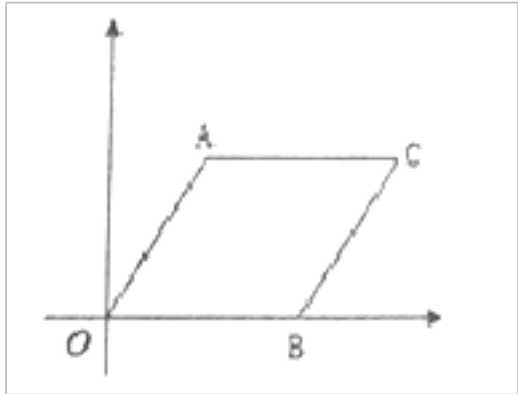


14. 今有三部自动换币机, 其中甲机总是将一枚硬币换成 2 枚其他硬币; 乙机总是将一枚硬币换成 4 枚其他硬币; 丙机总是将一枚硬币换面 10 枚其他硬币. 某人共进行了 12 次换币, 便将一枚硬币换成了 81 枚. 试问他在丙机上换了_____次?

15. 如图, 一个含有 30° 角的直角三角形的两个顶点放在一个矩形的对边上, 若 $\angle 1=20^\circ$, 则 $\angle 2=_____$.



16. 在平面直角坐标系中，四边形 ABCD 是菱形。若点 A 的坐标是 $1, \sqrt{3}$ ，点 C 的坐标是 _____。



17. 如果关于 x 的方程 $kx^2 - 6x + 9 = 0$ 有两个相等的实数根，那么 k 的值为_____。

18. 甲、乙两名同学参加“古诗词大赛”活动，五次比赛成绩的平均分都是 85 分，若两人比赛成绩的方差分别为 $S_{\text{甲}}^2 = 1.25$ 和 $S_{\text{乙}}^2 = 3$ ，则成绩比较稳定的是_____（填甲或乙）。

三、解答题(共 66 分)

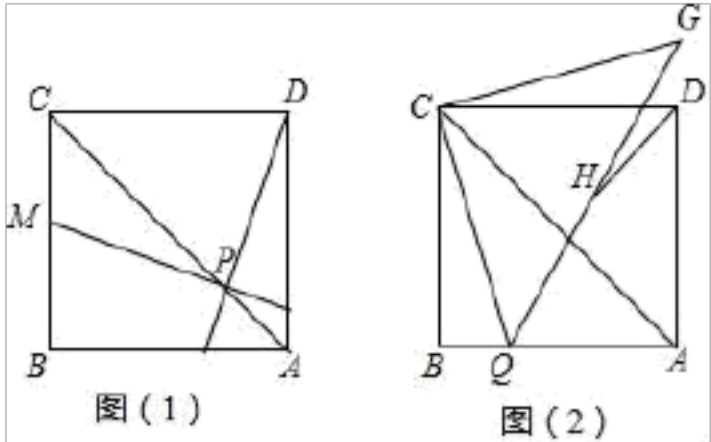
19. (10 分) 先化简再求值 $(1 - \frac{1}{x}) \cdot \frac{x^2 - 2x - 1}{x^2 - 4}$ ，其中 $x = -1$ 。

20. (6 分) 已知，如图 (1)，a、b、c 是 $\triangle ABC$ 的三边，且使得关于 x 的方程 $(b+c)x^2 + 2ax - c + b = 0$ 有两个相等的实数根，同时使得关于 x 的方程 $x^2 + 2ax + c^2 = 0$ 也有两个相等的实数根，D 为 B 点关于 AC 的对称点。

- (1) 判断 $\triangle ABC$ 与四边形 ABCD 的形状并给出证明；
- (2) P 为 AC 上一点，且 $PM \perp PD$ ，PM 交 BC 于 M，延长 DP 交 AB 于 N，赛赛猜想 CD、CM、CP 三者之间的数量关系为 $CM + CD = \sqrt{2} CP$ ，请你判断他的猜想是否正确，并给出证明；

(3) 已知如图 (2)，Q 为 AB 上一点，连接 CQ，并将 CQ 逆时针旋转 90° 至 CG，连接 QG，H 为 GQ 的中点，连接

HD，试求出 $\frac{HD}{AQ}$ 。



21. (6 分) 综合与实践

(问题情境)

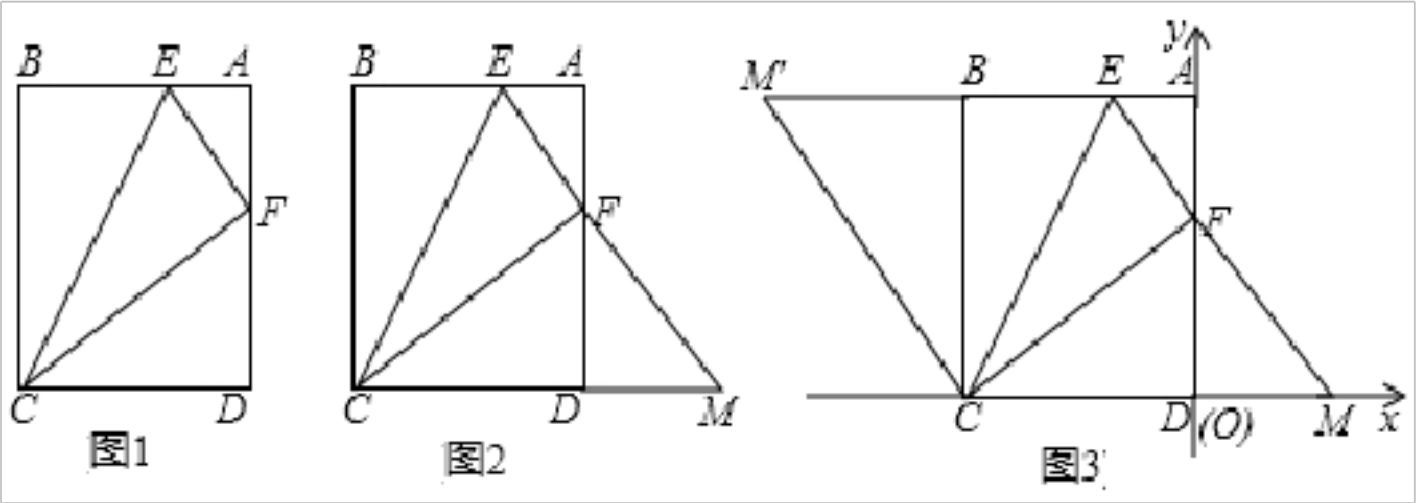
在综合与实践课上，同学们以“矩形的折叠”为主题展开数学活动，如图 1，在矩形纸片 ABCD 中，AB=4，BC=5，点 E，F 分别为边 AB，AD 上的点，且 DF=3。

（操作发现）

- (1)沿 CE 折叠纸片，B 点恰好与 F 点重合，求 AE 的长；
- (2)如图 2，延长 EF 交 CD 的延长线于点 M，请判断△CEM 的形状，并说明理由。

（深入思考）

(3)把图 2 置于平面直角坐标系中，如图 3，使 D 点与原点 O 重合，C 点在 x 轴的负半轴上，将△CEM 沿 CE 翻折，使点 M 落在点 M' 处.连接 CM'，求点 M' 的坐标.

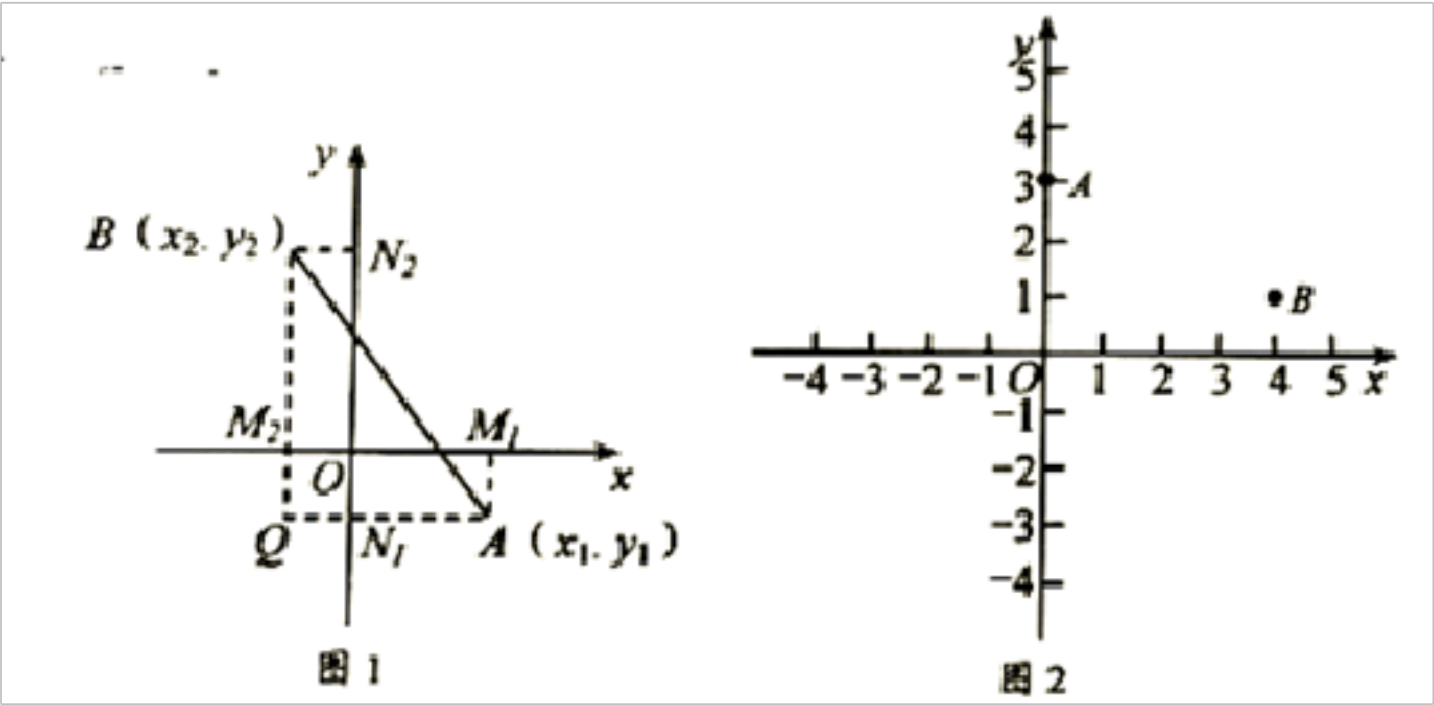


22.（8 分）铭润超市用 5000 元购进一批新品种的苹果进行试销，由于销售状况良好，超市又调拨 11000 元资金购进该品种苹果，但这次的进货价比试销时每千克多了 0.5元，购进苹果数量是试销时的 2 倍.

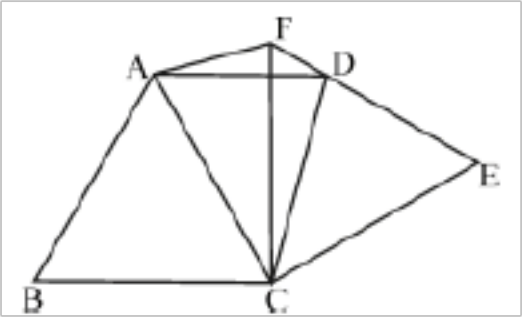
- (1) 试销时该品种苹果的进货价是每千克多少元？
- (2) 如果超市将该品种苹果按每千克 7 元的定价出售，当大部分苹果售出后，余下的 400 千克按定价的七折（“七折”即定价的 70%）售完，那么超市在这两次苹果销售中共盈利多少元？

23.（8 分）先化简，再求值： $\frac{a^2-1}{a-2}-a-\frac{4a^2-1}{2-a}$ ，其中 a 是满足不等式组 $\begin{cases} a-2\leq 0 \\ a\geq 0 \end{cases}$ 的整数解.

24.（8 分）阅读下列材料，完成（1）、（2）小题.在平面直角坐标系中，已知 x 轴上两点 $A(x_1,0)$ ， $B(x_2,0)$ 的距离记作 $AB=|x_1-x_2|$ ，如果 $A(x_1,y_1)$ ， $B(x_2,y_2)$ 是平面上任意两点，我们可以通过构造直角三角形来求 AB 间的距离，如图 1，过点 A、B 分别向 x 轴、y 轴作垂线 AM_1 ， AN_1 和 BM_2 ， BN_2 ，垂足分别是 M_1 ， N_1 ， M_2 ， N_2 ，直线 AN_1 交 BM_2 于点 Q，在 Rt△ABQ 中， $AQ=|x_1-x_2|$ ， $BQ=|y_1-y_2|$ ， $\therefore AB^2=AQ^2+BQ^2=|x_1-x_2|^2+|y_1-y_2|^2=x_1^2+x_2^2+y_1^2+y_2^2$ ， $\therefore AB=\sqrt{x_1^2+x_2^2+y_1^2+y_2^2}$ ，我们称此公式 $AB=\sqrt{x_1^2+x_2^2+y_1^2+y_2^2}$ 为平面直角坐标系内任意两点 $A(x_1,y_1)$ ， $B(x_2,y_2)$ 间的距离公式



- (1) 直接应用平面内两点间距离公式计算点 $A(1, 3)$, $B(2, 1)$ 的距离为_____
- (2) 如图 2, 已知在平面直角坐标系中有两点 $A(0, 3)$, $B(4, 1)$, p 为 x 轴上任意一点, 求 $PA + PB$ 的最小值
25. (10 分) 把下列各式因式分解:
- (1) $x - xy^2$
- (2) $-6x^2 + 12x - 6$
26. (10 分) 如图, 将等边 ABC 绕点 C 顺时针旋转 90° 得到 EFC , ACE 的平分线 CD 交 EF 于点 D , 连接 AD 、 AF .



- (1) 求 $\angle CFA$ 度数;
- (2) 求证: $AD \parallel BC$.

参考答案

一、选择题 (每小题 3 分, 共 30 分)

1、 D

【解题分析】

根据二次根式的性质，被开方数大于或等于 0，可以求出 x 的范围.

【题目详解】

解：根据题意得 $3+x\geq 0$

解得： $x\geq -3$,

故 x 的取值范围在数轴上表示正确的是



故选：D .

【题目点拨】

本题考查了二次根式的性质，二次根式中的被开方数必须是非负数，否则二次根式无意义.

2、B

【解题分析】

试题分析：根据二次根式的性质， $\sqrt{a^2} = |a|$ ，可知 $x-2\leq 0$ 即 $x\leq 2$.

故选 B

考点：二次根式的性质

3、C

【解题分析】

根据一次函数的位置确定 a、b 的大小，看是否符合 $ab<0$ ，计算 $a-b$ 确定符号，确定双曲线的位置.

【题目详解】

A. 由一次函数图象过一、三象限，得 $a>0$ ，交 y 轴负半轴，则 $b<0$ ，

满足 $ab<0$ ，

$\therefore a - b > 0$

$\therefore$ 反比例函数 $y = \frac{a - b}{x}$ 的图象过一、三象限，

所以此选项不正确；

B. 由一次函数图象过二、四象限，得 $a<0$ ，交 y 轴正半轴，则 $b>0$ ，

满足 $ab<0$ ，

$\therefore a - b < 0$

$\therefore$ 反比例函数 $y = \frac{a - b}{x}$ 的图象过二、四象限，

所以此选项不正确；

C. 由一次函数图象过一、三象限，得 $a>0$ ，交 y 轴负半轴，则 $b<0$ ，

满足 $ab<0$ ，

$\therefore a - b > 0$

∴反比例函数 $y=\frac{a}{x}+b$ 的图象过一、三象限，

所以此选项正确；

D. 由一次函数图象过二、四象限，得 $a<0$ ，交 y 轴负半轴，则 $b<0$ ，

满足 $ab>0$ ，与已知相矛盾

所以此选项不正确；

故选 C.

【题目点拨】

此题考查反比例函数的图象，一次函数的图象，解题关键在于确定 a 、 b 的大小

4、C

【解题分析】

试题分析：确定最简公分母的方法是：

- (1) 取各分母系数的最小公倍数；
- (1) 凡单独出现的字母连同它的指数作为最简公分母的一个因式；
- (3) 同底数幂取次数最高的，得到的因式的积就是最简公分母.

解：分式 $\frac{1}{x-y}$ ， $\frac{1}{x+y}$ ， $\frac{1}{x^2-y^2}$ 的分母分别是 $(x-y)$ 、 $(x+y)$ 、 $(x+y)(x-y)$.

则最简公分母是 $(x+y)(x-y)=x^2-y^2$.

故选：C.

【点评】 本题考查了最简公分母的定义及确定方法，通分的关键是准确求出各个分式中分母的最简公分母，确定最简公分母的方法一定要掌握.

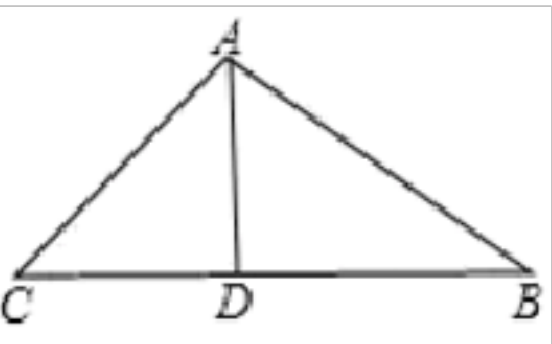
5、C

【解题分析】

分两种情况讨论：锐角三角形和钝角三角形，根据勾股定理求得 BD ， CD ，再由图形求出 BC ，在锐角三角形中， $BC=BD+CD$ ，在钝角三角形中， $BC=CD-BD$.

【题目详解】

解：(1) 如图



锐角 $\triangle ABC$ 中， $AB=15$ ， $AC=13$ ， BC 边上高 $AD=12$ ，

在 Rt△ABD 中 AB =15，AD =12，由勾股定理得：

$BD^2=AB^2-AD^2=15^2-12^2=81,$

$\therefore BD=9,$

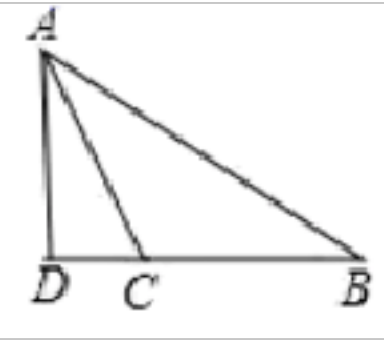
在 Rt△ACD 中 AC =13，AD =12，由勾股定理得

$CD^2=AC^2-AD^2=13^2-12^2=25,$

$\therefore CD=5,$

$\therefore BC$ 的长为 $BD+DC=9+5=11;$

(2) 如图



钝角△ABC 中，AB =15，AC =13，BC 边上高 AD =12，

在 Rt△ABD 中 AB =15，AD =12，由勾股定理得：

$BD^2=AB^2-AD^2=15^2-12^2=81,$

$\therefore BD=9,$

在 Rt△ACD 中 AC =13，AD =12，由勾股定理得：

$CD^2=AC^2-AD^2=13^2-12^2=25,$

$\therefore CD=5,$

$\therefore BC$ 的长为 $DC-BD=9-5=1.$

故 BC 长为 11 或 1.

故选：C .

【题目点拨】

本题考查了勾股定理，把三角形斜边转化到直角三角形中用勾股定理解答．掌握在任何一个直角三角形中，两条直角边长的平方之和一定等于斜边长的平方．

6、D

【解题分析】

根据一次函数图象上点的坐标特征可求出 y_1, y_2 的值，比较后即可解答．

【题目详解】

解： $\because$ 点 A $(-5, y_1)$ 、B $(-2, y_2)$ 都在直线 $y=-\frac{1}{2}x$ 上，

$$\therefore y_1=\frac{5}{2},\ y_2=1.$$

$$\therefore \frac{5}{2}>1,$$

$$\therefore y_1>y_2.$$

故选 D.

【题目点拨】

本题考查了一次函数图象上点的坐标特征，利用一次函数图象上点的坐标特征求出 y_1 ， y_2 的值是解题的关键．

7、 A

【解题分析】

根据分式及二次根式的性质即可求解.

【题目详解】

依题意得 $x\geqslant 0$ ， $x-2\neq 0$ ，故 $x\geqslant 0$ 且 $x\neq 2$

选 A.

【题目点拨】

此题主要考查分式有意义的条件，解题的关键是熟知二次根式的性质及分母不为零.

8、 D

【解题分析】

根据矩形的性质：矩形的对角线相等且互相平分得到正确选项．

【题目详解】

解：矩形的对角线相等，

故选： D ．

【题目点拨】

此题考查了矩形的性质，熟练掌握矩形的性质是解本题的关键．

9、 C

【解题分析】

$\because \angle C=90^{\circ}$ ，AD 平分 $\angle CAB$ 交 BC 于点 D，DE $\perp$ AB 于点 E．

$\therefore DE=DC$ ，

$\therefore AE=AC=BC$ ，

$\therefore BE+DE+BD=BD+DC+BE=BC+BE=AC+BE=AE+BE=AB=6\text{ cm}$ ．

故选 C.

10、A

【解题分析】

因式分解是将一个多项式转化成几个代数式乘积的形式，据此定义进行选择即可.

【题目详解】

- A. 符合定义且运算正确，所以是因式分解，符合题意；
- B. 是单项式乘多项式的运算，不是因式分解，不符合题意；
- C. 因为 $x^2 - 4x - 4 = (x - 2)^2$ ，所以 C 不符合题意；
- D. 不符合定义，不是转换成几个代数式乘积的形式，不符合题意；

综上所以答案选 A.

【题目点拨】

本题考查的是因式分解的定义，熟知因式分解是将式子转化成几个代数式乘积的形式是解题的关键.

二、填空题(每小题 3 分, 共 24 分)

11、5：1（或 1：5）

【解题分析】

先根据菱形的性质求出边长 $AB = 2$ ，再根据直角三角形的性质求出 $\angle B = 30^\circ$ ，得出 $\angle DAB = 150^\circ$ ，即可得出结论.

【题目详解】

解：如图所示：∵ 四边形 ABCD 是菱形，菱形的周长为 8，

$AB = BC = CD = DA = 2$ ， $\angle DAB + \angle B = 180^\circ$ ，

∵ $AE \perp BC$ ， $AE \perp AD$ ，

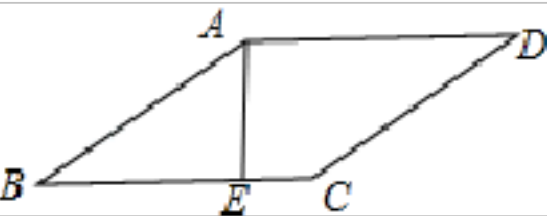
$AE = \frac{1}{2} AB$ ，

$\angle B = 30^\circ$ ，

$\angle DAB = 150^\circ$ ，

$\angle DAB : \angle B = 5 : 1$

故答案为：5：1（或 1：5）.



【题目点拨】

本题考查了菱形的性质、含 30° 角的直角三角形的判定；熟练掌握菱形的性质和含 30° 角的直角三角形的判定是解决问题的关键.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/438006040023007003>