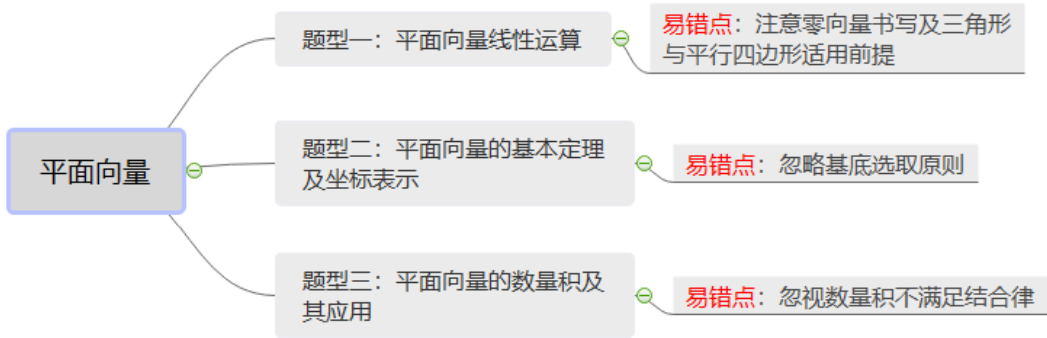


专题 07 平面向量



易错点一：注意零向量书写及三角形与平行四边形适用前提（平面向量线性运算）

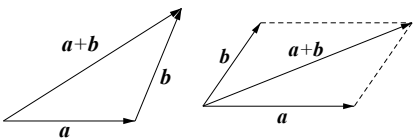


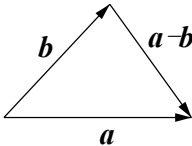
1. 向量的有关概念

- (1) 定义：既有大小又有方向的量叫做向量，向量的大小叫做向量的长度（或模）.
- (2) 向量的模：向量 $\overrightarrow{AB}$ 的大小，也就是向量 $\overrightarrow{AB}$ 的长度，记作 $|\overrightarrow{AB}|$.
- (3) 特殊向量：
 - ①零向量：长度为 0 的向量，其方向是任意的.
 - ②单位向量：长度等于 1 个单位的向量.
 - ③平行向量：方向相同或相反的非零向量. 平行向量又叫共线向量. 规定： $\vec{0}$ 与任一向量平行.
 - ④相等向量：长度相等且方向相同的向量.
 - ⑤相反向量：长度相等且方向相反的向量.

2. 向量的线性运算和向量共线定理

(1) 向量的线性运算

运算	定义	法则（或几何意义）	运算律
加法	求两个向量 和的运算	 三角形法则 平行四边形法则	①交换律 $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ ②结合律 $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$

减法	求 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的相反向量 $-\vec{b}$ 的和的运算叫做 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的差	 三角形法则	$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$
数乘	求实数 λ 与向量 $\vec{a}$ 的积的运算	(1) $\lambda\vec{a} = \lambda \vec{a}$ (2) 当$\lambda > 0$时, $\lambda\vec{a}$与$\vec{a}$的方向相同; 当$\lambda < 0$时, $\lambda\vec{a}$与$\vec{a}$的方向相反; 当$\lambda = 0$时, $\lambda\vec{a} = \vec{0}$	$\lambda(\mu\vec{a}) = (\lambda\mu)\vec{a}$ $(\lambda + \mu)\vec{a} = \lambda\vec{a} + \mu\vec{a}$ $\lambda(\vec{a} + \vec{b}) = \lambda\vec{a} + \lambda\vec{b}$

共线向量定理

向量 $\vec{a}$ ($\vec{a} \neq \vec{0}$) 与 $\vec{b}$ 共线, 当且仅当有唯一的一个实数 λ , 使得 $\vec{b} = \lambda\vec{a}$.

共线向量定理的主要应用:

(1) 证明向量共线: 对于非零向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$, 若存在实数 λ , 使 $\vec{a} = \lambda\vec{b}$, 则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 共线.

(2) 证明三点共线: 若存在实数 λ , 使 $\vec{AB} = \lambda\vec{AC}$, 则 A, B, C 三点共线.

(3) 求参数的值: 利用共线向量定理及向量相等的条件列方程(组)求参数的值.

平面向量线性运算问题的求解策略:

(1) 进行向量运算时, 要尽可能地将它们转化到三角形或平行四边形中, 充分利用相等向量、相反向量, 三角形的中位线及相似三角形对应边成比例等性质, 把未知向量用已知向量表示出来.

(2) 向量的线性运算类似于代数多项式的运算, 实数运算中的去括号、移项、合并同类项、提取公因式等变形手段在线性运算中同样适用.

(3) 用几个基本向量表示某个向量问题的基本技巧:

- ① 观察各向量的位置;
- ② 寻找相应的三角形或多边形;
- ③ 运用法则找关系;
- ④ 化简结果.

解决向量的概念问题应关注以下七点:

- (1) 正确理解向量的相关概念及其含义是解题的关键.
- (2) 相等向量具有传递性, 非零向量的平行也具有传递性.
- (3) 共线向量即平行向量, 它们均与起点无关.
- (4) 相等向量不仅模相等, 而且方向要相同, 所以相等向量一定是平行向量, 而平行向量未必是相等向

量.

(5) 向量可以平移, 平移后的向量与原向量是相等向量. 解题时, 不要把它与函数图象移动混为一谈.

(6) 非零向量 $\vec{a}$ 与 $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$ 的关系: $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$ 是 $\vec{a}$ 方向上的单位向量.

(7) 向量与数量不同, 数量可以比较大小, 向量则不能, 但向量的模是非负实数, 故可以比较大小

易错提醒: (1) 向量表达式中的零向量写成 $\vec{0}$, 而不能写成 0.

(2) 两个向量共线要区别与两条直线共线, 两个向量共线满足的条件是: 两个向量所在直线平行或重合, 而在直线中, 两条直线重合与平行是两种不同的关系.

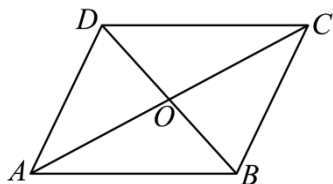
(3) 要注意三角形法则和平行四边形法则适用的条件, 运用平行四边形法则时两个向量的起点必须重合, 和向量与差向量分别是平行四边形的两条对角线所对应的向量; 运用三角形法则时两个向量必须首尾相接, 否则就要把向量进行平移, 使之符合条件.

(4) 向量加法和减法几何运算应该更广泛、灵活如: $\vec{OA} - \vec{OB} = \vec{BA}$, $\vec{AM} - \vec{AN} = \vec{NM}$,

$$\vec{OA} = \vec{OB} + \vec{CA} \Leftrightarrow \vec{OA} - \vec{OB} = \vec{CA} \Leftrightarrow \vec{BA} - \vec{CA} = \vec{BA} + \vec{AC} = \vec{BC}.$$



例. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 下列计算正确的是 ()



A. $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$

B. $\vec{AB} + \vec{CD} + \vec{DO} = \vec{OA}$

C. $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{CD} = \vec{AD}$

D. $\vec{AC} + \vec{BA} + \vec{DA} = \vec{0}$

【详解】 对于 A, 根据平面向量加法的平行四边形法则, 则 $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$, 故 A 正确;

对于 B, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\vec{CD} = -\vec{AB}$, 则 $\vec{AB} + \vec{CD} + \vec{DO} = \vec{DO} \neq \vec{OA}$, 故 B 错误;

对于 C, $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{CD} = \vec{AC} + \vec{CD} = \vec{AD}$, 故 C 正确;

对于 D, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\vec{CD} = \vec{BA}$,

$\vec{AC} + \vec{BA} + \vec{DA} = \vec{DA} + \vec{AC} + \vec{BA} = \vec{DC} + \vec{BA} = \vec{0}$, 故 D 正确. 故选: ACD.

变式 1: 给出下列命题, 其中正确的命题为 ()

A. 若 $\vec{AB} = \vec{CD}$, 则必有 A 与 C 重合, B 与 D 重合, AB 与 CD 为同一线段

B. 若 $\vec{AD} = \frac{1}{3}\vec{AC} + \frac{2}{3}\vec{AB}$, 则可知 $\vec{BC} = 3\vec{BD}$

C. 若 Q 为 $\triangle ABC$ 的重心, 则 $\vec{PQ} = \frac{1}{3}\vec{PA} + \frac{1}{3}\vec{PB} + \frac{1}{3}\vec{PC}$

D. 非零向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 满足 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$, $\vec{b}$ 与 $\vec{c}$, $\vec{c}$ 与 $\vec{a}$ 都是共面向量, 则 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 必共面

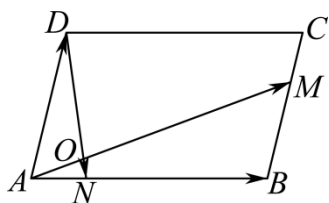
【详解】在平行四边形 $ABDC$ 中, 满足 $\vec{AB} = \vec{CD}$, 但不满足 A 与 C 重合, B 与 D 重合, AB 与 CD 不为同一线段, A 不正确.

因为 $\vec{AD} = \frac{1}{3}\vec{AC} + \frac{2}{3}\vec{AB}$, 所以 $3\vec{AD} = \vec{AC} + 2\vec{AB}$, 所以 $2\vec{AD} - 2\vec{AB} = \vec{AC} - \vec{AD}$, 所以 $2\vec{BD} = \vec{DC}$, 所以 $3\vec{BD} = \vec{BD} + \vec{DC}$, 即 $3\vec{BD} = \vec{BC}$, B 正确.

若 Q 为 $\triangle ABC$ 的重心, 则 $\vec{QA} + \vec{QB} + \vec{QC} = \vec{0}$, 所以 $3\vec{PQ} + \vec{QA} + \vec{QB} + \vec{QC} = 3\vec{PQ}$, 所以 $3\vec{PQ} = \vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC}$, 即 $\vec{PQ} = \frac{1}{3}\vec{PA} + \frac{1}{3}\vec{PB} + \frac{1}{3}\vec{PC}$, C 正确.

在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 令 $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AC} = \vec{b}$, $\vec{AA_1} = \vec{c}$, 满足 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$, $\vec{b}$ 与 $\vec{c}$, $\vec{c}$ 与 $\vec{a}$ 都是共面向量, 但 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 不共面, D 不正确. 故选: BC.

变式 2: 如图所示, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\vec{AB} = \vec{a}, \vec{AD} = \vec{b}$, $BM = \frac{2}{3}BC$, $AN = \frac{1}{4}AB$.



(1) 试用向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 来表示 $\vec{DN}, \vec{AM}$;

(2) AM 交 DN 于 O 点, 求 $AO:OM$ 的值.

【详解】(1) 因为 $AN = \frac{1}{4}AB$, 所以 $\vec{AN} = \frac{1}{4}\vec{a}$, 所以 $\vec{DN} = \vec{AN} - \vec{AD} = \frac{1}{4}\vec{a} - \vec{b}$,

因为 $BM = \frac{2}{3}BC$, 所以 $\vec{BM} = \frac{2}{3}\vec{AD} = \frac{2}{3}\vec{b}$,

所以 $\vec{AM} = \vec{AB} + \vec{BM} = \vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$;

(2) 设 $\vec{AO} = \lambda\vec{AM}$,

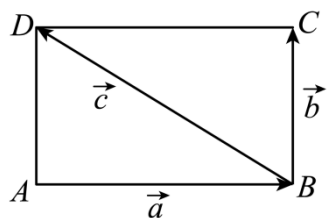
则 $\vec{DO} = \vec{AO} - \vec{AD} = \lambda\vec{AM} - \vec{AD} = \lambda\left(\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}\right) - \vec{b} = \lambda\vec{a} + \left(\frac{2}{3}\lambda - 1\right)\vec{b}$,

因为 D, O, N 三点共线, 所以存在实数 μ 使 $\vec{DO} = \mu\vec{DN} = \mu\left(\frac{1}{4}\vec{a} - \vec{b}\right) = \frac{1}{4}\mu\vec{a} - \mu\vec{b}$,

由于向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 不共线, 则 $\lambda = \frac{1}{4}\mu$, $\frac{2}{3}\lambda - 1 = -\mu$, 解得 $\lambda = \frac{3}{14}$, $\mu = \frac{6}{7}$,

所以 $AO:AM = \frac{3}{14} \Rightarrow AO:OM = \frac{3}{11}$.

变式 3: 如图所示, 在矩形 $ABCD$ 中, $|\vec{BC}| = 4\sqrt{3}$, $|\vec{AB}| = 8$, 设 $\vec{BC} = \vec{b}$, $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{BD} = \vec{c}$, 求 $|\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}|$.



【详解】 解: 在矩形 $ABCD$ 中, $|\vec{AD}| = |\vec{BC}| = 4\sqrt{3}$, $|\vec{AB}| = 8$,

则 $|\vec{BD}| = \sqrt{|\vec{AB}|^2 + |\vec{AD}|^2} = \sqrt{8^2 + (4\sqrt{3})^2} = 4\sqrt{7}$,

因为 $\vec{BC} = \vec{b}$, $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{BD} = \vec{c}$,

则 $\vec{a} - \vec{b} - \vec{c} = \vec{AB} - \vec{BC} - \vec{BD} = \vec{AB} - \vec{AD} - \vec{BD} = \vec{DB} + \vec{DB} = 2\vec{DB}$,

因此, $|\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}| = 2|\vec{DB}| = 2 \times 4\sqrt{7} = 8\sqrt{7}$.



1. 已知 $\vec{a}, \vec{b}$ 为不共线的向量, $\vec{AB} = \vec{a} + 5\vec{b}$, $\vec{BC} = -2\vec{a} + 8\vec{b}$, $\vec{CD} = 3(\vec{a} - \vec{b})$, 则 ()

A. A, B, C 三点共线

B. A, C, D 三点共线

C. A, B, D 三点共线

D. B, C, D 三点共线

【答案】 C

【分析】 根据平面向量共线定理及基本定理判断即可.

【详解】 因为 $\vec{a}, \vec{b}$ 为不共线的向量, 所以 $\vec{a}, \vec{b}$ 可以作为一组基底,

对于 A: $\vec{AB} = \vec{a} + 5\vec{b}$, $\vec{BC} = -2\vec{a} + 8\vec{b}$, 若存在实数 t 使得 $\vec{AB} = t\vec{BC}$,

则 $\vec{a} + 5\vec{b} = t(-2\vec{a} + 8\vec{b})$, 所以 $\begin{cases} -2t = 1 \\ 8t = 5 \end{cases}$, 方程组无解, 所以 $\vec{AB}$ 与 $\vec{BC}$ 不共线, 故 A, B, C 三点不共线, 即 A

错误;

对于 B: 因为 $\vec{AB} = \vec{a} + 5\vec{b}$, $\vec{BC} = -2\vec{a} + 8\vec{b}$, 所以 $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{a} + 5\vec{b} + (-2\vec{a} + 8\vec{b}) = -\vec{a} + 13\vec{b}$,

同理可以说明不存在实数 t , 使得 $\vec{AC} = t\vec{CD}$, 即 $\vec{AC}$ 与 $\vec{CD}$ 不共线, 故 A, C, D 三点不共线, 即 B 错误;

对于 C: 因为 $\overrightarrow{BC} = -2\vec{a} + 8\vec{b}$, $\overrightarrow{CD} = 3(\vec{a} - \vec{b})$,

所以 $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = -2\vec{a} + 8\vec{b} + 3(\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a} + 5\vec{b}$,

又 $\overrightarrow{AB} = \vec{a} + 5\vec{b} = \overrightarrow{BD}$, 所以 $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{BD}$, 故 A、B、D 三点共线, 即 C 正确;

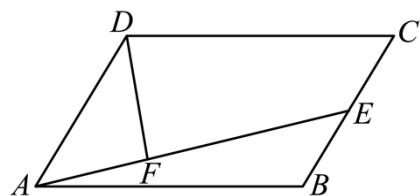
对于 D: $\overrightarrow{BC} = -2\vec{a} + 8\vec{b}$, $\overrightarrow{CD} = 3(\vec{a} - \vec{b})$,

同理可以说明不存在实数 t , 使得 $\overrightarrow{BC} = t\overrightarrow{CD}$, 即 $\overrightarrow{BC}$ 与 $\overrightarrow{CD}$ 不共线, 故 B、C、D 三点不共线, 即 D 错误;

故选: C

2. 如图, 在平行四边形 ABCD 中, E 是 BC 的中点, F 是线段 AE 上靠近点 A 的三等分点, 则 $\overrightarrow{DF}$ 等于

()



A. $-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$

B. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$

C. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{5}{6}\overrightarrow{AD}$

D. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$

【答案】C

【分析】利用平面向量的线性运算求解.

【详解】解: $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{AF} - \overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AD}$,

$$= \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}) - \overrightarrow{AD},$$

$$= \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}\right) - \overrightarrow{AD},$$

$$= \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{5}{6}\overrightarrow{AD},$$

故选: C

3. 在四边形 ABCD 中, 若 $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$, 则 ()

A. 四边形 ABCD 是平行四边形

B. 四边形 ABCD 是矩形

C. 四边形 ABCD 是菱形

D. 四边形 ABCD 是正方形

【答案】A

【分析】由 $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ 推出 $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$, 再根据向量相等的定义得 $BC = AD$ 且 $BC \parallel AD$, 从而可得答案.

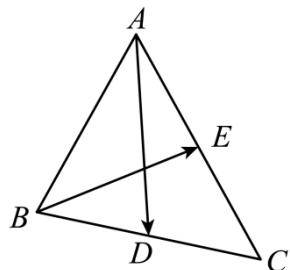
【详解】因为 $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$, 故 $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$, 即 $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$,

故 $BC = AD$ 且 $BC \parallel AD$ ，故四边形 $ABCD$ 一定是平行四边形，

不一定是菱形、正方形和矩形，故 A 正确；BCD 不正确。

故选：A.

4. 已知 AD, BE 分别为 $\triangle ABC$ 的边 BC, AC 上的中线，设 $\vec{AD} = \vec{a}$ ， $\vec{BE} = \vec{b}$ ，则 $\vec{BC} =$ ()



A. $\frac{4}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$

B. $\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{4}{3}\vec{b}$

C. $\frac{2}{3}\vec{a} - \frac{4}{3}\vec{b}$

D. $-\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{4}{3}\vec{b}$

【答案】B

【分析】根据向量的线性运算即可联立方程求解。

【详解】 AD, BE 分别为 $\triangle ABC$ 的边 BC, AC 上的中线，

则 $\vec{AD} = \vec{BD} - \vec{BA} = \frac{1}{2}\vec{BC} - \vec{BA}$ ，

$\vec{BE} = \vec{BA} + \vec{AE} = \vec{BA} + \frac{1}{2}\vec{AC} = \vec{BA} + \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{BC}) = \frac{1}{2}(\vec{BA} + \vec{BC})$ ，

由于 $\vec{AD} = \vec{a}$ ， $\vec{BE} = \vec{b}$ ，所以 $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{BC} - \vec{BA}$ ， $\vec{b} = \frac{1}{2}\vec{BA} + \frac{1}{2}\vec{BC}$ ，

故解得 $\vec{BC} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{4}{3}\vec{b}$ ，

故选：B

5. 如果 $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ 是平面 α 内两个不共线的向量，那么下列说法中不正确的是 ()

① $\vec{a} = \lambda\vec{e}_1 + \mu\vec{e}_2 (\lambda, \mu \in \mathbb{R})$ 可以表示平面 α 内的所有向量；

② 对于平面 α 内任一向量 $\vec{a}$ ，使 $\vec{a} = \lambda\vec{e}_1 + \mu\vec{e}_2 (\lambda, \mu \in \mathbb{R})$ 的实数对 (λ, μ) 有无穷多个；

③ 若向量 $\lambda_1\vec{e}_1 + \mu_1\vec{e}_2$ 与 $\lambda_2\vec{e}_1 + \mu_2\vec{e}_2$ 共线，则 $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$

④ 若实数 λ, μ 使得 $\lambda\vec{e}_1 + \mu\vec{e}_2 = \vec{0}$ ，则 $\lambda = \mu = 0$ 。

A. ①②

B. ②③

C. ③④

D. ②

【答案】B

【分析】由平面向量基本定理判断①④②，由共线向量定理判断③。

【详解】解：由平面向量基本定理可知，①④是正确。

对于②，由平面向量基本定理可知，一旦一个平面的基底确定，那么任意一个向量在此基底下的实数对是唯一的，故错误；

对于③，当 $\lambda_1 \lambda_2 = 0$ 或 $\mu_1 \mu_2 = 0$ 时不一定成立，应为 $\lambda_1 \mu_2 - \lambda_2 \mu_1 = 0$ ，故错误。

故选：B。

6. 给出下列各式：① $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC}$ ，② $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{AC}$ ，③ $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA}$ ，④ $\overrightarrow{NQ} - \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{MN}$ ，

对这些式子进行化简，则其化简结果为 $\vec{0}$ 的式子的个数是（ ）

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

【答案】A

【分析】利用向量的加减法法则逐个分析判断即可。

【详解】对于①， $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$ ，

对于②， $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{AC} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}) - (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}) = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AD} = \vec{0}$ ，

对于③， $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA} = (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DO}) + \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OA} = \vec{0}$ ，

对于④， $\overrightarrow{NQ} - \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{MN} = (\overrightarrow{NQ} + \overrightarrow{QP}) + (\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{MN}) = \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PN} = \vec{0}$ ，

所以其化简结果为 $\vec{0}$ 的式子的个数是 4，

故选：A

7. 已知平面向量 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ ， $\vec{c}$ ，下列结论中正确的是（ ）

A. 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，则 $\vec{a} = \vec{b}$

B. 若 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ，则 $\vec{a} = \vec{b}$

C. 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ， $\vec{b} \parallel \vec{c}$ ，则 $\vec{a} \parallel \vec{c}$

D. 若 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ ，则 $\vec{a} \parallel \vec{b}$

【答案】D

【分析】利用向量的概念及零向量判断即可。

【详解】A：若 $\vec{a}$ 为非零向量， $\vec{b}$ 为零向量时，有 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ 但 $\vec{a} = \vec{b}$ 不成立，错误；

B： $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ 时， $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ 不一定相等，错误；

C：若 $\vec{b}$ 为零向量时， $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ， $\vec{b} \parallel \vec{c}$ 不一定有 $\vec{a} \parallel \vec{c}$ ，错误；

D： $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ 说明 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ 同向或至少有一个零向量，故 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，正确。

故选：D.

8. 设 $\vec{e}_1$ 与 $\vec{e}_2$ 是两个不共线的向量, $\vec{AB} = 3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$, $\vec{CB} = k\vec{e}_1 + \vec{e}_2$, $\vec{CD} = 3\vec{e}_1 - 2k\vec{e}_2$, 若 A, B, D 三点共线, 则 k 的值为 ()

- A. $-\frac{4}{9}$ B. $-\frac{9}{4}$ C. $-\frac{3}{8}$ D. $-\frac{8}{3}$

【答案】B

【分析】根据向量共线的判定定理结合向量的线性运算求解.

【详解】由题意可得: $\vec{BD} = \vec{CD} - \vec{CB} = (3\vec{e}_1 - 2k\vec{e}_2) - (k\vec{e}_1 + \vec{e}_2) = (3-k)\vec{e}_1 - (2k+1)\vec{e}_2$,

若 A, B, D 三点共线, 所有必存在一个实数 λ , 使得 $\vec{AB} = \lambda\vec{BD}$,

即 $3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 = \lambda[(3-k)\vec{e}_1 - (2k+1)\vec{e}_2] = \lambda(3-k)\vec{e}_1 - \lambda(2k+1)\vec{e}_2$,

$$\text{可得} \begin{cases} \lambda(3-k) = 3 \\ -\lambda(2k+1) = 2 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} \lambda = \frac{4}{7} \\ k = -\frac{9}{4} \end{cases}.$$

故选：B.

9. 在 $\triangle OAB$ 中, 已知 $|\vec{OB}| = 2, |\vec{OA}| = 4$, P 是 AB 的垂直平分线 l 上的任一点, 则 $\vec{OP} \cdot \vec{AB} =$ ()

- A. 6 B. -6 C. 12 D. -12

【答案】B

【分析】设 M 为 AB 的中点, 结合 P 为线段 AB 垂直平分线上的任意一点, 则有 $\vec{OP} \cdot \vec{AB} = \vec{OM} \cdot \vec{AB}$, 再将 $\vec{OM}, \vec{AB}$ 都用 $\vec{OA}, \vec{OB}$ 表示, 结合数量积的运算律即可得解.

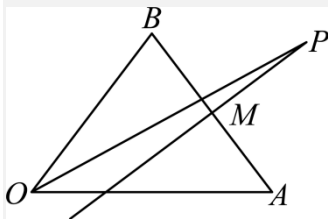
【详解】设 M 为 AB 的中点,

则 $\vec{OP} \cdot \vec{AB} = (\vec{OM} + \vec{MP}) \cdot \vec{AB} = \vec{OM} \cdot \vec{AB} + \vec{MP} \cdot \vec{AB}$,

因为 P 为线段 AB 垂直平分线上的任意一点,

所以 $\vec{MP} \cdot \vec{AB} = 0$,

则 $\vec{OP} \cdot \vec{AB} = \vec{OM} \cdot \vec{AB} = \frac{1}{2}(\vec{OB} + \vec{OA}) \cdot (\vec{OB} - \vec{OA}) = \frac{1}{2}(\vec{OB}^2 - \vec{OA}^2) = -6$.



故选：B.

10. 已知抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 准线为 l , 点 $A \in l$, 线段 AF 交抛物线 C 于点 B , 过点 B 作 l 的垂线, 垂足为 H , 若 $\overrightarrow{FA} = 3\overrightarrow{FB}$, 则 ()

A. $|\overrightarrow{BH}| = \frac{5}{3}$

B. $|\overrightarrow{AF}| = 4$

C. $|\overrightarrow{AF}| = 3|\overrightarrow{BH}|$

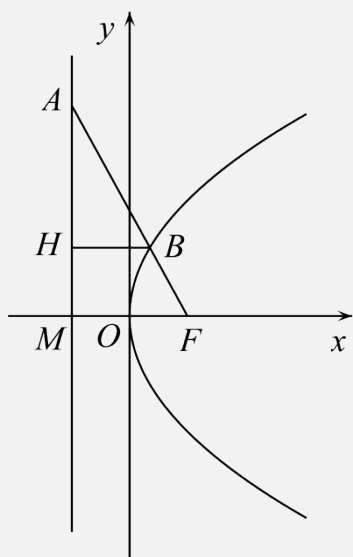
D. $|\overrightarrow{AF}| = 4|\overrightarrow{BH}|$

【答案】BC

【分析】利用三角形相似及抛物线定义求解.

【详解】抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点 $F(1,0)$, 准线 l 为 $x=-1$,

设准线 l 与 x 轴交于点 M ,



$\because \overrightarrow{FA} = 3\overrightarrow{FB}$, 由 $\triangle ABH$ 与 $\triangle AFM$ 相似得: $\frac{|BH|}{|MF|} = \frac{|AB|}{|AF|} = \frac{2}{3}$,

$\because |MF| = 2$, $\therefore |BH| = \frac{2}{3} \times 2 = \frac{4}{3}$, 即 $|\overrightarrow{BH}| = \frac{4}{3}$, 故 A 错误;

由抛物线定义得 $|BF| = |BH|$, $\therefore |AF| = 3|BF| = 3|BH| = 4$,

即 $|\overrightarrow{AF}| = 4$, $|\overrightarrow{AF}| = 3|\overrightarrow{BH}|$, 故 BC 正确, D 错误.

故选: BC.

11. 下列各式中结果为零向量的为 ()

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OM}$

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$

C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{CD}$

D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO}$

【答案】BC

【分析】根据平面向量加法和减法的运算法则逐一判断即可.

【详解】因为 $\vec{AB} + \vec{MB} + \vec{BO} + \vec{OM} = \vec{AB} + (\vec{BO} + \vec{OM} + \vec{MB}) = \vec{AB}$ ，所以选项 A 不符合题意；

因为 $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{0}$ ，所以选项 B 符合题意；

因为 $\vec{AB} - \vec{AC} + \vec{BD} - \vec{CD} = \vec{CB} + \vec{BD} - \vec{CD} = \vec{CD} - \vec{CD} = \vec{0}$ ，

所以选项 C 符合题意；

因为 $\vec{OA} + \vec{OC} + \vec{BO} + \vec{CO} = (\vec{BO} + \vec{OA}) + (\vec{OC} + \vec{CO}) = \vec{BA} + \vec{0} = \vec{BA}$ ，

所以选项 D 不符合题意，

故选：BC

易错点二：忽略基底选取原则（平面向量的基本定理及坐标表示）



1. 平面向量基本定理和性质

（1）共线向量基本定理

如果 $\vec{a} = \lambda \vec{b} (\lambda \in \mathbb{R})$ ，则 $\vec{a} // \vec{b}$ ；反之，如果 $\vec{a} // \vec{b}$ 且 $\vec{b} \neq \vec{0}$ ，则一定存在唯一的实数 λ ，使 $\vec{a} = \lambda \vec{b}$ 。（口

诀：数乘即得平行，平行必有数乘）。

（2）平面向量基本定理

如果 $\vec{e}_1$ 和 $\vec{e}_2$ 是同一个平面内的两个不共线向量，那么对于该平面内的任一向量 $\vec{a}$ ，都存在唯一的一对实数 λ_1, λ_2 ，使得 $\vec{a} = \lambda_1 \vec{e}_1 + \lambda_2 \vec{e}_2$ ，我们把不共线向量 $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ 叫做表示这一平面内所有向量的一组基底，记为 $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$ ， $\lambda_1 \vec{e}_1 + \lambda_2 \vec{e}_2$ 叫做向量 $\vec{a}$ 关于基底 $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$ 的分解式。

注意：由平面向量基本定理可知：只要向量 $\vec{e}_1$ 与 $\vec{e}_2$ 不共线，平面内的任一向量 $\vec{a}$ 都可以分解成形如 $\vec{a} = \lambda_1 \vec{e}_1 + \lambda_2 \vec{e}_2$ 的形式，并且这样的分解是唯一的。 $\lambda_1 \vec{e}_1 + \lambda_2 \vec{e}_2$ 叫做 $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ 的一个线性组合。平面向量基本定理又叫平面向量分解定理，是平面向量正交分解的理论依据，也是向量的坐标表示的基础。

推论 1：若 $\vec{a} = \lambda_1 \vec{e}_1 + \lambda_2 \vec{e}_2 = \lambda_3 \vec{e}_1 + \lambda_4 \vec{e}_2$ ，则 $\lambda_1 = \lambda_3, \lambda_2 = \lambda_4$ 。

推论 2：若 $\vec{a} = \lambda_1 \vec{e}_1 + \lambda_2 \vec{e}_2 = \vec{0}$ ，则 $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ 。

（3）线段定比分点的向量表达式

如图所示，在 $\triangle ABC$ 中，若点 D 是边 BC 上的点，且 $\vec{BD} = \lambda \vec{DC}$ ($\lambda \neq -1$)，则向量

$$\vec{AD} = \frac{\vec{AB} + \lambda \vec{AC}}{1 + \lambda}. \text{ 在向量线性表示（运算）有关的问题中，若能熟练利用此结论，往往能有“化腐朽$$

为神奇”之功效，建议熟练掌握.



(4) 三点共线定理

平面内三点 A, B, C 共线的充要条件是：存在实数 λ, μ ，使 $\vec{OC} = \lambda \vec{OA} + \mu \vec{OB}$ ，其中 $\lambda + \mu = 1$ ， O 为平面内一点. 此定理在向量问题中经常用到，应熟练掌握.

A, B, C 三点共线

$\Leftrightarrow$ 存在唯一的实数 λ ，使得 $\vec{AC} = \lambda \vec{AB}$;

$\Leftrightarrow$ 存在唯一的实数 λ ，使得 $\vec{OC} = \vec{OA} + \lambda \vec{AB}$;

$\Leftrightarrow$ 存在唯一的实数 λ ，使得 $\vec{OC} = (1 - \lambda) \vec{OA} + \lambda \vec{OB}$;

$\Leftrightarrow$ 存在 $\lambda + \mu = 1$ ，使得 $\vec{OC} = \lambda \vec{OA} + \mu \vec{OB}$.

(5) 中线向量定理

如图所示，在 $\triangle ABC$ 中，若点 D 是边 BC 的中点，则中线向量 $\vec{AD} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$ ，反之亦正确.



2. 平面向量的坐标表示及坐标运算

(1) 平面向量的坐标表示.

在平面直角坐标中，分别取与 x 轴， y 轴正半轴方向相同的两个单位向量 $\vec{i}, \vec{j}$ 作为基底，那么由平面向量基本定理可知，对于平面内的一个向量 $\vec{a}$ ，有且只有一对实数 x, y 使 $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j}$ ，我们把有序实数对 (x, y) 叫做向量 $\vec{a}$ 的坐标，记作 $\vec{a} = (x, y)$.

(2) 向量的坐标表示和以坐标原点为起点的向量是一一对应的，即有

向量 $(x, y) \xleftrightarrow{\text{一一对应}} \vec{OA} \xleftrightarrow{\text{一一对应}} \text{点 } A(x, y).$

(3) 设 $\vec{a} = (x_1, y_1)$, $\vec{b} = (x_2, y_2)$, 则 $\vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$, $\vec{a} - \vec{b} = (x_1 - x_2, y_1 - y_2)$, 即两个向量的和与差的坐标分别等于这两个向量相应坐标的和与差.

若 $\vec{a} = (x, y)$, λ 为实数, 则 $\lambda\vec{a} = (\lambda x, \lambda y)$, 即实数与向量的积的坐标, 等于用该实数乘原来向量的相应坐标.

(4) 设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 则 $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$, 即一个向量的坐标等于该向量的有向线段的终点的坐标减去始点坐标.

3. 平面向量的直角坐标运算

① 已知点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 则 $\vec{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$, $|\vec{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

② 已知 $\vec{a} = (x_1, y_1)$, $\vec{b} = (x_2, y_2)$, 则 $\vec{a} \pm \vec{b} = (x_1 \pm x_2, y_1 \pm y_2)$, $\lambda\vec{a} = (\lambda x_1, \lambda y_1)$,

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2, \quad |\vec{a}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}.$$

$$\vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow x_1 y_2 - x_2 y_1 = 0, \quad \vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow x_1 x_2 + y_1 y_2 = 0$$

向量共线(平行)的坐标表示

1. 利用两向量共线的条件求向量坐标. 一般地, 在求与一个已知向量 $\vec{a}$ 共线的向量时, 可设所求向量为 $\lambda\vec{a}$ ($\lambda \in \mathbf{R}$), 然后结合其他条件列出关于 λ 的方程, 求出 λ 的值后代入 $\lambda\vec{a}$ 即可得到所求的向量.

2. 利用两向量共线求参数. 如果已知两向量共线, 求某些参数的取值时, 则利用“若 $\vec{a} = (x_1, y_1)$, $\vec{b} = (x_2, y_2)$, 则 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ 的充要条件是 $x_1 y_2 = x_2 y_1$ ”解题比较方便.

3. 三点共线问题. A, B, C 三点共线等价于 $\vec{AB}$ 与 $\vec{AC}$ 共线.

4. 利用向量共线的坐标运算求三角函数值: 利用向量共线的坐标运算转化为三角方程, 再利用三角恒等变换求解.

用平面向量基本定理解决问题的一般思路

(1) 先选择一组基底, 并运用平面向量基本定理将条件和结论表示成该基底的线性组合, 再进行向量的运算.

(2) 在基底未给出的情况下, 合理地选取基底会给解题带来方便, 另外, 要熟练运用线段中点的向量表达式.

向量的坐标与表示向量的有向线段的起点、终点的相对位置有关系.

两个相等的向量, 无论起点在什么位置, 它们的坐标都是相同的.

易错提醒：(1) 平面向量基本定理中的基底必须是两个不共线的向量.

(2) 选定基底后，通过向量的加、减、数乘以及向量平行的充要条件，把相关向量用这一组基底表示出来.

(3) 强调几何性质在向量运算中的作用，用基底表示未知向量，常借助图形的几何性质，如平行、相似等.



例 . 已知向量 $\vec{a} = (2, 1)$, $\vec{b} = (-3, 1)$, 则 ()

- A. 若 $\vec{c} = \left(\frac{\sqrt{5}}{5}, -\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$, 则 $\vec{a} \perp \vec{c}$ B. 向量 $\vec{a}$ 在向量 $\vec{b}$ 上的投影向量为 $-\frac{1}{2}\vec{b}$
- C. $\vec{a}$ 与 $\vec{a} - \vec{b}$ 的夹角余弦值为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $(\vec{a} + \vec{b}) \parallel \vec{a}$

【详解】 对于 A 选项, 若 $\vec{c} = \left(\frac{\sqrt{5}}{5}, -\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{c} = 2 \times \frac{\sqrt{5}}{5} + 1 \times \left(-\frac{2\sqrt{5}}{5}\right) = 0$, 所以 $\vec{a} \perp \vec{c}$, A 正确;

对于 B 选项, 设向量 $\vec{a}$ 在向量 $\vec{b}$ 上的投影向量为 $\lambda \vec{b}$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \lambda \vec{b}^2$, 即 $2 \times (-3) + 1^2 = 10\lambda$, 解得 $\lambda = -\frac{1}{2}$, 故向量 $\vec{a}$ 在向量 $\vec{b}$ 上的投影向量为 $-\frac{1}{2}\vec{b}$, B 选项正确;

对于 C 选项, $\vec{a} - \vec{b} = (5, 0)$, $\cos \langle \vec{a}, \vec{a} - \vec{b} \rangle = \frac{\vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b})}{|\vec{a}| \cdot |\vec{a} - \vec{b}|} = \frac{10}{\sqrt{5} \times 5} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, C 选项正确;

对于 D 选项, $\vec{a} + \vec{b} = (-1, 2)$, $Q -1 \times 1 \neq 2 \times 2$, 所以 $\vec{a} + \vec{b}$ 与 $\vec{a}$ 不共线, D 选项错误.

故选: ABC.

变式 1. 下列说法中错误的为 ()

- A. 已知 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (1, 1)$ 且 $\vec{a}$ 与 $\vec{a} + \lambda \vec{b}$ 的夹角为锐角, 则实数 λ 的取值范围是 $\left(-\frac{5}{3}, +\infty\right)$
- B. 向量 $\vec{e}_1 = (2, -3)$, $\vec{e}_2 = \left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}\right)$ 不能作为平面内所有向量的一组基底
- C. 非零向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$, 满足 $|\vec{a}| < |\vec{b}|$ 且 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 同向, 则 $\vec{a} > \vec{b}$
- D. 非零向量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$, 满足 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$, 则 $\vec{a}$ 与 $\vec{a} + \vec{b}$ 的夹角为 30°

【详解】 对于 A, $Q \vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (1, 1)$, 且 $\vec{a}$ 与 $\vec{a} + \lambda \vec{b}$ 的夹角为锐角,

$\therefore \vec{a} \cdot (\vec{a} + \lambda \vec{b}) = (1, 2) \cdot (1 + \lambda, 2 + \lambda) = 1 + \lambda + 4 + 2\lambda = 3\lambda + 5 > 0$ ，且 $\lambda \neq 0$ ($\lambda = 0$ 时， $\vec{a}$ 与 $\vec{a} + \lambda \vec{b}$ 的夹角为 0°)，所以 $\lambda > -\frac{5}{3}$ 且 $\lambda \neq 0$ ，故 A 错误；

对于 B，向量 $\vec{e}_1 = 4\vec{e}_2$ ，即共线，故不能作为平面内所有向量的一组基底，故 B 正确；

对于 C，向量是有方向的量，不能比较大小，故 C 错误；

对于 D，因为 $|\vec{a}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ ，两边平方得， $|\vec{b}|^2 = 2\vec{a} \cdot \vec{b}$ ，又 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ，

则 $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = |\vec{a}|^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{3}{2}|\vec{a}|^2$ ， $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{(\vec{a} + \vec{b})^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2} = \sqrt{3}|\vec{a}|$ ，

故 $\cos \langle \vec{a}, \vec{a} + \vec{b} \rangle = \frac{\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b})}{|\vec{a}| \cdot |\vec{a} + \vec{b}|} = \frac{\frac{3}{2}|\vec{a}|^2}{|\vec{a}| \cdot \sqrt{3}|\vec{a}|} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

而向量的夹角范围为 $[0^\circ, 180^\circ]$ ，所以 $\vec{a}$ 和 $\vec{a} + \vec{b}$ 的夹角为 30° ，故 D 正确。

故选：AC。

变式 2. (多选) 下列说法中正确的是 ()

- A. 若 $\vec{a} = (x_1, y_1)$, $\vec{b} = (x_2, y_2)$ ，且 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 共线，则 $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$
- B. 若 $\vec{a} = (x_1, y_1)$, $\vec{b} = (x_2, y_2)$ ，且 $x_1 y_2 \neq x_2 y_1$ ，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 不共线
- C. 若 A, B, C 三点共线，则向量 $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{CA}$ 都是共线向量
- D. 若向量 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (-2, n)$ ，且 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，则 $n = -4$

【详解】 对选项 A， $x_2 = 0$ 或 $y_2 = 0$ 时，比例式无意义，故错误；

对选项 B，若 $\vec{a} = (x_1, y_1)$, $\vec{b} = (x_2, y_2)$ ， $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 共线，则一定有 $x_1 y_2 = x_2 y_1$ ，故正确；

对选项 C，若 A, B, C 三点共线，则 $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{CA}$ 在一条直线上，则 $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{CA}$ 都是共线向量，故正确；

对选项 D，若向量 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (-2, n)$ ，且 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，则 $1 \times n = -2 \times 2$ ，即 $n = -4$ ，故正确；

故选：BCD

变式 3. 已知 $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ 是平面内的一组基底，则下列说法中正确的是 ()

- A. 若实数 m, n 使 $m\vec{e}_1 + n\vec{e}_2 = \vec{0}$ ，则 $m = n = 0$
- B. 平面内任意一个向量 $\vec{a}$ 都可以表示成 $\vec{a} = m\vec{e}_1 + n\vec{e}_2$ ，其中 m, n 为实数
- C. 对于 $m, n \in \mathbf{R}$ ， $m\vec{e}_1 + n\vec{e}_2$ 不一定在该平面内

D. 对平面内的某一个向量 $\vec{a}$, 存在两对以上实数 m, n , 使 $\vec{a} = m\vec{e}_1 + n\vec{e}_2$

【详解】解: 根据基底的定义知 AB 正确;

对于 C, 对于 $m, n \in \mathbf{R}$, $m\vec{e}_1 + n\vec{e}_2$ 在该平面内, 故 C 错误;

对于 D, m, n 是唯一的, 故 D 错误.

故选: AB.



1. 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB = 2CD$, E, F 分别是 AB, CD 的中点, AC 与 BD 交于 M , 设 $\vec{AB} = \vec{r}$, $\vec{AD} = \vec{b}$, 则下列结论正确的是 ()

A. $\vec{AC} = \frac{1}{2}\vec{r} + \vec{b}$

B. $\vec{BC} = -\frac{1}{2}\vec{r} + \vec{b}$

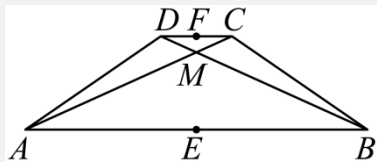
C. $\vec{BM} = -\frac{1}{3}\vec{r} + \frac{2}{3}\vec{b}$

D. $\vec{EF} = -\frac{1}{4}\vec{r} + \vec{b}$

【答案】ABD

【分析】结合已知梯形的性质及向量加法及减法的三角形法则及向量共线定理对各选项进行判断即可.

【详解】



由题意可得, $\vec{AC} = \vec{AD} + \vec{DC} = \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{r}$, 故 A 正确;

$\vec{BC} = \vec{BA} + \vec{AC} = -\vec{r} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{r} = \vec{b} - \frac{1}{2}\vec{r}$, 故 B 正确;

$\vec{BM} = \vec{BA} + \vec{AM} = -\vec{r} + \frac{2}{3}\vec{AC} = -\vec{r} + \frac{2}{3}\vec{b} + \vec{r} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}\vec{b} - \frac{2}{3}\vec{r}$, 故 C 错误;

$\vec{EF} = \vec{EA} + \vec{AD} + \vec{DF} = -\frac{1}{2}\vec{r} + \vec{b} + \frac{1}{4}\vec{r} = \vec{b} - \frac{1}{4}\vec{r}$, 故 D 正确.

故选: ABD.

2. 已知点 $A(1, 2)$, $B(3, x)$, 向量 $\vec{a} = (2-x, -1)$, $\vec{AB} \parallel \vec{a}$, 则 ()

A. $x = 2 + \sqrt{2}$ 时 $\vec{AB}$ 与 $\vec{a}$ 方向相同

B. $x = 2 - \sqrt{2}$ 时, $\vec{AB}$ 与 $\vec{a}$ 方向相同

C. $x = 2 - \sqrt{2}$ 时 $\vec{AB}$ 与 $\vec{a}$ 方向相反

D. $x = 2 + \sqrt{2}$ 时, $\vec{AB}$ 与 $\vec{a}$ 方向相反

【答案】BD

【分析】根据向量平行的坐标表示求出 x ，再回代验证方向相同或相反.

【详解】 $A(1,2)$ ， $B(3,x)$ ，可得 $\vec{AB} = (2, x-2)$ ，

又 $\vec{a} = (2-x, -1)$ ， $\vec{AB} // \vec{a}$ ，

可得 $(2-x)(x-2) = -2$ ，解得 $x = 2 \pm \sqrt{2}$ ，

当 $x = 2 + \sqrt{2}$ 时， $\vec{AB} = (2, \sqrt{2})$ 与 $\vec{a} = (-\sqrt{2}, -1)$ 方向相反，当 $x = 2 - \sqrt{2}$ 时， $\vec{AB} = (2, -\sqrt{2})$ 与 $\vec{a} = (\sqrt{2}, -1)$ 方向相同.

故选：BD

3. 已知点 $A(1,2)$ ， $B(3,x)$ ，向量 $\vec{a} = (2-x, -1)$ ， $\vec{AB} // \vec{a}$ ，则 ()

- A. $x=3$ 时 $\vec{AB}$ 与 $\vec{a}$ 方向相同
- B. $x=2-\sqrt{2}$ 时 $\vec{AB}$ 与 $\vec{a}$ 方向相同
- C. $x=3$ 时 $\vec{AB}$ 与 $\vec{a}$ 方向相反
- D. $x=2+\sqrt{2}$ 时 $\vec{AB}$ 与 $\vec{a}$ 方向相反

【答案】BD

【分析】根据向量共线的坐标运算求解.

【详解】 $A(1,2)$ ， $B(3,x)$ ，可得 $\vec{AB} = (2, x-2)$ ，

又 $\vec{a} = (2-x, -1)$ ， $\vec{AB} // \vec{a}$ ，

可得 $(2-x)(x-2) = -2$ ，解得 $x = 2 \pm \sqrt{2}$ ，

当 $x = 2 + \sqrt{2}$ 时， $\vec{AB} = (2, \sqrt{2})$ ， $\vec{a} = (-\sqrt{2}, -1)$ 则 $\vec{AB} = -\sqrt{2}\vec{a}$ ，

所以 $\vec{AB}$ 与 $\vec{a}$ 方向相反，

当 $x = 2 - \sqrt{2}$ 时， $\vec{AB} = (2, -\sqrt{2})$ ， $\vec{a} = (\sqrt{2}, -1)$ ，则 $\vec{AB} = \sqrt{2}\vec{a}$ ，

$\vec{AB}$ 与 $\vec{a}$ 方向相同.

故选：BD.

4. 如果 $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ 是平面 α 内两个不共线的向量，那么下列说法中正确的是 ()

- A. $\lambda\vec{e}_1 + \mu\vec{e}_2 (\lambda, \mu \in \mathbf{R})$ 可以表示平面 α 内的所有向量

B. 对于平面 α 内任一向量 $\vec{a}$, 使 $\vec{a} = \lambda \vec{e}_1 + \mu \vec{e}_2$ 的实数对 (λ, μ) 有无穷个

C. 若向量 $\lambda_1 \vec{e}_1 + \mu_1 \vec{e}_2$ 与 $\lambda_2 \vec{e}_1 + \mu_2 \vec{e}_2$ 共线, 则有且只有一个实数 λ , 使得 $\lambda_1 \vec{e}_1 + \mu_1 \vec{e}_2 = \lambda(\lambda_2 \vec{e}_1 + \mu_2 \vec{e}_2)$

D. 若存在实数 λ, μ 使得 $\lambda \vec{e}_1 + \mu \vec{e}_2 = \vec{0}$, 则 $\lambda = \mu = 0$

【答案】AD

【分析】由平面向量基本定理可确定 AD 正确, B 错误; 通过反例可说明 C 错误.

【详解】 $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ 是平面 α 内两个不共线的向量, $\therefore \vec{e}_1, \vec{e}_2$ 可以作为平面 α 的一组基底;

对于 A, 由平面向量基本定理可知: $\lambda \vec{e}_1 + \mu \vec{e}_2 (\lambda, \mu \in \mathbf{R})$ 可以表示平面 α 内的所有向量, A 正确;

对于 B, 对于平面 α 内任意向量 $\vec{a}$, 有且仅有一个实数对 (λ, μ) , 使得 $\vec{a} = \lambda \vec{e}_1 + \mu \vec{e}_2$, B 错误;

对于 C, 当 $\lambda_1 = \mu_1 = \lambda_2 = \mu_2 = 0$ 时, $\lambda_1 \vec{e}_1 + \mu_1 \vec{e}_2$ 与 $\lambda_2 \vec{e}_1 + \mu_2 \vec{e}_2$ 均为零向量, 满足两向量共线, 此时使得

$\lambda_1 \vec{e}_1 + \mu_1 \vec{e}_2 = \lambda(\lambda_2 \vec{e}_1 + \mu_2 \vec{e}_2)$ 成立的 λ 有无数个, C 错误;

对于 D, 由 $\lambda \vec{e}_1 + \mu \vec{e}_2 = \vec{0}$ 得: $\lambda \vec{e}_1 = -\mu \vec{e}_2$, 又 $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ 不共线, $\therefore \lambda = -\mu = 0$, 即 $\lambda = \mu = 0$, D 正确.

故选: AD.

5. 已知平面内平行四边形的三个顶点 $A(-2,1)$, $B(-1,3)$, $C(3,4)$, 则第四个顶点 D 的坐标为 ()

A. $(-2,2)$

B. $(4,6)$

C. $(-6,0)$

D. $(2,-2)$

【答案】ABC

【分析】若构成的平行四边形为 $ABCD_1$, 即 AC 为一条对角线, 设 $D_1(x, y)$, 则由 AC 中点也是 BD_1 中点, 利用线段的中点公式求得 D_1 .

同理可求得, 构成以 AB 为对角线的平行四边形 $ABCD_2$, 和以 BC 为对角线的平行四边形 ACD_3B , 对应的 D 的坐标.

【详解】若构成的平行四边形为 $ABCD_1$, 即 AC 为一条对角线,

设 $D_1(x, y)$, 则由 AC 中点也是 BD_1 中点, 可得
$$\begin{cases} \frac{-2+3}{2} = \frac{x-1}{2} \\ \frac{1+4}{2} = \frac{y+3}{2} \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases},$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/438034037071006074>