

2025 届安徽省黄山市徽州区第一中学高三第五次模拟考试数学试卷

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 答题时请按要求用笔。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 复数满足 $z + |z| = 4 + 8i$ ，则复数 z 在复平面内所对应的点在（ ）

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

2. 为实现国民经济新“三步走”的发展战略目标，国家加大了扶贫攻坚的力度。某地区在 2015 年以前的年均脱贫率（脱离贫困的户数占当年贫困户总数的比）为 70%。2015 年开始，全面实施“精准扶贫”政策后，扶贫效果明显提高，其中 2019 年度实施的扶贫项目，各项目参加户数占比（参加该项目户数占 2019 年贫困户总数的比）及该项目的脱贫率见下表：

实施项目	种植业	养殖业	工厂就业	服务业
参加用户比	40%	40%	10%	10%
脱贫率	95%	95%	90%	90%

那么 2019 年的年脱贫率是实施“精准扶贫”政策前的年均脱贫率的（ ）

- A. $\frac{27}{28}$ 倍 B. $\frac{47}{35}$ 倍 C. $\frac{48}{35}$ 倍 D. $\frac{7}{5}$ 倍

3. 双曲线 $\frac{x^2}{m} - y^2 = 1 (m > c)$ 的一条渐近线方程为 $x + 2y = 0$ ，那么它的离心率为（ ）

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

4. 已知斜率为 k 的直线 l 与抛物线 $C: y^2 = 4x$ 交于 A, B 两点，线段 AB 的中点为 $M(1, m) (m > 0)$ ，则斜率 k 的取值范围是（ ）

- A. $(-\infty, 1)$ B. $(-\infty, 1]$ C. $(1, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$

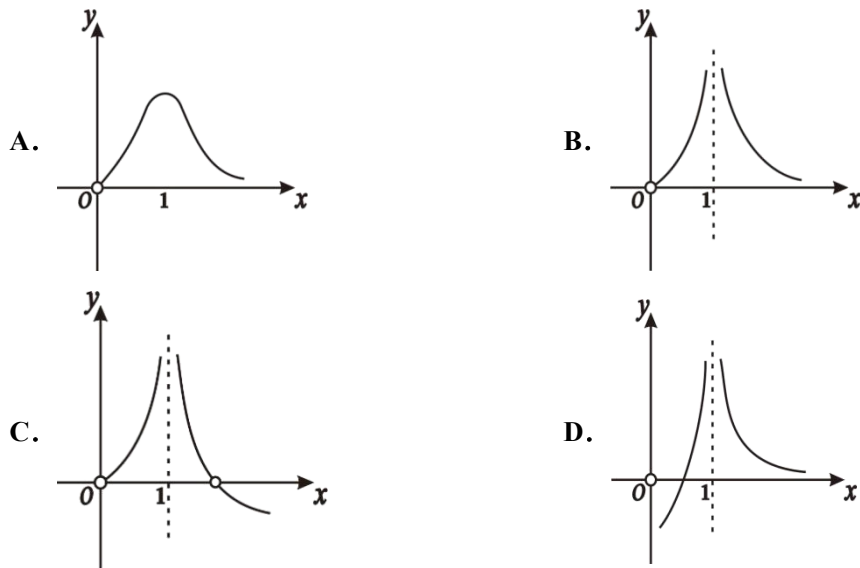
5. 已知函数 $f(x) = \left(\frac{x}{e^x}\right)^2 + \frac{ax}{e^x} - a$ 有三个不同的零点 x_1, x_2, x_3 （其中 $x_1 < x_2 < x_3$ ），则 $\left(1 - \frac{x_1}{e^{x_1}}\right)^2 \left(1 - \frac{x_2}{e^{x_2}}\right) \left(1 - \frac{x_3}{e^{x_3}}\right)$ 的值为（ ）

- A. 1 B. -1 C. a D. -a

6. 若复数 $z = \frac{5}{2-i}$ (i 为虚数单位), 则 $\bar{z} =$ ()

- A. $2+i$ B. $2-i$ C. $1+2i$ D. $1-2i$

7. 函数 $f(x) = \frac{1}{x - \ln x - 1}$ 的图象大致是()



8. 设 F 为抛物线 $x = 4y^2$ 的焦点, A, B, C 为抛物线上三点, 若 $\vec{FA} + \vec{FB} + \vec{FC} = \vec{0}$, 则 $|\vec{FA}| + |\vec{FB}| + |\vec{FC}| =$ () .

- A. 9 B. 6 C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{3}{16}$

9. 设 $a, b \in (1, +\infty)$, 则“ $a > b$ ”是“ $\log_a b < 1$ ”的 ()

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

10. 设 $a = \log_{0.08} 0.04$, $b = \log_{0.3} 0.2$, $c = 0.3^{0.04}$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()

- A. $c > b > a$ B. $a > b > c$ C. $b > c > a$ D. $b > a > c$

11. 已知函数 $f(x) = \sin 2x + a \cos 2x$ 的图象的一条对称轴为 $x = \frac{\pi}{12}$, 将函数 $f(x)$ 的图象向右平行移动 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度

后得到函数 $g(x)$ 图象, 则函数 $g(x)$ 的解析式为 ()

- A. $g(x) = 2 \sin(2x - \frac{\pi}{12})$ B. $g(x) = 2 \sin(2x + \frac{\pi}{12})$
C. $g(x) = 2 \sin(2x - \frac{\pi}{6})$ D. $g(x) = 2 \sin(2x + \frac{\pi}{6})$

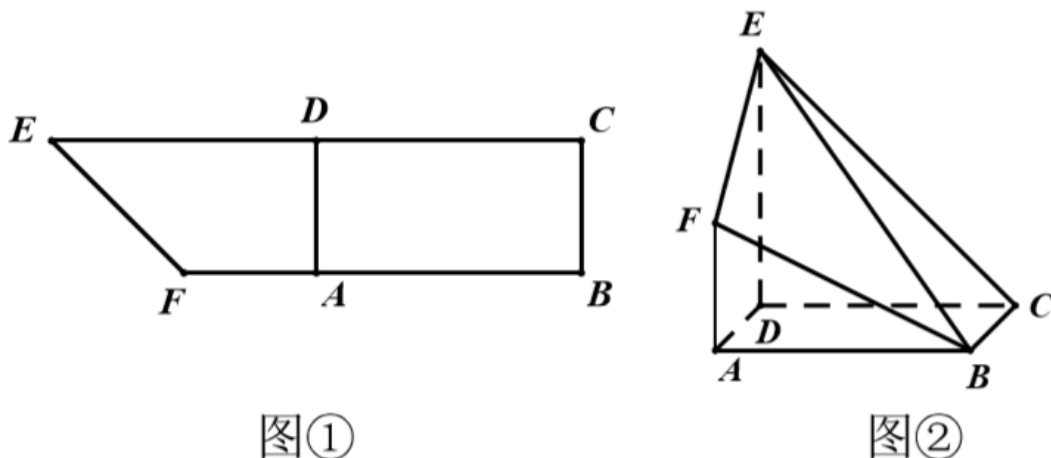
12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{x+1} + 2, & x \leq 0, \\ |\log_2 x|, & x > 0, \end{cases}$ 若关于 x 的方程 $[f(x)]^2 - 2af(x) + 3a = 0$ 有六个不相等的实数根, 则实数 a 的取值范围为 ()

- A. $\left(3, \frac{16}{5}\right)$ B. $\left[3, \frac{16}{5}\right]$ C. $(3, 4)$ D. $(3, 4]$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle BAD = 60^\circ, AB = 4, AD = 2$, E 为边 CD 上一点 (不 C, D 与重合), 将平行四边形 $ABCD$ 沿 BE 折起, 使五点 A, B, C, D, E 均在一个球面上, 当四棱锥 $C-ABED$ 体积最大时, 球的表面积为 _____.

14. 如图所示, 在直角梯形 $BCDF$ 中, $\angle CBF = \angle BCE = 90^\circ$, A, D 分别是 BF, CE 上的点, $AD \parallel BC$, 且 $AB = DE = 2BC = 2AF$ (如图①). 将四边形 $ADEF$ 沿 AD 折起, 连接 BE, BF, CE (如图②). 在折起的过程中, 则下列表述:



- ① $AC \parallel$ 平面 BEF ;
 ② 四点 B, C, E, F 可能共面;
 ③ 若 $EF \perp CF$, 则平面 $ADEF \perp$ 平面 $ABCD$;
 ④ 平面 BCE 与平面 BEF 可能垂直. 其中正确的是 _____.

15. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, a_{n+1} = 2n - a_n$, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n =$ _____.

16. 已知函数 $f(x) = ae^x + x^2 - 8x$ 的图象在 $(0, f(0))$ 处的切线斜率为 -4 , 则 $a =$ _____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知函数 $f(x) = |x - a| + |x + 2|$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求不等式 $f(x) \leq 3$ 的解集;

(2) $\exists x_0 \in \mathbb{R}$, $f(x_0) \leq 3$, 求 a 的取值范围.

18. (12分) 已知矩阵 $M = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $MN = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

(1) 求矩阵 N ;

(2) 求矩阵 N 的特征值.

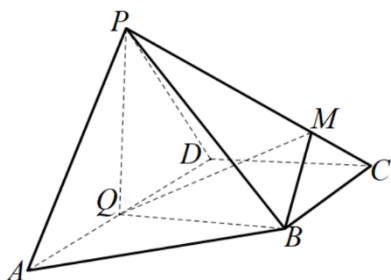
19. (12分) 若数列 $\{a_n\}$ 满足: 对于任意 $n \in \mathbb{N}^*$, $a_n + |a_{n+1} - a_{n+2}|$ 均为数列 $\{a_n\}$ 中的项, 则称数列 $\{a_n\}$ 为“ T 数列”.

(1) 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 4n - 2n^2$, $n \in \mathbb{N}^*$, 试判断数列 $\{a_n\}$ 是否为“ T 数列”? 说明理由;

(2) 若公差为 d 的等差数列 $\{a_n\}$ 为“ T 数列”, 求 d 的取值范围;

(3) 若数列 $\{a_n\}$ 为“ T 数列”, $a_1 = 1$, 且对于任意 $n \in \mathbb{N}^*$, 均有 $a_n < a_{n+1}^2 - a_n^2 < a_{n+1}$, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

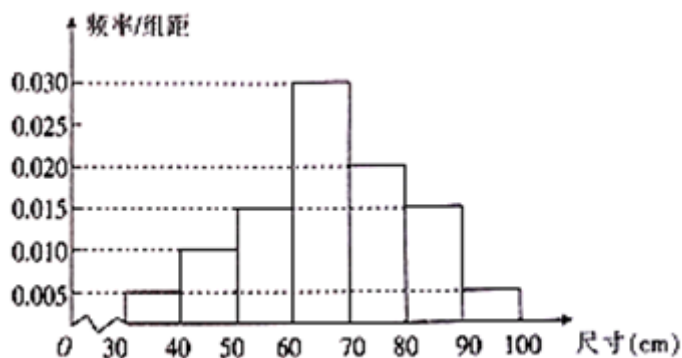
20. (12分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为直角梯形, $AD \parallel BC$, $\angle ADC = 90^\circ$, 平面 $PAD \perp$ 底面 $ABCD$, Q 为 AD 的中点, M 是棱 PC 上的点且 $PM = 3MC$, $PA = PD = 2$, $BC = \frac{1}{2}AD = 1$, $CD = 2$.



(1) 求证: 平面 $PQB \perp$ 平面 PAD ;

(2) 求二面角 $M-BQ-C$ 的大小.

21. (12分) 为了检测某种零件的一条生产线的生产过程, 从生产线上随机抽取一批零件, 根据其尺寸的数据得到如图所示的频率分布直方图, 若尺寸落在区间 $(\bar{x} - 2s, \bar{x} + 2s)$ 之外, 则认为该零件属“不合格”的零件, 其中 \bar{x}, s 分别为样本平均数和样本标准差, 计算可得 $s \approx 15$ (同一组中的数据用该组区间的中点值作代表).



(1) 求样本平均数的大小;

(2) 若一个零件的尺寸是 100 cm , 试判断该零件是否属于“不合格”的零件.

22. (10分) 已知 a, b, c 为正数, 且 $abc=1$, 证明:

(1) $(2a+1)(2b+1)(2c+1) \geq 27$;

(2) $\frac{1}{a(b+c)^2} + \frac{1}{b(a+c)^2} + \frac{1}{c(a+b)^2} \leq \frac{3}{4}$.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

设 $z = a + bi (a, b \in R)$, 则 $z + |z| = a + bi + \sqrt{a^2 + b^2} = 4 + 8i$, 可得 $\begin{cases} a + \sqrt{a^2 + b^2} = 4 \\ b = 8 \end{cases}$, 即可得到 z , 进而找到对应的点所

在象限.

【详解】

设 $z = a + bi (a, b \in R)$, 则 $z + |z| = a + bi + \sqrt{a^2 + b^2} = 4 + 8i$,

$$\therefore \begin{cases} a + \sqrt{a^2 + b^2} = 4 \\ b = 8 \end{cases}, \therefore \begin{cases} a = -6 \\ b = 8 \end{cases}, \therefore z = -6 + 8i,$$

所以复数 z 在复平面内所对应的点为 $(-6, 8)$, 在第二象限.

故选:B

【点睛】

本题考查复数在复平面内对应的点所在象限,考查复数的模,考查运算能力.

2、B

【解析】

设贫困户总数为 a , 利用表中数据可得脱贫率 $P = 2 \times 40\% \times 95\% + 2 \times 10\% \times 90\%$, 进而可求解.

【详解】

设贫困户总数为 a , 脱贫率 $P = \frac{2 \times 40\% \times 95\% a + 2 \times 10\% \times 90\% a}{a} = 94\%$,

所以 $\frac{94\%}{70\%} = \frac{47}{35}$.

故2019年的年脱贫率是实施“精准扶贫”政策前的年均脱贫率的 $\frac{47}{35}$ 倍.

故选: B

【点睛】

本题考查了概率与统计, 考查了学生的数据处理能力, 属于基础题.

3、D

【解析】

根据双曲线 $\frac{x^2}{m} - y^2 = 1 (m > c)$ 的一条渐近线方程为 $x + 2y = 0$, 列出方程, 求出 m 的值即可.

【详解】

\because 双曲线 $\frac{x^2}{m} - y^2 = 1 (m > c)$ 的一条渐近线方程为 $x + 2y = 0$,

可得 $\frac{1}{\sqrt{m}} = \frac{1}{2}$, $\therefore m = 4$,

\therefore 双曲线的离心率 $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

故选: D.

【点睛】

本小题主要考查双曲线离心率的求法, 属于基础题.

4、C

【解析】

设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 设直线 l 的方程为: $y = kx + b$, 与抛物线方程联立, 由 $\Delta > 0$ 得 $kb < 1$

，利用韦达定理结合已知条件得 $b = \frac{2-k^2}{k}$ ， $m = \frac{2}{k}$ ，代入上式即可求出 k 的取值范围。

【详解】

设直线 l 的方程为： $y = kx + b$ ， $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ，

联立方程 $\begin{cases} y = kx + b \\ y^2 = 4x \end{cases}$ ，消去 y 得： $k^2x^2 + (2kb - 4)x + b^2 = 0$ ，

$$\therefore \Delta = (2kb - 4)^2 - 4k^2b^2 > 0,$$

$$\therefore kb < 1,$$

$$\text{且 } x_1 + x_2 = \frac{4 - 2kb}{k^2}, \quad x_1x_2 = \frac{b^2}{k^2},$$

$$y_1 + y_2 = k(x_1 + x_2) + 2b = \frac{4}{k},$$

Q 线段 AB 的中点为 $M(1, m)$ ($m > 0$)，

$$\therefore x_1 + x_2 = \frac{4 - 2kb}{k^2} = 2, \quad y_1 + y_2 = \frac{4}{k} = 2m,$$

$$\therefore b = \frac{2 - k^2}{k}, \quad m = \frac{2}{k},$$

Q $m > 0$ ，

$$\therefore k > 0,$$

把 $b = \frac{2 - k^2}{k}$ 代入 $kb < 1$ ，得 $2 - k^2 < 1$ ，

$$\therefore k^2 > 1,$$

$$\therefore k > 1,$$

故选：C

【点睛】

本题主要考查了直线与抛物线的位置关系，考查了韦达定理的应用，属于中档题。

5、A

【解析】

令 $\frac{x}{e^x} = t$ ，构造 $g(x) = \frac{x}{e^x}$ ，要使函数 $f(x) = \left(\frac{x}{e^x}\right)^2 + \frac{ax}{e^x} - a$ 有三个不同的零点 x_1, x_2, x_3 (其中 $x_1 < x_2 < x_3$)，则方程 $t^2 + at - a = 0$ 需

要有两个不同的根 t_1, t_2 ，则 $\Delta = a^2 + 4a > 0$ ，解得 $a > 0$ 或 $a < -4$ ，结合 $g(x) = \frac{x}{e^x}$ 的图象，并分 $a > 0$ ， $a < -4$ 两个情况分类

讨论，可求出 $\left(1 - \frac{x_1}{e^{x_1}}\right)^2 \left(1 - \frac{x_2}{e^{x_2}}\right) \left(1 - \frac{x_3}{e^{x_3}}\right)$ 的值。

【详解】

令 $\frac{x}{e^x} = t$, 构造 $g(x) = \frac{x}{e^x}$, 求导得 $g'(x) = \frac{1-x}{e^x}$, 当 $x < 1$ 时, $g'(x) > 0$; 当 $x > 1$ 时, $g'(x) < 0$,

故 $g(x)$ 在 $(-\infty, 1)$ 上单调递增, 在 $(1, +\infty)$ 上单调递减, 且 $x < 0$ 时, $g(x) < 0$; $x > 0$ 时, $g(x) > 0$, $g(x)_{\max} = g(1) = \frac{1}{e}$, 可画

出函数 $g(x)$ 的图象 (见下图), 要使函数 $f(x) = \left(\frac{x}{e^x}\right)^2 + \frac{ax}{e^x} - a$ 有三个不同的零点 x_1, x_2, x_3 (其中 $x_1 < x_2 < x_3$), 则方程

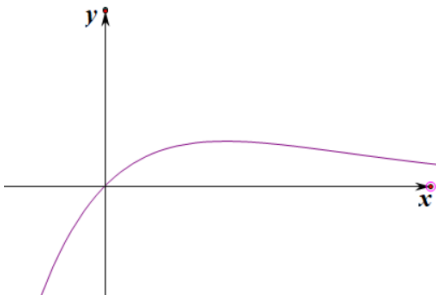
$t^2 + at - a = 0$ 需要有两个不同的根 t_1, t_2 (其中 $t_1 < t_2$), 则 $\Delta = a^2 + 4a > 0$, 解得 $a > 0$ 或 $a < -4$, 且 $\begin{cases} t_1 + t_2 = -a \\ t_1 \cdot t_2 = -a \end{cases}$

若 $a > 0$, 即 $\begin{cases} t_1 + t_2 = -a < 0 \\ t_1 \cdot t_2 = -a < 0 \end{cases}$, 则 $t_1 < 0 < t_2 < \frac{1}{e}$, 则 $x_1 < 0 < x_2 < 1 < x_3$, 且 $g(x_2) = g(x_3) = t_2$,

故 $\left(1 - \frac{x_1}{e^{x_1}}\right)^2 \left(1 - \frac{x_2}{e^{x_2}}\right) \left(1 - \frac{x_3}{e^{x_3}}\right) = (1 - t_1)^2 (1 - t_2)^2 = [1 - (t_1 + t_2) + t_1 t_2]^2 = (1 + a - a)^2 = 1$,

若 $a < -4$, 即 $\begin{cases} t_1 + t_2 = -a > 4 \\ t_1 \cdot t_2 = -a > 4 \end{cases}$, 由于 $g(x)_{\max} = g(1) = \frac{1}{e}$, 故 $t_1 + t_2 < \frac{2}{e} < 4$, 故 $a < -4$ 不符合题意, 舍去.

故选 A.



【点睛】

解决函数零点问题, 常常利用数形结合、等价转化等数学思想.

6、B

【解析】

根据复数的除法法则计算 z , 由共轭复数的概念写出 \bar{z} .

【详解】

$$Q z = \frac{5}{2-i} = \frac{5(2+i)}{(2-i)(2+i)} = \frac{10+5i}{5} = 2+i,$$

$$\therefore \bar{z} = 2-i,$$

故选: B

【点睛】

本题主要考查了复数的除法计算, 共轭复数的概念, 属于容易题.

7、B

【解析】

根据函数表达式,把分母设为新函数,首先计算函数定义域,然后求导,根据导函数的正负判断函数单调性,对应函数图像得到答案.

【详解】

设 $g(x) = x - \ln x - 1$, $g(1) = 0$, 则 $f(x) = \frac{1}{x - \ln x - 1}$ 的定义域为 $x \in (0, 1) \cup (1, +\infty)$. $g'(x) = 1 - \frac{1}{x}$, 当 $x \in (1, +\infty)$,

$g'(x) > 0$, $g(x)$ 单增, 当 $x \in (0, 1)$, $g'(x) < 0$, $g(x)$ 单减, 则 $g(x) \geq g(1) = 0$. 则 $f(x)$ 在 $x \in (0, 1)$ 上单增,

$x \in (1, +\infty)$ 上单减, $f(x) > 0$. 选 B.

【点睛】

本题考查了函数图像的判断,用到了换元的思想,简化了运算,同学们还可以用特殊值法等方法进行判断.

8、C

【解析】

设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, 由 $\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{FC} = \vec{0}$ 可得 $x_1 + x_2 + x_3 = \frac{3}{16}$, 利用定义将 $|\overrightarrow{FA}| + |\overrightarrow{FB}| + |\overrightarrow{FC}|$

用 x_1, x_2, x_3 表示即可.

【详解】

设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, 由 $\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{FC} = \vec{0}$ 及 $F(\frac{1}{16}, 0)$,

得 $(x_1 - \frac{1}{16}, y_1) + (x_2 - \frac{1}{16}, y_2) + (x_3 - \frac{1}{16}, y_3) = (0, 0)$, 故 $x_1 + x_2 + x_3 = \frac{3}{16}$,

所以 $|\overrightarrow{FA}| + |\overrightarrow{FB}| + |\overrightarrow{FC}| = x_1 + \frac{1}{16} + x_2 + \frac{1}{16} + x_3 + \frac{1}{16} = \frac{3}{8}$.

故选: C.

【点睛】

本题考查利用抛物线定义求焦半径的问题, 考查学生等价转化的能力, 是一道容易题.

9、C

【解析】

根据充分条件和必要条件的定义结合对数的运算进行判断即可.

【详解】

$\because a, b \in (1, +\infty)$,

$\therefore a > b \Rightarrow \log_a b < 1$,

$\log_a b < 1 \Rightarrow a > b$,

$\therefore a > b$ 是 $\log_a b < 1$ 的充分必要条件,

故选 C.

【点睛】

本题主要考查充分条件和必要条件的判断，根据不等式的解法是解决本题的关键。

10、D

【解析】

因为 $a = \log_{0.08} 0.04 = 2 \log_{0.08} 0.2 = \log_{\sqrt{0.08}} 0.2 > \log_{\sqrt{0.08}} 1 = 0$ ， $b = \log_{0.3} 0.2 > \log_{0.3} 1 = 0$ ，

所以 $\frac{1}{a} = \log_{0.2} \sqrt{0.08}$ ， $\frac{1}{b} = \log_{0.2} 0.3$ 且 $y = \log_{0.2} x$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减，且 $\sqrt{0.08} < 0.3$

所以 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ ，所以 $b > a$ ，

又因为 $a = \log_{\sqrt{0.08}} 0.2 > \log_{\sqrt{0.08}} \sqrt{0.08} = 1$ ， $c = 0.3^{0.04} < 0.3^0 = 1$ ，所以 $a > c$ ，

所以 $b > a > c$ 。

故选：D。

【点睛】

本题考查利用指数函数的单调性比较指数的大小，难度一般。除了可以直接利用单调性比较大小，还可以根据中间值“0,1”比较大小。

11、C

【解析】

根据辅助角公式化简三角函数式，结合 $x = \frac{\pi}{12}$ 为函数 $f(x)$ 的一条对称轴可求得 a ，代入辅助角公式得 $f(x)$ 的解析式。

根据三角函数图像平移变换，即可求得函数 $g(x)$ 的解析式。

【详解】

函数 $f(x) = \sin 2x + a \cos 2x$ ，

由辅助角公式化简可得 $f(x) = \sqrt{1+a^2} \sin(2x+\theta)$ ， $\tan \theta = a$ ，

因为 $x = \frac{\pi}{12}$ 为函数 $f(x) = \sin 2x + a \cos 2x$ 图象的一条对称轴，

代入可得 $\sin\left(2 \times \frac{\pi}{12}\right) + a \cos\left(2 \times \frac{\pi}{12}\right) = \pm \sqrt{1+a^2}$ ，

即 $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}a = \pm \sqrt{1+a^2}$ ，化简可解得 $(a-\sqrt{3})^2 = 0$ ，

即 $a = \sqrt{3}$ ，

所以 $f(x) = \sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/438056054015007035>