

浙江省杭州市临安市 2024 届中考三模数学试题

- 注意事项：
- 1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
 - 2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
 - 3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

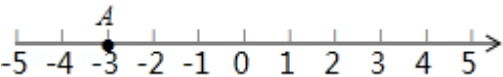
1. 下列运算结果正确的是（ ）

- A. $3a^2 - a^2 = 2$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ C. $(-a^2)^3 = -a^6$ D. $a^2 \div a^2 = a$

2. $\left| -\frac{1}{3} \right|$ 的相反数是（ ）

- A. $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. 3 D. -3

3. 如图，点 A 所表示的数的绝对值是（ ）



- A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

4. 为了解某班学生每周做家务劳动的时间，某综合实践活动小组对该班 9 名学生进行了调查，有关数据如下表。则这 9 名学生每周做家务劳动的时间的众数及中位数分别是（ ）

每周做家务的时间（小时）	0	1	2	3	4
人数（人）	2	2	3	1	1

- A. 3, 2.5 B. 1, 2 C. 3, 3 D. 2, 2

5. 如图 1 是某生活小区的音乐喷泉，水流在各个方向上沿形状相同的抛物线路径落下，其中一个喷水管喷水的最大高度为 3 m，此时距喷水管的水平距离为 1 m，在如图 2 所示的坐标系中，该喷水管水流喷出的高度 y （m）与水平距离 x （m）之间的函数关系式是（ ）



图 1

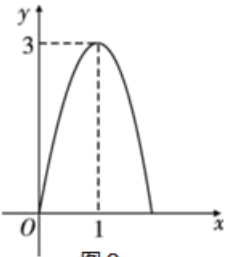


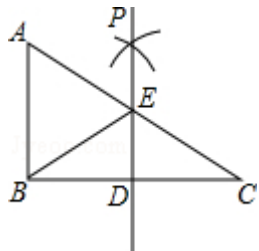
图 2

- A. $y = -(x-1)^2 + 3$ B. $y = 2(x-1)^2 + 3$
C. $y = -3(x+1)^2 + 3$ D. $y = -3(x-1)^2 + 3$

6. 下列运算正确的是()

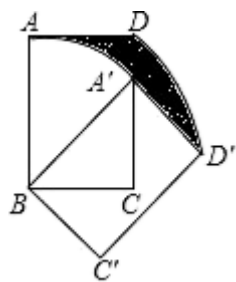
- A. $(a^2)^3=a^5$ B. $(a-b)^2=a^2-b^2$ C. $3\sqrt{5}-\sqrt{5}=3$ D. $\sqrt[3]{-27}=-3$

7. 如图, 已知在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, 点 D 是 BC 边的中点, 分别以 B 、 C 为圆心, 大于线段 BC 长度一半的长为半径圆弧, 两弧在直线 BC 上方的交点为 P , 直线 PD 交 AC 于点 E , 连接 BE , 则下列结论 ① $ED \perp BC$; ② $\angle A = \angle EBA$; ③ EB 平分 $\angle AED$; ④ $ED = \frac{1}{2} AB$ 中, 一定正确的是()



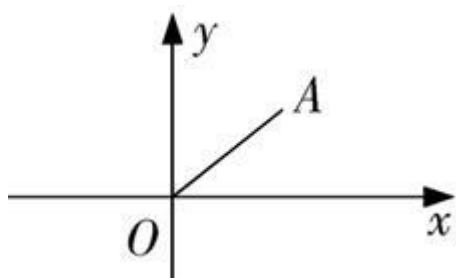
- A. ①②③ B. ①②④ C. ①③④ D. ②③④

8. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中 $AB = \sqrt{2}$, $BC = 1$, 将矩形 $ABCD$ 绕顶点 B 旋转得到矩形 $A'BC'D'$, 点 A 恰好落在矩形 $ABCD$ 的边 CD 上, 则 AD 扫过的部分 (即阴影部分) 面积为()



- A. $\frac{\pi}{8}$ B. $2\sqrt{2} - \frac{\pi}{2}$ C. $\sqrt{2} - \frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{6}$

9. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A 在第一象限, 点 P 在 x 轴上, 若以 P , O , A 为顶点的三角形是等腰三角形, 则满足条件的点 P 共有()



- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

10. 学完分式运算后, 老师出了一道题“计算: $\frac{x+3}{x+2} + \frac{2-x}{x^2-4}$ ”.

小明的做法: 原式 $= \frac{(x+3)(x-2)}{x^2-4} - \frac{x-2}{x^2-4} = \frac{x^2+x-6-x-2}{x^2-4} = \frac{x^2-8}{x^2-4}$;

小亮的做法: 原式 $= (x+3)(x-2) + (2-x) = x^2+x-6+2-x = x^2-4$;

小芳的做法：原式 $= \frac{x+3}{x+2} - \frac{x-2}{(x+2)(x-2)} = \frac{x+3}{x+2} - \frac{1}{x+2} = \frac{x+3-1}{x+2} = 1$ 。

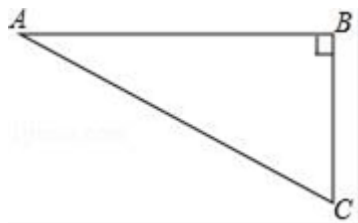
其中正确的是（ ）

- A. 小明 B. 小亮 C. 小芳 D. 没有正确的

二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分）

11. 如果点 $P_1(2, y_1)$ 、 $P_2(3, y_2)$ 在抛物线 $y = -x^2 + 2x$ 上，那么 y_1 _____ y_2 .（填“>”，“<”或“=”）。

12. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，以点 A 为圆心，BC 长为半径画弧交 AB 于点 D，分别以点 A、D 为圆心，AB 长为半径画弧，两弧交于点 E，连接 AE，DE，则 $\angle EAD$ 的余弦值是_____。



13. 因式分解： $x^3 - 2x^2y + xy^2 =$ _____。

14. 如果点 $A(-1, 4)$ 、 $B(m, 4)$ 在抛物线 $y = a(x-1)^2 + h$ 上，那么 m 的值为_____。

15. 计算： $(y^3)^2 \div y^5 =$ _____

16. 一个多边形的内角和比它的外角和的 3 倍少 180° ，则这个多边形的边数是_____。

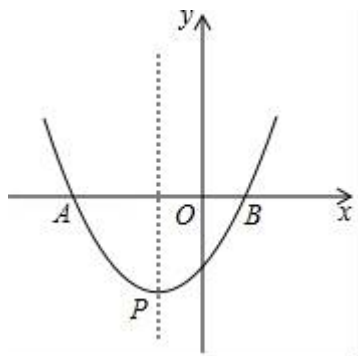
三、解答题（共 8 题，共 72 分）

17.（8 分）如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴相交于点 A $(-3, 0)$ ，B $(1, 0)$ ，与 y 轴相交于 $(0, -\frac{3}{2})$ ，顶点为 P。

（1）求抛物线解析式；

（2）在抛物线是否存在点 E，使 $\triangle ABP$ 的面积等于 $\triangle ABE$ 的面积？若存在，求出符合条件的点 E 的坐标；若不存在，请说明理由；

（3）坐标平面内是否存在点 F，使得以 A、B、P、F 为顶点的四边形为平行四边形？直接写出所有符合条件的点 F 的坐标，并求出平行四边形的面积。



18.（8 分）

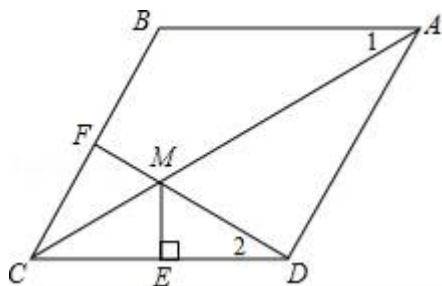
2018 年大唐芙蓉园新春灯会以“鼓舞中华”为主题，既有新年韵味，又结合“一带一路”展示了丝绸之路上古今文化经贸繁荣的盛况。小丽的爸爸买了两张门票，她和各个两人都想去观看，可是爸爸只能带一人去，于是读九年级的哥哥提议用他们 3 人吃饭的彩色筷子做游戏（筷子除颜色不同，其余均相同），其中小丽的筷子颜色是红色，哥哥的是银色，爸爸的是白色，将 3 人的 3 双筷子全部放在一个不透明的筷篓里摇匀，小丽随机从筷篓里取出一根，记下颜色放回，然后哥哥同样从筷篓里取出一根，若两人取出的筷子颜色相同则小丽去，若不同，则哥哥去。

- (1) 求小丽随机取出一根筷子是红色的概率；
- (2) 请用列表或画树状图的方法求出小随爸爸去看新春灯会的概率。

19. (8 分) 若关于 x 的方程 $\frac{x-a}{x-1} - \frac{3}{x} = 1$ 无解，求 a 的值.

20. (8 分) 已知：如图，在菱形 $ABCD$ 中， F 为边 BC 的中点， DF 与对角线 AC 交于点 M ，过 M 作 $ME \perp CD$ 于点 E ， $\angle 1 = \angle 2$.

- (1) 若 $CE=1$ ，求 BC 的长；
- (1) 求证： $AM=DF+ME$.



21. (8 分) 列方程解应用题:某地 2016 年为做好“精准扶贫”，投入资金 1280 万元用于异地安置，并规划投入资金逐年增加，2018 年在 2016 年的基础上增加投入资金 1600 万元.从 2016 年到 2018 年，该地投入异地安置资金的年平均增长率为多少？

22. (10 分) 研究发现，抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 上的点到点 $F(0, 1)$ 的距离与到直线 $l: y = -1$ 的距离相等.如图 1 所示，若点 P 是抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 上任意一点， $PH \perp l$ 于点 H ，则 $PF = PH$.

基于上述发现，对于平面直角坐标系 xOy 中的点 M ，记点 M 到点 P 的距离与点 P 到点 F 的距离之和的最小值为 d ，称 d 为点 M 关于抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 的关联距离；当 $2 \leq d \leq 4$ 时，称点 M 为抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 的关联点.

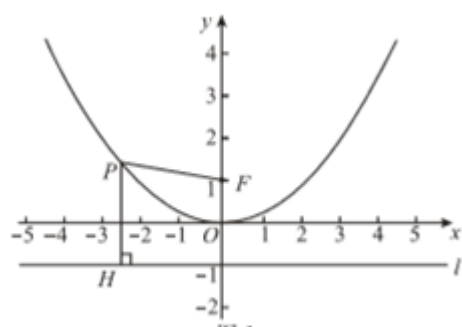


图 1

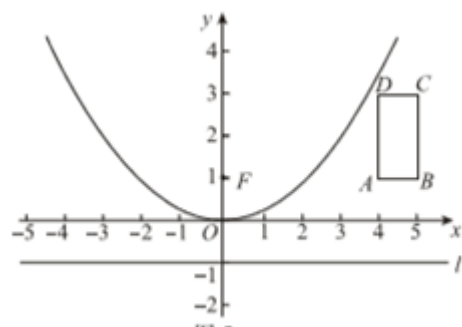


图 2

(1) 在点 $M_1(2,0)$, $M_2(1,2)$, $M_3(4,5)$, $M_4(0,-4)$ 中, 抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 的关联点是_____;

(2) 如图 2, 在矩形 ABCD 中, 点 $A(t,1)$, 点 $C(t+1,3)$,

①若 $t=4$, 点 M 在矩形 ABCD 上, 求点 M 关于抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 的关联距离 d 的取值范围;

②若矩形 ABCD 上的所有点都是抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 的关联点, 则 t 的取值范围是_____.

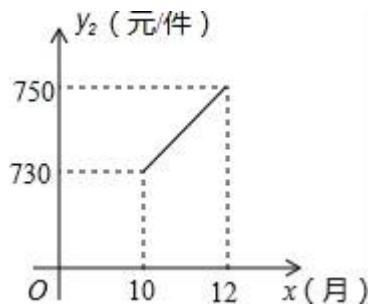
23. (12 分) 某企业为杭州计算机产业基地提供电脑配件. 受美元走低的影响, 从去年 1 至 9 月, 该配件的原材料价格一路攀升, 每件配件的原材料价格 y_1 (元) 与月份 x ($1 \leq x \leq 9$, 且 x 取整数) 之间的函数关系如下表:

月份 x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
价格 y_1 (元/件)	560	580	600	620	640	660	680	700	720

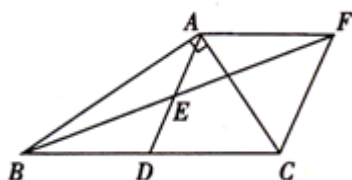
随着国家调控措施的出台, 原材料价格的涨势趋缓, 10 至 12 月每件配件的原材料价格 y_2 (元) 与月份 x ($10 \leq x \leq 12$, 且 x 取整数) 之间存在如图所示的变化趋势:

(1) 请观察题中的表格, 用所学过的一次函数、反比例函数或二次函数的有关知识, 直接写出 y_1 与 x 之间的函数关系式, 根据如图所示的变化趋势, 直接写出 y_2 与 x 之间满足的一次函数关系式;

(2) 若去年该配件每件的售价为 1000 元, 生产每件配件的人力成本为 50 元, 其它成本 30 元, 该配件在 1 至 9 月的销售量 p_1 (万件) 与月份 x 满足关系式 $p_1 = 0.1x + 1.1$ ($1 \leq x \leq 9$, 且 x 取整数), 10 至 12 月的销售量 p_2 (万件) $p_2 = -0.1x + 2.9$ ($10 \leq x \leq 12$, 且 x 取整数). 求去年哪个月销售该配件的利润最大, 并求出这个最大利润.



24. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, D 是 BC 的中点, E 是 AD 的中点. 过点 A 作 $AF \parallel BC$ 交 BE 的延长线于点 F.



(1) 求证: $\triangle AEF \cong \triangle DEB$;

(2) 证明四边形 ADCF 是菱形;

(3) 若 $AC=4$, $AB=5$, 求菱形 ADCFD 的面积.

参考答案

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1、C

【解析】

选项 A， $3a^2 - a^2 = 2a^2$ ；选项 B， $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ；选项 C， $(-a^2)^3 = -a^6$ ；选项 D， $a^2 \div a^2 = 1$ 。正确的只有选项 C，故选 C。

2、B

【解析】

先求 $-\frac{1}{3}$ 的绝对值，再求其相反数：

根据数轴上某个数与原点的距离叫做这个数的绝对值的定义，在数轴上，点 $-\frac{1}{3}$ 到原点的距离是 $\frac{1}{3}$ ，所以 $-\frac{1}{3}$ 的绝对值是 $\frac{1}{3}$ ；

相反数的定义是：如果两个数只有符号不同，我们称其中一个数为另一个数的相反数，特别地，1 的相反数还是 1。因此 $\frac{1}{3}$ 的相反数是 $-\frac{1}{3}$ 。故选 B。

3、A

【解析】

根据负数的绝对值是其相反数解答即可。

【详解】

$$|-3|=3,$$

故选 A。

【点睛】

此题考查绝对值问题，关键是根据负数的绝对值是其相反数解答。

4、D

【解析】

试题解析：表中数据为从小到大排列。数据 1 小时出现了三次最多为众数；1 处在第 5 位为中位数。

所以本题这组数据的中位数是 1，众数是 1。

故选 D.

考点：1.众数；1.中位数.

5、D

【解析】

根据图象可设二次函数的顶点式，再将点（0,0）代入即可.

【详解】

解：根据图象，设函数解析式为 $y = a(x-h)^2 + k$

由图象可知，顶点为（1,3）

$$\therefore y = a(x-1)^2 + 3,$$

$$\text{将点 } (0,0) \text{ 代入得 } 0 = a(0-1)^2 + 3$$

$$\text{解得 } a = -3$$

$$\therefore y = -3(x-1)^2 + 3$$

故答案为：D.

【点睛】

本题考查了是根据实际抛物线形，求函数解析式，解题的关键是正确设出函数解析式.

6、D

【解析】

试题分析：A、原式= a^6 ，错误；B、原式= $a^2 - 2ab + b^2$ ，错误；C、原式不能合并，错误；

D、原式= -3 ，正确，故选 D

考点：完全平方公式；合并同类项；同底数幂的乘法；平方差公式.

7、B

【解析】

解：根据作图过程，利用线段垂直平分线的性质对各选项进行判断：

根据作图过程可知：PB=CP，

$\therefore$ D 为 BC 的中点， $\therefore$ PD 垂直平分 BC， $\therefore$ ①ED $\perp$ BC 正确.

$\therefore \angle ABC = 90^\circ$ ， $\therefore$ PD $\parallel$ AB.

$\therefore$ E 为 AC 的中点， $\therefore$ EC=EA， $\therefore$ EB=EC.

$\therefore$ ② $\angle A = \angle EBA$ 正确；③EB 平分 $\angle AED$ 错误；④ED= $\frac{1}{2}$ AB 正确.

$\therefore$ 正确的有①②④.

故选 B.

考点: 线段垂直平分线的性质.

8、A

【解析】

本题首先利用 A 点恰好落在边 CD 上, 可以求出 $A'C=BC'=1$, 又因为 $A'B=\sqrt{2}$ 可以得出 $\triangle A'BC$ 为等腰直角三角形, 即可以得出 $\angle ABA'$ 、 $\angle DBD'$ 的大小, 然后将阴影部分利用切割法分为两个部分来求, 即面积 ADA' 和面积 $DA'D'$

【详解】

先连接 BD, 首先求得正方形 ABCD 的面积为 $\sqrt{2} \times 1 = \sqrt{2}$, 由分析可以求出 $\angle ABA' = \angle DBD' = 45^\circ$, 即可以求得扇形

ABA' 的面积为 $\frac{45 \times (\sqrt{2})^2 \pi}{180} \times \frac{1}{2} = \frac{\pi}{4}$, 扇形 BDD' 的面积为 $\frac{45 \times (\sqrt{3})^2 \pi}{180} \times \frac{1}{2} = \frac{3\pi}{8}$, 面积 $ADA' = \text{面积 } ABCD - \text{面积}$

$A'BC - \text{扇形面积 } ABA' = \sqrt{2} - 1 \times 1 \times \frac{1}{2} - \frac{\pi}{4} = \sqrt{2} - \frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}$; 面积 $DA'D' = \text{扇形面积 } BDD' - \text{面积 } DBA' - \text{面积 } BA'D' = \frac{3\pi}{8} - (\sqrt{2} - 1) \times 1 \times \frac{1}{2} - 1 \times \sqrt{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3\pi}{8} - \sqrt{2} - \frac{1}{2}$, 阴影部分面积 = 面积 $DA'D' + \text{面积 } ADA' = \frac{\pi}{8}$

【点睛】

熟练掌握面积的切割法和一些基本图形的面积的求法是本题解题的关键.

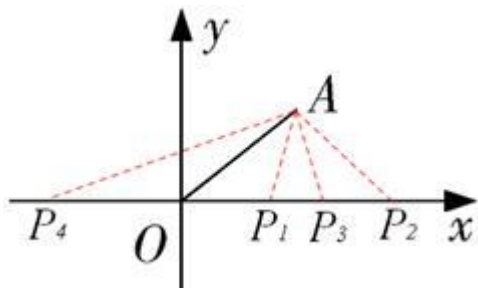
9、C

【解析】

分为三种情况: ① $AP=OP$, ② $AP=OA$, ③ $OA=OP$, 分别画出即可.

【详解】

如图,



分 $OP=AP$ (1 点), $OA=AP$ (1 点), $OA=OP$ (2 点) 三种情况讨论.

$\therefore$ 以 P, O, A 为顶点的三角形是等腰三角形, 则满足条件的点 P 共有 4 个.

故选 C.

【点睛】

本题考查了等腰三角形的判定和坐标与图形的性质, 主要考查学生的动手操作能力和理解能力, 注意不要漏解.

10、C

【解析】

试题解析： $\frac{x+3}{x+2} + \frac{2-x}{x^2-4}$

$$= \frac{x+3}{x+2} - \frac{x-2}{(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{x+3}{x+2} - \frac{1}{x+2}$$

$$= \frac{x+3-1}{x+2}$$

$$= \frac{x+2}{x+2}$$

=1.

所以正确的应是小芳.

故选 C.

二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分）

11、>

【解析】

分析：首先求得抛物线 $y=-x^2+2x$ 的对称轴是 $x=1$ ，利用二次函数的性质，点 M 、 N 在对称轴的右侧， y 随着 x 的增大而减小，得出答案即可.

详解：抛物线 $y=-x^2+2x$ 的对称轴是 $x=-\frac{2}{-2}=1$. $\because a=-1<0$ ，抛物线开口向下， $1<2<3$ ， $\therefore y_1>y_2$.

故答案为>.

点睛：本题考查了二次函数图象上点的坐标特征，二次函数的性质，求得对称轴，掌握二次函数图象的性质解决问题.

12、 $\frac{\sqrt{3}}{6}$

【解析】

利用特殊三角形的三边关系，求出 AM, AE 长，求比值.

【详解】

解：如图所示，设 $BC=x$,

$\because$ 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $\angle A=30^\circ$,

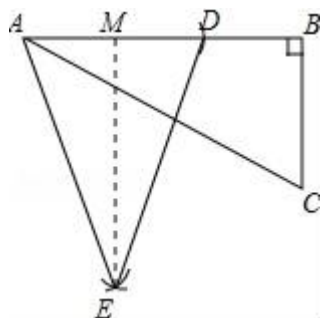
$$\therefore AC=2BC=2x, AB=\sqrt{3} BC=\sqrt{3} x,$$

根据题意得： $AD=BC=x$ ， $AE=DE=AB=\sqrt{3} x$,

如图，作 $EM \perp AD$ 于 M ，则 $AM = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}x$ ，

在 $\text{Rt}\triangle AEM$ 中， $\cos \angle EAD = \frac{AM}{AE} = \frac{\frac{x}{2}}{\sqrt{3}x} = \frac{\sqrt{3}}{6}$ ，

故答案为： $\frac{\sqrt{3}}{6}$ 。



【点睛】

特殊三角形： 30° - 60° - 90° 特殊三角形，三边比例是 $1: \sqrt{3}: 2$ ，利用特殊三角函数值或者勾股定理可快速求出边的实际关系。

13、 $x(x-y)^2$

【解析】

先提取公因式 x ，再对余下的多项式利用完全平方公式继续分解。

【详解】

解：原式 $= x(x^2 - 2xy + y^2) = x(x-y)^2$ ，

故答案为： $x(x-y)^2$

【点睛】

本题考查提公因式，熟练掌握运算是解题关键。

14、 1

【解析】

根据函数值相等两点关于对称轴对称，可得答案。

【详解】

由点 $A(-1, 4)$ 、 $B(m, 4)$ 在抛物线 $y = a(x-1)^2 + h$ 上，得 $(-1, 4)$ 与 $(m, 4)$ 关于对称轴 $x=1$ 对称， $m-1=1-(-1)$ ，解得： $m=1$ 。

故答案为： 1。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/438056103047006133>