

江苏省连云港市灌云县 2024 届高三下学期第六次检测数学试卷

请考生注意：

1. 请用 2B 铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用 0.5 毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。
2. 答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. “纹样”是中国艺术宝库的瑰宝，“火纹”是常见的一种传统纹样.为了测算某火纹纹样（如图阴影部分所示）的面积，作一个边长为 3 的正方形将其包含在内，并向该正方形内随机投掷 200 个点，已知恰有 80 个点落在阴影部分据此可估计阴影部分的面积是（ ）



- A. $\frac{16}{5}$ B. $\frac{32}{5}$ C. 10 D. $\frac{18}{5}$

2. 已知集合 $A = \{x | x^2 \leq 1\}$, $B = \{x | 3^x < 1\}$, 则 $A \cup (\complement_{\mathbb{R}} B) =$ ()

- A. $\{x | x < 0\}$ B. $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$ C. $\{x | -1 \leq x < 0\}$ D. $\{x | x \leq -1\}$

3. 已知命题 p : “ $a > b$ ”是“ $2^a > 2^b$ ”的充要条件; $q: \exists x \in \mathbb{R}, |x+1| \leq x$, 则 ()

- A. $(\neg p) \vee q$ 为真命题 B. $p \vee q$ 为真命题
C. $p \wedge q$ 为真命题 D. $p \wedge (\neg q)$ 为假命题

4. 已知四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形, $PA = \sqrt{5}$, E 为 PC 的中点, 则异面直线 BE 与 PD 所成角的余弦值为 ()

- A. $-\frac{\sqrt{13}}{39}$ B. $\frac{\sqrt{13}}{39}$ C. $-\frac{\sqrt{15}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{5}$

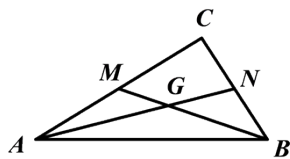
5. 已知向量 $\vec{a} = (1, -2)$, $\vec{b} = (3, -1)$, 则 ()

- A. $\vec{a} \parallel \vec{b}$ B. $\vec{a} \perp \vec{b}$ C. $\vec{a} \parallel (\vec{a} - \vec{b})$ D. $\vec{a} \perp (\vec{a} - \vec{b})$

6. $\triangle ABC$ 中, 如果 $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$, $\sin A = \frac{a}{2R}$, 则 $\triangle ABC$ 的形状是 ()

- A. 等边三角形 B. 直角三角形 C. 等腰三角形 D. 等腰直角三角形

7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 M , N 分别为 CA , CB 的中点, 若 $AB = \sqrt{5}$, $CB = 1$, 且满足 $3\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CA}^2 + \overrightarrow{CB}^2$, 则 $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{AC}$ 等于 ()



- A. 2 B. $\sqrt{5}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{8}{3}$
8. 射线测厚技术原理公式为 $I = I_0 e^{-\rho \mu t}$, 其中 I_0 , I 分别为射线穿过被测物前后的强度, e 是自然对数的底数, t 为被测物厚度, ρ 为被测物的密度, μ 是被测物对射线的吸收系数. 工业上通常用镅 ^{241}Am 低能 γ 射线测量钢板的厚度. 若这种射线对钢板的半价层厚度为0.8, 钢的密度为7.6, 则这种射线的吸收系数为 ()

(注: 半价层厚度是指将已知射线强度减弱为一半的某种物质厚度, $\ln 2 \approx 0.6931$, 结果精确到0.001)

- A. 0.110 B. 0.112 C. 0.114 D. 0.116

9. 已知集合 $A = \{y | y = |x| - 1, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{x | x \geq 2\}$, 则下列结论正确的是 ()

- A. $-3 \in A$ B. $3 \notin B$ C. $A \cap B = B$ D. $A \cup B = B$

10. 若函数 $f(x) = x^2 e^x - a$ 恰有3个零点, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(\frac{4}{e^2}, +\infty)$ B. $(0, \frac{4}{e^2})$ C. $(0, 4e^2)$ D. $(0, +\infty)$

11. 若 $a \in \mathbb{R}$, 则“ $a = 3$ ”是“ $x(1+ax)^5$ 的展开式中 x^3 项的系数为90”的 ()

- A. 必要不充分条件 B. 充分不必要条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

12. 已知 $\{a_n\}$ 为等比数列, $a_5 + a_8 = -3$, $a_4 a_9 = -18$, 则 $a_2 + a_{11} =$ ()

- A. 9 B. -9 C. $\frac{21}{2}$ D. $-\frac{21}{4}$

二、填空题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分。

13. 在三棱锥 $A-BCD$ 中, 已知 $BC = CD = BD = \sqrt{2}AB = \sqrt{2}AD = 6$, 且平面 $ABD \perp$ 平面 BCD , 则三棱锥 $A-BCD$ 外接球的表面积为_____.

14. 已知函数 $f(x) = \frac{(e^x - ax)(e^x - \ln x)}{\ln x - ax}$, 若在定义域内恒有 $f(x) < 0$, 则实数 a 的取值范围是_____.

15. 已知正方形 $ABCD$ 边长为3, 空间中的动点 P 满足 $PA = 2$, $PC = 2PD$, 则三棱锥 $A-PCD$ 体积的最大值是_____.

16. 已知复数 $z = (m^2 - 2) + (m - 1)i$ 对应的点位于第二象限, 则实数 m 的范围为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 若不等式 $1 + 2^x + 4^x \cdot a > 0$ 在 $x \in (0, 1]$ 时恒成立，则 a 的取值范围是_____。

18. (12 分) 已知 A 是抛物线 $E: y^2 = 2px (p > 0)$ 上的一点，以点 A 和点 $B(2, 0)$ 为直径两端点的圆 C 交直线 $x = 1$ 于 M, N 两点。

(1) 若 $|MN| = 2$ ，求抛物线 E 的方程；

(2) 若 $0 < p < 1$ ，抛物线 E 与圆 $(x - 5)^2 + y^2 = 9$ 在 x 轴上方的交点为 P, Q ，点 G 为 PQ 的中点， O 为坐标原点，求直线 OG 斜率的取值范围。

19. (12 分) 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且 $(\sin A - \sin B)^2 = \sin^2 C - \sin A \sin B$ 。

(I) 求 C ；

(II) 若 $c = 1$ ， $\triangle ABC$ 的周长是否有最大值？如果有，求出这个最大值，如果没有，请说明理由。

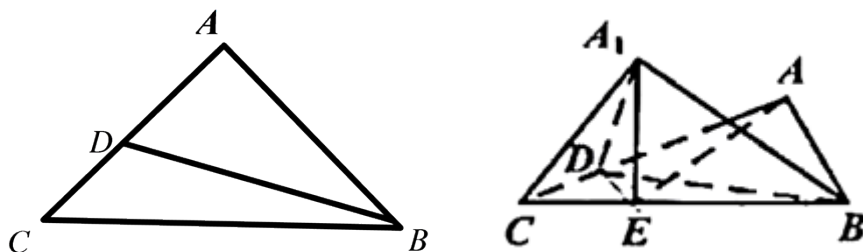
20. (12 分) 某大型公司为了切实保障员工的健康安全，贯彻好卫生防疫工作的相关要求，决定在全公司范围内举行一次 NCP 普查，为此需要抽验 1000 人的血样进行化验，由于人数较多，检疫部门制定了下列两种可供选择的方案。

方案①：将每个人的血分别化验，这时需要验 1000 次。方案②：按 k 个人一组进行随机分组，把从每组 k 个人抽来的血混合在一起进行检验，如果每个人的血均为阴性，则验出的结果呈阴性，这 k 个人的血只需检验一次（这时认为每个人的血化验 $\frac{1}{k}$ 次）；否则，若呈阳性，则需对这 k 个人的血样再分别进行一次化验，这样，该组 k 个人的血总共需要化验 $k + 1$ 次。假设此次普查中每个人的血样化验呈阳性的概率为 p ，且这些人之间的试验反应相互独立。

(1) 设方案②中，某组 k 个人的每个人的血化验次数为 X ，求 X 的分布列；

(2) 设 $p = 0.1$ ，试比较方案②中，分别取 2, 3, 4 时，各需化验的平均总次数；并指出在这三种分组情况下，相比方案①，化验次数最多可以平均减少多少次？（最后结果四舍五入保留整数）

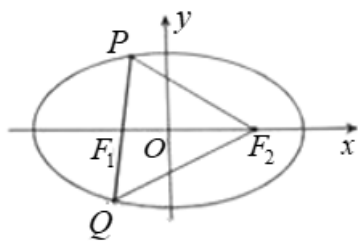
21. (12 分) 如图， $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形， $AB = AC = 3$ ， D 为 AC 上一点，将 $\triangle ABD$ 沿 BD 折起，得到三棱锥 $A_1 - BCD$ ，且使得 A_1 在底面 BCD 的投影 E 在线段 BC 上，连接 AE 。



(1) 证明： $BD \perp AE$ ；

(2) 若 $\tan \angle ABD = \frac{1}{2}$ ，求二面角 $C - BA_1 - D$ 的余弦值。

22. (10 分) 如图, 已知椭圆 E 的右焦点为 $F_2(1,0)$, P, Q 为椭圆上的两个动点, $\triangle PQF_2$ 周长的最大值为 8.



(I) 求椭圆 E 的标准方程;

(II) 直线 l 经过 F_2 , 交椭圆 E 于点 A, B , 直线 m 与直线 l 的倾斜角互补, 且交椭圆 E 于点 M, N ,

$|MN|^2 = 4|AB|$, 求证: 直线 m 与直线 l 的交点 T 在定直线上.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、D

【解析】

直接根据几何概型公式计算得到答案.

【详解】

根据几何概型: $p = \frac{S}{9} = \frac{80}{200}$, 故 $S = \frac{18}{5}$.

故选: D.

【点睛】

本题考查了根据几何概型求面积, 意在考查学生的计算能力和应用能力.

2、D

【解析】

先求出集合 A, B , 再求集合 B 的补集, 然后求 $A \cup (\complement_{\mathbb{R}} B)$

【详解】

$A = \{x | -1, x, 1\}, B = \{x | x < 0\}$, 所以 $A \cup (\complement_{\mathbb{R}} B) = \{x | x \geq -1\}$.

故选: D

【点睛】

此题考查的是集合的并集、补集运算，属于基础题.

3、B

【解析】

由 $y = 2^x$ 的单调性，可判断 p 是真命题；分类讨论打开绝对值，可得 q 是假命题，依次分析即得解

【详解】

由函数 $y = 2^x$ 是 $\mathbf{R}$ 上的增函数，知命题 p 是真命题.

对于命题 q ，当 $x+1 \geq 0$ ，即 $x \geq -1$ 时， $|x+1| = x+1 > x$ ；

当 $x+1 < 0$ ，即 $x < -1$ 时， $|x+1| = -x-1$ ，

由 $-x-1 \leq x$ ，得 $x = -\frac{1}{2}$ ，无解，

因此命题 q 是假命题. 所以 $(\neg p) \vee q$ 为假命题，A 错误；

$p \vee q$ 为真命题，B 正确；

$p \wedge q$ 为假命题，C 错误；

$p \wedge (\neg q)$ 为真命题，D 错误.

故选：B

【点睛】

本题考查了命题的逻辑连接词，考查了学生逻辑推理，分类讨论，数学运算的能力，属于中档题.

4、B

【解析】

由题意建立空间直角坐标系，表示出各点坐标后，利用 $\cos \langle \overrightarrow{BE}, \overrightarrow{PD} \rangle = \frac{\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{PD}}{|\overrightarrow{BE}| \cdot |\overrightarrow{PD}|}$ 即可得解.

【详解】

Q $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形，

$\therefore$ 如图建立空间直角坐标系，由题意：

$A(0,0,0)$ ， $B(2,0,0)$ ， $C(2,2,0)$ ， $P(0,0,\sqrt{5})$ ， $D(0,2,0)$ ，

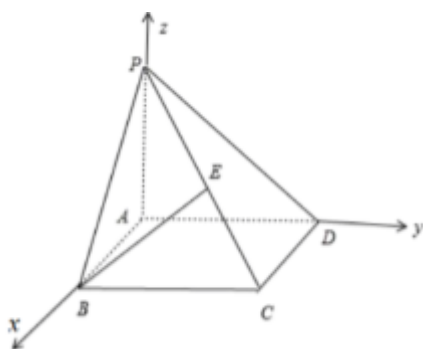
Q E 为 PC 的中点， $\therefore E\left(1,1,\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$.

$$\therefore \overrightarrow{BE} = \left(-1, 1, \frac{\sqrt{5}}{2}\right), \quad \overrightarrow{PD} = (0, 2, -\sqrt{5}),$$

$$\therefore \cos \langle \overrightarrow{BE}, \overrightarrow{PD} \rangle = \frac{\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{PD}}{|\overrightarrow{BE}| \cdot |\overrightarrow{PD}|} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{13}}{2} \cdot 3} = -\frac{\sqrt{13}}{39},$$

$$\therefore \text{异面直线 } BE \text{ 与 } PD \text{ 所成角的余弦值为 } \left| \cos \langle \overrightarrow{BE}, \overrightarrow{PD} \rangle \right| \text{ 即为 } \frac{\sqrt{13}}{39}.$$

故选：B.



【点睛】

本题考查了空间向量的应用，考查了空间想象能力，属于基础题.

5、D

【解析】

由题意利用两个向量坐标形式的运算法则，两个向量平行、垂直的性质，得出结论.

【详解】

$\because$ 向量 $\vec{a} = (1, -2)$, $\vec{b} = (3, -1)$, $\therefore \vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 的坐标对应不成比例，故 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 不平行，故排除 A；

显然， $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 + 2 \neq 0$ ，故 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 不垂直，故排除 B；

$\therefore \vec{a} - \vec{b} = (-2, -1)$ ，显然， $\vec{a}$ 和 $\vec{a} - \vec{b}$ 的坐标对应不成比例，故 $\vec{a}$ 和 $\vec{a} - \vec{b}$ 不平行，故排除 C；

$\therefore \vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = -2 + 2 = 0$ ，故 $\vec{a} \perp (\vec{a} - \vec{b})$ ，故 D 正确，

故选：D.

【点睛】

本题主要考查两个向量坐标形式的运算，两个向量平行、垂直的性质，属于基础题.

6、B

【解析】

化简得 $\lg \cos A = \lg \frac{\sin B}{\sin C} = -\lg 2$, 即 $\cos B = \frac{\sin B}{\sin C} = \frac{1}{2}$, 结合 $0 < B < \pi$, 可求 $B = \frac{\pi}{3}$, 得 $A + B = \frac{2\pi}{3}$ 代入 $\sin C = \sin B$, 从

而可求 C, B , 进而可判断.

【详解】

由 $\cos B = \frac{\sin B}{\sin C} = \frac{1}{2}$, 可得 $\lg \cos A = \lg \frac{\sin B}{\sin C} = -\lg 2$, $\therefore \cos B = \frac{\sin B}{\sin C} = \frac{1}{2}$,

$\because 0 < B < \pi$, $\therefore B = \frac{\pi}{3}$, $A + B = \frac{2\pi}{3}$, $\therefore \sin C = \sin B = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{2\pi}{3} - B\right) = \frac{\sqrt{3}}{4} \cos B + \frac{1}{4} \sin B$, $\therefore \tan C = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $C = \frac{\pi}{6}$, $B = \frac{\pi}{2}$.

故选: B

【点睛】

本题主要考查了对数的运算性质的应用, 两角差的正弦公式的应用, 解题的关键是灵活利用基本公式, 属于基础题.

7、D

【解析】

选取 $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}$ 为基底, 其他向量都用基底表示后进行运算.

【详解】

由题意 G 是 $\triangle ABC$ 的重心,

$$3\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{MB} = 3 \times \frac{2}{3} \overrightarrow{AN} \cdot (-\overrightarrow{BM}) = -2(\overrightarrow{BN} - \overrightarrow{BA}) \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}) = (\overrightarrow{BA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}) \cdot (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA})$$

$$= \overrightarrow{BA}^2 - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}^2 + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 5 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{CA}^2 + \overrightarrow{CB}^2 = (\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC})^2 + 1 = \overrightarrow{BA}^2 - 2\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC}^2 + 1 = 5 - 2\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} + 1 + 1,$$

$$\therefore \frac{9}{2} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 7 - 2\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}, \quad \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 1,$$

$$\therefore \overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}(\frac{1}{2}\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}) \cdot (\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}) = \frac{2}{3}(\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}^2 - \frac{3}{2}\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BA}^2) = \frac{2}{3}(\frac{1}{2} - \frac{3}{2} + 5) = \frac{8}{3},$$

故选: D.

【点睛】

本题考查向量的数量积, 解题关键是选取两个不共线向量作为基底, 其他向量都用基底表示参与运算, 这样做目标明确, 易于操作.

8、C

【解析】

根据题意知, $t = 0.8, \rho = 7.6, \frac{I}{I_0} = \frac{1}{2}$, 代入公式 $I = I_0 e^{-\rho \mu}$, 求出 μ 即可.

【详解】

由题意可得, $t = 0.8, \rho = 7.6, \frac{I}{I_0} = \frac{1}{2}$ 因为 $I = I_0 e^{-\rho\mu t}$,

所以 $\frac{1}{2} = e^{-7.6 \times 0.8 \times \mu}$, 即 $\mu = \frac{\ln 2}{7.6 \times 0.8} = \frac{0.6931}{6.08} \approx 0.114$.

所以这种射线的吸收系数为 0.114.

故选: C

【点睛】

本题主要考查知识的迁移能力, 把数学知识与物理知识相融合; 重点考查指数型函数, 利用指数的相关性质来研究指数型函数的性质, 以及解指数型方程; 属于中档题.

9、C

【解析】

试题分析: 集合 $A = \{y | y \geq -1\}$ $\therefore B \subseteq A \therefore A \cap B = B$

考点: 集合间的关系

10、B

【解析】

求导函数, 求出函数的极值, 利用函数 $f(x) = x^2 e^x - a$ 恰有三个零点, 即可求实数 a 的取值范围.

【详解】

函数 $y = x^2 e^x$ 的导数为 $y' = 2xe^x + x^2 e^x = xe^x(x+2)$,

令 $y' = 0$, 则 $x = 0$ 或 -2 ,

$-2 < x < 0$ 上单调递减, $(-\infty, -2), (0, +\infty)$ 上单调递增,

所以 0 或 -2 是函数 y 的极值点,

函数的极值为: $f(0) = 0, f(-2) = 4e^{-2} = \frac{4}{e^2}$,

函数 $f(x) = x^2 e^x - a$ 恰有三个零点, 则实数的取值范围是: $(0, \frac{4}{e^2})$.

故选 B.

【点睛】

该题考查的是有关结合函数零点个数, 来确定参数的取值范围的问题, 在解题的过程中, 注意应用导数研究函数图象的走向, 利用数形结合思想, 转化为函数图象间交点个数的问題, 难度不大.

11、B

【解析】

求得 $x(1+ax)^5$ 的二项展开式的通项为 $C_5^k \times a^k \cdot x^{k+1}$, 令 $k=2$ 时, 可得 x^3 项的系数为 90, 即 $C_5^2 \times a^2 = 90$, 求得 a , 即可得出结果.

【详解】

若 $a=3$ 则 $x(1+ax)^5 = x(1+3x)^5$ 二项展开式的通项为 $C_5^k \times 3^k \cdot x^{k+1}$, 令 $k+1=3$, 即 $k=2$, 则 x^3 项的系数为

$C_5^2 \times 3^2 = 90$, 充分性成立; 当 $x(1+ax)^5$ 的展开式中 x^3 项的系数为 90, 则有 $C_5^2 \times a^2 = 90$, 从而 $a = \pm 3$, 必要性不成立.

故选: B.

【点睛】

本题考查二项式定理、充分条件、必要条件及充要条件的判断知识, 考查考生的分析问题的能力和计算能力, 难度较易.

12、C

【解析】

根据等比数列的下标和性质可求出 a_5, a_8 , 便可得出等比数列的公比, 再根据等比数列的性质即可求出 $a_2 + a_{11}$.

【详解】

$\because 4+9=5+8, \therefore a_4 a_9 = a_5 a_8 = -18$, 又 $a_5 + a_8 = -3$, 可解得 $\begin{cases} a_5 = -6 \\ a_8 = 3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a_5 = 3 \\ a_8 = -6 \end{cases}$

设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q , 则

当 $\begin{cases} a_5 = -6 \\ a_8 = 3 \end{cases}$ 时, $q^3 = \frac{a_8}{a_5} = -\frac{1}{2}$, $\therefore a_2 + a_{11} = \frac{a_5}{q^3} + a_8 q^3 = \frac{-6}{-\frac{1}{2}} + 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{21}{2}$;

当 $\begin{cases} a_5 = 3 \\ a_8 = -6 \end{cases}$ 时, $q^3 = \frac{a_8}{a_5} = -2$, $\therefore a_2 + a_{11} = \frac{a_5}{q^3} + a_8 q^3 = \frac{3}{-2} + (-6) \times (-2) = \frac{21}{2}$.

故选: C.

【点睛】

本题主要考查等比数列的性质应用, 意在考查学生的数学运算能力, 属于基础题.

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13、 48π

【解析】

取 BD 的中点 F , 设等边三角形 BCD 的中心为 O , 连接 AF , CF , OA . 根据等边三角形的性质可求得

$BO = CO = DO = \frac{2}{3}CF = 2\sqrt{3}$, $OF = \sqrt{3}$, 由等腰直角三角形的性质, 得 $AF \perp BD$, 根据面面垂直的性质得

$AF \perp$ 平面 BCD , $AF \perp OF$, 由勾股定理求得 $OA = 2\sqrt{3}$, 可得 O 为三棱锥 $A-BCD$ 外接球的球心, 根据球体的表面积公式可求得此外接球的表面积.

【详解】

在等边三角形 BCD 中, 取 BD 的中点 F , 设等边三角形 BCD 的中心为 O ,

连接 AF , CF , OA . 由 $BC = 6$, 得 $BO = CO = DO = \frac{2}{3}CF = 2\sqrt{3}$, $OF = \sqrt{3}$,

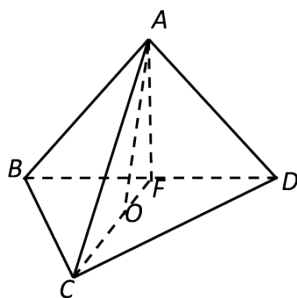
由已知可得 $\triangle ABD$ 是以 BD 为斜边的等腰直角三角形, $\therefore AF \perp BD$,

又由已知可得平面 $ABD \perp$ 平面 BCD , $\therefore AF \perp$ 平面 BCD , $\therefore AF \perp OF$,

$OA = \sqrt{OF^2 + AF^2} = 2\sqrt{3}$, 所以 $OA = OB = OC = OD = 2\sqrt{3}$, $\therefore O$ 为三棱锥 $A-BCD$ 外接球的球心, 外接球半径 $R = OC = 2\sqrt{3}$,

$\therefore$ 三棱锥 $A-BCD$ 外接球的表面积为 $4\pi \times (2\sqrt{3})^2 = 48\pi$.

故答案为: 48π



【点睛】

本题考查三棱锥的外接球的表面积, 关键在于根据三棱锥的面的关系、棱的关系和长度求得外接球的球心的位置, 球的半径, 属于中档题.

14、 $\left[\frac{1}{e}, e\right)$

【解析】

根据指数函数 $y = e^x$ 与对数函数 $y = \ln x$ 图象可将原题转化为 $(e^x - ax)(\ln x - ax) < 0$ 恒成立问题, 凑而可知 $y = ax$ 的图象在过原点且与两函数相切的两条切线之间; 利用过一点的曲线切线的求法可求得两切线斜率, 结合分母不为零的条件可最终确定 a 的取值范围.

【详解】

由指数函数 $y = e^x$ 与对数函数 $y = \ln x$ 图象可知: $e^x > \ln x$,

$\therefore f(x) < 0$ 恒成立可转化为 $\frac{e^x - ax}{\ln x - ax} < 0$ 恒成立, 即 $(e^x - ax)(\ln x - ax) < 0$ 恒成立, $\therefore e^x > ax > \ln x$, 即 $y = ax$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/438073052076006074>