

江西省丰城市第九中学日新班 2023-2024 学年高二上学期

期末数学模拟试卷

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

1. 已知 i 是虚数单位, 复数 z 满足 $zi=1-i$, 则 z 的共轭复数是 ()

- A. $-1+i$ B. $-1-i$ C. $1-i$ D. $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$

2. 已知集合 $A=\{x|x=2n-1, n \in N^*\}$, $B=\{x|0 \leq x \leq 4\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{1, 2, 3, 6\}$ B. $\{1, 3\}$
C. $\{-3, -1, 1, 3\}$ D. $\{3\}$

3. 能确定一个平面的条件是 ()

- A. 空间的三点 B. 一个点和一条直线
C. 两条相交直线 D. 无数点

4. 在平面直角坐标系中, 已知角 $\frac{\pi}{3}$ 的顶点在原点, 始边与 x 轴的非负半轴重合, 终边

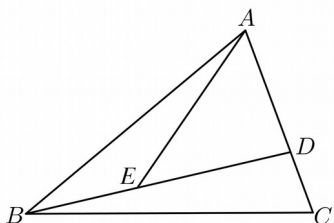
顺时针旋转角 α 后过点 $P(1, -\sqrt{2})$, 则将角 2α 的终边逆时针旋转 $\frac{\pi}{3}$ 后所得角的余弦值等

于 ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AD} = \lambda \overrightarrow{DC}$, E 是 BD 上一点, 若 $\overrightarrow{AE} = \frac{11}{16} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{4} \overrightarrow{AC}$, 则实数

λ 的值为 ()



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

6. 小明使用密码开保险柜时，忘记了密码的前两位，只记得第一位是 0，9 中的一个数字，第二位是 1，2，3，4，5 中的一个数字，则小明输入一次密码能够成功打开保险柜的概率是（ ）

- A. $\frac{1}{15}$ B. $\frac{1}{10}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{2}{5}$

7. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $A = \frac{\pi}{4}$ ， $B = \frac{\pi}{3}$ ， $a = 2\sqrt{3}$ ，则 $b =$ （ ）

- A. $2\sqrt{3}$ B. $3\sqrt{2}$
C. $2\sqrt{6}$ D. $3\sqrt{3}$

8. 若不等式 $(|x-a|-b)\cos\left(\frac{\pi}{2}x+\frac{\pi}{3}\right) \geq 0$ 对 $x \in [-1, 3]$ 恒成立，则 $a-b =$

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{5}{6}$ D. $\frac{7}{3}$

二、多选题

9. 下列不等式成立的是（ ）

- A. 若 $a > b > 0$ ，则 $a^2 > b^2$ B. 若 $ab = 4$ ，则 $a + b \geq 4$
C. 若 $a > b$ ，则 $ac^2 > bc^2$ D. 若 $a > b > 0$ ， $m > 0$ ，则 $\frac{b}{a} < \frac{b+m}{a+m}$

10. 下列说法错误的是（ ）

- A. 一对夫妇生 2 个小孩，恰好一男一女的概率为 $\frac{1}{3}$

B. 掷一颗骰子 2 次，两次向上的点数相同的概率为 $\frac{1}{6}$

C. 若 A, B 为两个任意事件，则事件 $\overline{A+B}$ 对立事件是事件 A, B 都发生

D. 试验次数足够多，事件 A 发生的频率其实就是事件 A 发生的概率

11. 已知函数 $f(x) = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\sin x + \cos 2x$ ，则 ()

A. $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + \frac{1}{2}$

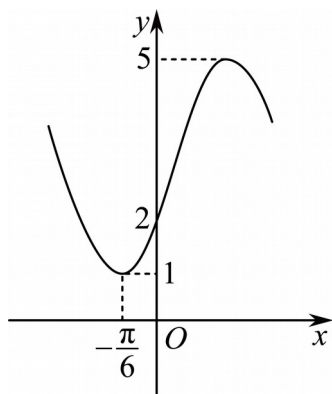
B. $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{1}{2}$

C. $f(x)$ 的值域为 $\left[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$

D. $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后关于 y 轴对称

12. 已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi) + B$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示，则

()



A. $f(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{\pi}{6}, 3\right)$ 对称

B. $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{3}$ 对称

C. $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}\right]$ 上单调递减

D. $f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{12}\right)$ 上的值域为 $(1, 3)$

三、填空题

13. 向量 $\overrightarrow{AB} = (1, 2)$, $\overrightarrow{AC} = (2, 3)$, 若向量 $\vec{a} = (x, 2)$ 与 $\overrightarrow{BC}$ 共线, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 已知 $x > 0$, $y > 0$, 且 $\frac{xy}{2y+3x} = 1$, 不等式 $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} \geq m$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 已知定义域为 $\mathbb{R}$ 的函数 $f(x)$, 满足 $f(x+3) = -f(x)$, 且当 $x \in \left[0, \frac{3}{2}\right]$ 时,

$f(x) = x$, 则 $f(2020) = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = 9$, $\cos B = \frac{2}{3}$, 点 D 在 BC 上, $AD = 7$, $CD = 10$, $\angle ADB$

为锐角, 则 $AC = \underline{\hspace{2cm}}$.

四、解答题

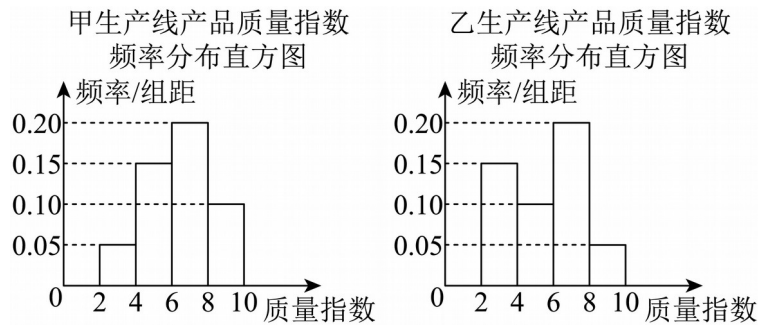
17. (1) 化简 $f(\alpha) = \frac{\sin(2\pi - \alpha) \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}{\cos\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \tan(\pi + \alpha)}$, 并求 $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

(2) 若 $\tan \alpha = 2$, 求 $4\sin^2 \alpha - 3\sin \alpha \cos \alpha - 5\cos^2 \alpha$ 的值.

(3) 已知 $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos\left(\beta + \frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{10}}{10}$, $\alpha, \beta \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right)$, 求 $\cos(\alpha + \beta)$ 的值

18. 某工厂为了解甲、乙两条生产线所生产产品的质量, 分别从甲、乙两条生产线生产的产品中各随机抽取了 100 件产品, 并对所抽取产品的某一质量指数进行检测, 根

据检测结果按 $[2,4),[4,6),[6,8),[8,10]$ 分组，得到如图所示的频率分布直方图.



(1)求甲生产线所生产产品的质量指数的平均数（同一组中的数据用该组区间的中点值代表）；

(2)若产品的质量指数在 $[8,10]$ 内，则该产品为优等品. 现采用分层抽样的方法从样品中的优等品中抽取6件产品，再从这6件产品中随机抽取2件产品进一步进行检测，求抽取的这2件产品中恰有1件产品是甲生产线生产的概率.

19. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A 、 B 、 C 对的边分别为 a 、 b 、 c . 且 $\frac{2\sin A - \sin C}{\sin C} = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{a^2 + c^2 - b^2}$.

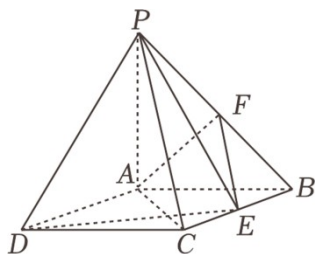
(1)求角 B 的大小；

(2)求 $\sin A + \sin C$ 的取值范围；

(3)若 $a=3$ ， $c=2$ ， P 为 AC 边中点，求 BP 的长.

20. 如图所示，四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是矩形， $PA \perp$ 底面 $ABCD$ ，

$PA=AB=1$ ， $AD=\sqrt{3}$ ，点 F 是 PB 的中点，点 E 在边 BC 上移动.



(1)点 E 为 BC 的中点时，试判断 EF 与平面 PAC 的位置关系，并说明理由；

(2)当 E 为 BC 中点时，求异面直线 PC 与 DE 所成角的余弦值；

(3)求证：无论点 E 在边 BC 的何处，都有 $PE \perp AF$.

21. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $4a = \sqrt{5}c$, $\cos C = \frac{3}{5}$.

(1) 求 $\sin A$ 的值;

(2) 若 $b = 11$,

(i) 求 a 的值;

(ii) 求 $\cos(2A + C)$ 的值.

22. 已知函数 $f(x) = ax^2 - 4x + 2, g(x) = e^x + e^{-x} - 4$.

(1) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(-1, 3)$ 上单调, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若对于任意的 x_2 总存在 x_1 , 使得 $f(x_1) = g(x_2)$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

参考答案:

1. A

【分析】先求出复数 z ，再求其共轭复数.

【详解】因为 $zi=1-i$ ，所以 $z=\frac{1-i}{i}=\frac{(-i)(1-i)}{-i\cdot i}=-i(1-i)=-1-i$ ，所以 z 的共轭复数是一
 $1+i$.

故选：A.

2. B

【解析】直接利用交集运算求解.

【详解】因为集合 $A=\{1,3,5,7,\dots\}$, $B=[0,4]$,

所以 $A\cap B=\{1,3\}$.

故选：B.

3. C

【分析】根据基本事实及其推论进行判断即可.

【详解】对于 A，当这三个点共线时，经过这三点的平面有无数个，故 A 不正确；

对于 B，当此点刚好在已知直线上时，有无数个平面经过这条直线和这个点，故 B 不正确；

对于 C，根据基本事实的推论可知：两条相交直线可唯一确定一个平面，故 C 正确；

对于 D，给出的无数个点不一定在同一个平面内，故 D 不正确

故选：C.

4. C

【分析】由三角函数的定义求出 $\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)$ ，再用二倍角公式求出 $\cos\left(2\alpha+\frac{\pi}{3}\right)$ 即可.

【详解】由三角函数的定义可得：
$$\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)=\frac{6-\sqrt{1^2+(-\sqrt{2})^2}}{\sqrt{1^2+(-\sqrt{2})^2}}=-\frac{\sqrt{2}}{3},$$

将角 2α 的终边逆时针旋转 $\frac{\pi}{3}$ 后所得角为 $2\alpha+\frac{\pi}{3}$ ，所以

$$\cos\left(2\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left[2\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)\right] = 2\cos^2\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) - 1 = 2\sin^2\left[\frac{\pi}{2} - \left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)\right] - 1 = 2\sin^2\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) - 1$$

$$= 2 \times \left(-\frac{\sqrt{6}}{3}\right)^2 - 1 = \frac{1}{3}.$$

故选：C.

5. B

【分析】由 $\overrightarrow{AD} = \lambda \overrightarrow{DC}$ ，得 $\overrightarrow{AC} = \frac{\lambda+1}{\lambda} \overrightarrow{AD}$ ，代入 $\overrightarrow{AE} = \frac{11}{16} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{4} \overrightarrow{AC}$ 中，再由 E, B, D 三点

共线，列方程可求出实数 λ 的值

【详解】因为 $\overrightarrow{AD} = \lambda \overrightarrow{DC}$ ，得 $\overrightarrow{AC} = \frac{\lambda+1}{\lambda} \overrightarrow{AD}$ ，

$$\text{因为 } \overrightarrow{AE} = \frac{11}{16} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{4} \overrightarrow{AC},$$

$$\text{所以 } \overrightarrow{AE} = \frac{11}{16} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{4} \cdot \frac{\lambda+1}{\lambda} \overrightarrow{AD},$$

因为 E, B, D 三点共线，

$$\text{所以 } \frac{11}{16} + \frac{\lambda+1}{4\lambda} = 1, \text{ 解得 } \lambda = 4,$$

故选：B

6. B

【分析】根据独立事件同时发生的乘法公式求解.

【详解】设事件 A 为“选对第一位数字”，则 $P(A) = \frac{1}{2}$ ；

事件 B 为“选对第二位数字”，则 $P(B) = \frac{1}{5}$ ，

由题意， A, B 为相互独立事件，

故所求概率为 $P(AB) = P(A)P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$ 。

故选：B.

7. B

【分析】直接利用正弦定理计算得到答案.

【详解】根据正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ ，故 $\frac{2\sqrt{3}}{\sin \frac{\pi}{4}} = \frac{b}{\sin \frac{\pi}{3}}$ ，解得 $b = 3\sqrt{2}$ 。

故选：B.

【点睛】本题考查了正弦定理，意在考查学生的计算能力.

8. A

【解析】不等式 $(|x-a|-b)\cos\left(\frac{\pi}{2}x+\frac{\pi}{3}\right) \geq 0$ 对 $x \in [-1, 3]$ 恒成立，即 $x \in [-1, 3]$ 时 $\cos\left(\frac{\pi}{2}x+\frac{\pi}{3}\right)$

的正负情况与 $|x-a|-b$ 的正负情况一致，得出 $|x-a|-b=0$ 的根，即可求解.

【详解】由题：不等式 $(|x-a|-b)\cos\left(\frac{\pi}{2}x+\frac{\pi}{3}\right) \geq 0$ 对 $x \in [-1, 3]$ 恒成立，

当 $x \in \left[-1, \frac{1}{3}\right]$ 时， $\cos\left(\frac{\pi}{2}x+\frac{\pi}{3}\right) \geq 0$ ，所以 $|x-a|-b \geq 0$ ，

当 $x \in \left[\frac{1}{3}, \frac{7}{3}\right]$ 时， $\cos\left(\frac{\pi}{2}x+\frac{\pi}{3}\right) \leq 0$ ，所以 $|x-a|-b \leq 0$ ，

当 $x \in \left[\frac{7}{3}, 3\right]$ 时， $\cos\left(\frac{\pi}{2}x+\frac{\pi}{3}\right) \geq 0$ ，所以 $|x-a|-b \geq 0$ ，

所以 $x = \frac{7}{3}$ 和 $x = \frac{1}{3}$ 时, $|x-a|-b=0$,

$$\text{即 } \begin{cases} \left| \frac{7}{3} - a \right| - b = 0 \\ \left| \frac{1}{3} - a \right| - b = 0 \end{cases}, \text{ 解得: } a = \frac{4}{3}, b = 1,$$

检验当 $a = \frac{4}{3}, b = 1$ 时,

$\left| x - \frac{4}{3} \right| - 1$ 在 $x \in \left[-1, \frac{1}{3} \right]$ 大于等于 0, 在 $x \in \left[\frac{1}{3}, \frac{7}{3} \right]$ 时, 小于等于 0, 在 $x \in \left[\frac{7}{3}, 3 \right]$ 大于等于 0,

所以 $a - b = \frac{1}{3}$.

故选: A

【点睛】此题考查根据不等式恒成立求参数的值, 将问题转化为方程的根的问题, 涉及转化与化归思想, 综合性强.

9. AD

【分析】由不等式的性质, 判断各选项的结论是否正确.

【详解】对于 A, $\because a > b > 0$, $\therefore a - b > 0$, $\therefore a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) > 0$, $\therefore a^2 > b^2$, 故 A 正确,

对于 B, 取 $a = -2$, $b = -2$, 满足 $ab = 4$, 但是 $a + b \geq 4$ 不成立, 故 B 错误,

对于 C, 若 $a > b$, $c \leq 0$, 则 $ac^2 = bc^2$, 故 C 错误,

对于 D, 若 $a > b > 0$, $m > 0$, 则 $b - a < 0$, 所以

$$\frac{b}{a} - \frac{b+m}{a+m} = \frac{b(a+m) - a(b+m)}{a(a+m)} = \frac{m(b-a)}{a(a+m)} < 0,$$

即 $\frac{b}{a} < \frac{b+m}{a+m}$ ，故 D 正确.

故选：AD.

10. AD

【分析】由题意得出基本事件的个数由古典概型求概率可判断 AB，根据和事件、互斥事件、对立事件的概念判断 C，由频率与概率的关系判断 D.

【详解】对于 A，一对夫妇生 2 个小孩，共有（男，男），（女，女），（男，女），

（女，男）四个基本事件，由古典概型可知，恰好一男一女的概率为 $P = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ，故 A 错；

对于 B，掷一颗骰子 2 次出现的点数为基本事件，共 36 个，其中两次点数相同的共有

$(1,1), (2,2), \dots, (6,6)$ ，6 个基本事件，故由古典概型可知 $P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ ，故 B 正确；

对于 C，和事件 $\overline{A+B}$ 发生，就是 $\overline{A}$ ， $\overline{B}$ 事件至少一个发生，它的对立事件就是 $\overline{\overline{A}}$ ， $\overline{\overline{B}}$ 事件

都不发生，即事件 A ， B 都发生，故 C 正确；

对于 D，试验次数足够多，事件 A 发生的频率稳定在事件 A 发生的概率附近，不一定是事

件 A 发生的概率，故 D 错误.

故选：AD

11. ACD

【分析】根据两角和的正弦公式、辅助角公式，结合正弦型函数的性质、以及图象变换规律进行逐一判断即可.

【详解】 $f(x) = 2\left(\sin x \cos \frac{\pi}{3} + \cos x \sin \frac{\pi}{3}\right) \sin x + \cos 2x = \sin^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x + \cos 2x$ ，所

以 $f(x) = \frac{1-\cos 2x}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x + \cos 2x = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + \frac{1}{2}$ ，所以 A 对，B 错误；

因为 $-1 \leq \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) \leq 1$ ，所以 $-1 + \frac{1}{2} \leq \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + \frac{1}{2} \leq 1 + \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq f(x) \leq \frac{3}{2}$ ，

因此选项 C 正确；

因为 $f\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{2} = \cos 2x + \frac{1}{2}$ ，设 $g(x) = \cos 2x + \frac{1}{2}$ ，

因为 $g(-x) = \cos(-2x) + \frac{1}{2} = \cos 2x + \frac{1}{2} = g(x)$ ，所以 $g(x) = \cos 2x + \frac{1}{2}$ 是偶函数，图象关于 y

轴对称，则 D 正确。

故选：ACD

12. BC

【分析】根据三角函数图象确定参数 A, ω, φ, B 求出 $f(x)$ 的解析式，计算 $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$ 的值，可判

断 A；计算 $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ 的值，可判断 B；根据正弦函数的单调性可判断 C；根据 $x \in \left(-\frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{12}\right)$ ，

确定 $2x - \frac{\pi}{6} \in (\pi, 0)$ ，结合正弦函数的值域，可判断 D。

【详解】由图象可得 $A = \frac{1}{2}(5-1) = 2$ ，则 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi) + B$ ，

$f(x)$ 的最大值为 $2+B=5$ ， $\therefore B=3$ ，

$\therefore f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi) + 3$ ，

$f(x)$ 过点 $(0, 2)$ ， $\therefore f(0) = 2\sin\varphi + 3 = 2$ ， $\therefore \sin\varphi = -\frac{1}{2}$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/438123134133006024>