

专题 2.1 二次根式的运算与求值大题专练（分层培优 30 题）

A 卷 基础过关卷

（限时 30 分钟，每题 10 分，满分 100 分）

1. （2022 秋·蒲江县校级期中）计算题：

① $(3 + \sqrt{2})^2 - (2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})$;

② $\sqrt{12} + |\sqrt{3} - 2| + (\pi - 3.14)^0 - \frac{2}{\sqrt{3} - 1}$;

③ $-6\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{48} \div 2\sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{5}}$.

【分析】①先利用完全平方公式和平方差公式计算，然后合并即可；

②先根据零指数幂和绝对值的意义计算，再分母有理化，然后化简后合并即可；

③先把二次根式化为最简二次根式，再利用二次根式的乘法和除法法则运算，然后化简后合并即可.

【解答】解：①原式 $= 9 + 6\sqrt{2} + 2 - (4 - 3)$

$$= 11 + 6\sqrt{2} - 1$$

$$= 10 + 6\sqrt{2};$$

②原式 $= 2\sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} + 1 - (\sqrt{3} + 1)$

$$= 2\sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} - 1$$

$$= 2;$$

③原式 $= -2\sqrt{6} + 4\sqrt{3} \times \frac{1}{2}\sqrt{2} + \sqrt{\frac{30}{5}}$

$$= -2\sqrt{6} + 2\sqrt{6} + \sqrt{6}$$

$$= \sqrt{6}.$$

【点评】本题考查了二次根式的混合运算：熟练掌握二次根式的性质、二次根式的乘法法则、除法法则和零指数幂的意义是解决问题的关键.

2. （2022 秋·天桥区校级月考）计算题.

(1) $\sqrt{12} + \sqrt{75}$;

(2) $(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})$;

(3) $(\sqrt{27} - 2\sqrt{18}) \div \sqrt{6}$;

(4) $2\sqrt{8} + \frac{1}{2}\sqrt{18} - \frac{1}{4}\sqrt{32}$;

$$(5) \frac{\sqrt{12}-2\sqrt{27}}{\sqrt{3}} - \left(\frac{\pi}{2} - \sqrt{0.326}\right)^0.$$

【分析】(1) 直接化简二次根式，再合并得出答案；

(2) 直接利用平方差公式计算得出答案；

(3) 直接化简二次根式，再利用二次根式的除法运算法则计算得出答案；

(4) 直接化简二次根式，再合并得出答案；

(5) 直接二次根式、零指数幂的性质化简，再合并得出答案.

【解答】解：(1) $\sqrt{12} + \sqrt{75}$

$$= 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$$

$$= 7\sqrt{3};$$

$$(2) (\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})$$

$$= 5 - 3$$

$$= 2;$$

$$(3) (\sqrt{27} - 2\sqrt{18}) \div \sqrt{6} = \frac{3\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{3};$$

$$(4) 2\sqrt{8} + \frac{1}{2}\sqrt{18} - \frac{1}{4}\sqrt{32}$$

$$= 4\sqrt{2} + \frac{3}{2}\sqrt{2} - \sqrt{2}$$

$$= \frac{9}{2}\sqrt{2};$$

$$(5) \frac{\sqrt{12}-2\sqrt{27}}{\sqrt{3}} - \left(\frac{\pi}{2} - \sqrt{0.326}\right)^0$$

$$= \frac{2\sqrt{3}-6\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - 1$$

$$= -4 - 1$$

$$= -5.$$

【点评】此题主要考查了二次根式的混合运算，正确掌握相关运算法则是解题关键.

3. (2021 春•东平县期末) 计算:

$$(1) \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + |1 - \sqrt{2}| + \sqrt{2} \times \sqrt{24} + (5 - 3\pi)^0.$$

$$(2) (\sqrt{6} - 2\sqrt{3})^2 - (2\sqrt{5} - \sqrt{2})(2\sqrt{5} + \sqrt{2}).$$

【分析】(1) 将 $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ 分母有理化, 分子分母同乘以 $(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ 即可得 $(\sqrt{3} - \sqrt{2})$, 再按照运算法则依次计算即可;

(2) 按照乘法公式依次进行展开再进行计算即可.

【解答】解: (1) 原式 = $\frac{(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} + (\sqrt{2} - 1) + 4\sqrt{3} + 1,$

$$= \sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{2} - 1 + 4\sqrt{3} + 1,$$
$$= 5\sqrt{3};$$

$$(2) \text{原式} = 6 - 2\sqrt{6} \times 2\sqrt{3} + 12 - (20 - 2),$$
$$= 6 - 12\sqrt{2} + 12 - 20 + 2$$
$$= -12\sqrt{2}.$$

【点评】本题考查二次根式的混合运算, 牢固掌握好二次根式的混合运算法则以及能将乘法公式熟练应用于二次根式计算中是解题的关键.

4. (2021 秋•碑林区校级月考) 计算:

$$(1) \frac{\sqrt{50} \times \sqrt{32}}{\sqrt{8}} - 4;$$

$$(2) \frac{1}{\sqrt{2} - 1} + \sqrt{3}(\sqrt{3} - \sqrt{6}) + \sqrt{8};$$

$$(3) (7 + 4\sqrt{3})(7 - 4\sqrt{3}) - (2\sqrt{5} - 1)^2;$$

$$(4) (1 - \pi)^0 + |\sqrt{2} - \sqrt{3}| - \sqrt{12} + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-1}.$$

【分析】(1) 先化简, 再算乘除法即可;

(2) 先进行化简, 乘法的运算, 再进行加减运算即可;

(3) 利用平方差公式及完全平方公式进行运算较简便;

(4) 先算零指数幂, 绝对值, 二次根式的化简, 再进行加减运算即可.

【解答】解: (1) $\frac{\sqrt{50} \times \sqrt{32}}{\sqrt{8}} - 4$

$$= \frac{5\sqrt{2} \times 4\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} - 4$$

$$= 10\sqrt{2} - 4;$$

$$(2) \frac{1}{\sqrt{2}-1} + \sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{6}) + \sqrt{8}$$

$$= \sqrt{2} + 1 + 3 - 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$$

$$= 4;$$

$$(3) (7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3}) - (2\sqrt{5}-1)^2$$

$$= 49 - 48 - (20 - 4\sqrt{5} + 1)$$

$$= 49 - 48 - 20 + 4\sqrt{5} - 1$$

$$= -20 + 4\sqrt{5};$$

$$(4) (1-\pi)^0 + |\sqrt{2}-\sqrt{3}| - \sqrt{12} + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-1}$$

$$= 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} - 2\sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$= 1 - \sqrt{3}.$$

【点评】本题主要考查二次根式的混合运算，解答的关键是对相应的运算法则的掌握。

5. (2021 秋•双塔区校级期中) 计算:

$$(1) \sqrt{54} \times \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{12}.$$

$$(2) (2\sqrt{12} - 3\sqrt{\frac{1}{3}}) \times \sqrt{6}.$$

$$(3) \sqrt{40} - 10\sqrt{\frac{1}{10}} + \sqrt{10}.$$

$$(4) \frac{2\sqrt{12} + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} + (1 - \sqrt{3})^0.$$

$$(5) \sqrt{48} \div \sqrt{3} - \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{12} + \sqrt{24}.$$

$$(6) (1 - 2\sqrt{3})(1 + 2\sqrt{3}) + (1 + 2\sqrt{3})^2.$$

【分析】(1) 先计算二次根式的乘法，再算加法，即可解答；

(2) 先计算括号里二次根式的减法，再算括号外，即可解答；

(3) 先把每一个二次根式化成最简二次根式，然后再进行计算即可解答；

(4) 先计算二次根式的除法，再算加法，即可解答；

(5) 先计算二次根式的乘除法，再算加减法，即可解答；

(6) 利用平方差公式，完全平方公式进行计算即可解答.

【解答】解：(1) $\sqrt{54} \times \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{12}$

$$= \sqrt{27} + \sqrt{12}$$

$$= 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$$

$$= 5\sqrt{3};$$

$$(2) (2\sqrt{12} - 3\sqrt{\frac{1}{3}}) \times \sqrt{6}$$

$$= (4\sqrt{3} - \sqrt{3}) \times \sqrt{6}$$

$$= 3\sqrt{3} \times \sqrt{6}$$

$$= 9\sqrt{2};$$

$$(3) \sqrt{40} - 10\sqrt{\frac{1}{10}} + \sqrt{10}$$

$$= 2\sqrt{10} - \sqrt{10} + \sqrt{10}$$

$$= 2\sqrt{10};$$

$$(4) \frac{2\sqrt{12} + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} + (1 - \sqrt{3})^0$$

$$= \frac{4\sqrt{3} + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} + 1$$

$$= \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + 1$$

$$= 5 + 1$$

$$= 6;$$

$$(5) \sqrt{48} \div \sqrt{3} - \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{12} + \sqrt{24}$$

$$= \sqrt{16} - \sqrt{6} + 2\sqrt{6}$$

$$= 4 - \sqrt{6} + 2\sqrt{6}$$

$$= 4 + \sqrt{6};$$

$$(6) (1 - 2\sqrt{3})(1 + 2\sqrt{3}) + (1 + 2\sqrt{3})^2.$$

$$= 1 - 12 + 1 + 4\sqrt{3} + 12$$

$$= 2 + 4\sqrt{3}.$$

【点评】本题考查了二次根式的混合运算，分母有理化，平方差公式，零指数幂，准确熟练地进行计算是解题的关键.

6. (2020 秋•高新区校级月考) 计算下列各题:

$$(1) 4\sqrt{5} + \sqrt{45} - \sqrt{8} + 4\sqrt{2};$$

$$(2) (\sqrt{5}-3)^2 + (\sqrt{11}-3)(\sqrt{11}+3);$$

$$(3) \frac{2\sqrt{12} + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} + (1-\sqrt{3})^0;$$

$$(4) \sqrt{48} \div \sqrt{3} - \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{12} - \sqrt{24}.$$

【分析】(1) 先把二次根式化为最简二次根式，然后合并即可；

(2) 利用完全平方公式和平方差公式计算；

(3) 利用二次根式的除法法则和零指数幂的意义计算；

(4) 根据二次根式的乘除法则运算.

【解答】解：(1) 原式 $= 4\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$
 $= 7\sqrt{5} + 2\sqrt{2};$

(2) 原式 $= 5 - 6\sqrt{5} + 9 + 11 - 9$
 $= 16 - 6\sqrt{5};$

(3) 原式 $= 2\sqrt{\frac{12}{3}} + 1 + 1$
 $= 4 + 1 + 1$
 $= 6;$

(4) 原式 $= \sqrt{48 \div 3} - \sqrt{\frac{1}{2} \times 12} - 2\sqrt{6}$
 $= 4 - \sqrt{6} - 2\sqrt{6}$
 $= 4 - 3\sqrt{6}.$

【点评】本题考查了二次根式的混合运算：先把二次根式化为最简二次根式，然后进行二次根式的乘除运算，再合并即可. 在二次根式的混合运算中，如能结合题目特点，灵活运用二次根式的性质，选择恰当的解题途径，往往能事半功倍.

7. (2022•苏州模拟) 计算:

$$(1) \sqrt{27} - \sqrt{12} + \sqrt{\frac{1}{3}};$$

$$(2) (\sqrt{48}-\sqrt{75}) \times \sqrt{1\frac{1}{3}};$$

$$(3) (2\sqrt{3} + \sqrt{6})(2\sqrt{3} - \sqrt{6});$$

$$(4) \frac{2}{\sqrt{3}-1} + \sqrt{27} - (\sqrt{3}-1)^0.$$

【分析】(1) 先把各二次根式化为最简二次根式，然后合并即可；

(2) 先计算括号内二次根式的减法运算，然后再计算乘法即可；

(3) 利用平方差公式进行计算；

(4) 先把三部分分别进行分母有理化、化简、计算零指数幂，再进行加减法计算.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：(1) } & \sqrt{27} - \sqrt{12} + \sqrt{\frac{1}{3}} \\ &= 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} \\ &= \frac{4\sqrt{3}}{3}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & (\sqrt{48} - \sqrt{75}) \times \sqrt{1\frac{1}{3}} \\ &= (4\sqrt{3} - 5\sqrt{3}) \times \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} \\ &= -\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} \\ &= -2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) & (2\sqrt{3} + \sqrt{6})(2\sqrt{3} - \sqrt{6}) \\ &= (2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{6})^2 \\ &= 12 - 6 \\ &= 6; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) & \frac{2}{\sqrt{3}-1} + \sqrt{27} - (\sqrt{3}-1)^0 \\ &= \frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} + 3\sqrt{3} - 1 \\ &= \sqrt{3} + 1 + 3\sqrt{3} - 1 \\ &= 4\sqrt{3}. \end{aligned}$$

【点评】此题考查了二次根式的计算：先把各二次根式化为最简二次根式，再进行二次根式的乘除运算，然后合并同类二次根式. 在二次根式的混合运算中，如能结合题目特点，灵活运用二次根式的性质，选择恰当的解题途径.

8. 计算:

$$(1) (2\sqrt{12}-3\sqrt{\frac{1}{3}}) \times \sqrt{6}$$

$$(2) (\frac{\sqrt{8}}{2}-\sqrt{\frac{2}{5}})(5\sqrt{\frac{1}{2}}-\frac{1}{\sqrt{5}})$$

$$(3) (2\sqrt{5}+3\sqrt{2})(2\sqrt{5}-3\sqrt{2})$$

$$(4) (\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{5})(\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{5})$$

【分析】(1) 先用乘法的分配律进行计算，再合并同类二次根式；

(2) 先化简括号内各个根式，再进行二次根式乘法运算去括号计算便可；

(3) 运用平方差公式进行简便运算；

(4) 运用平方差和完全平方公式进行计算.

【解答】解：(1) 原式 = $4\sqrt{3} \times \sqrt{6} - \sqrt{3} \times \sqrt{6}$
 $= 12\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$;

(2) 原式 = $(\sqrt{2} - \frac{1}{5}\sqrt{10})(\frac{5}{2}\sqrt{2} - \frac{1}{5}\sqrt{5})$
 $= 5 - \frac{1}{5}\sqrt{10} - \sqrt{5} + \frac{1}{5}\sqrt{2}$;

(3) 原式 = $(2\sqrt{5})^2 - (3\sqrt{2})^2 = 20 - 18 = 2$;

(4) 原式 = $[\sqrt{3} + (\sqrt{2} + \sqrt{5})][\sqrt{3} - (\sqrt{2} + \sqrt{5})]$
 $= 3 - (\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 = 3 - (2 + 2\sqrt{10} + 5) = -4 - 2\sqrt{10}$.

【点评】本题是二次根式的计算题，主要考查了二次根式的运算，同时考查了乘法公式的应用. 是计算题，需要从快和准两方面加强基本功训练.

9. (2022 春•庄浪县期中) 计算:

$$(1) \sqrt{27} - 3\sqrt{12} + \sqrt{48};$$

$$(2) \sqrt{75} \div \sqrt{15} \times \sqrt{1\frac{3}{5}};$$

$$(3) (3\sqrt{20} - 2\sqrt{\frac{1}{5}}) \times \sqrt{5};$$

$$(4) (\sqrt{6} + \sqrt{2})(\sqrt{6} - \sqrt{2}) + (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2.$$

【分析】(1) 根据二次根式的加减运算法则即可求出答案.

(2) 根据二次根式的乘除运算法则即可求出答案.

(3) 根据乘法分配律即可取出答案.

(4) 根据平方差公式以及完全平方公式即可求出答案.

【解答】解：(1) 原式 $= 3\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 4\sqrt{3}$
 $= \sqrt{3}.$

(2) 原式 $= \sqrt{5} \times \sqrt{\frac{8}{5}}$
 $= \sqrt{8}$
 $= 2\sqrt{2}.$

(3) 原式 $= 3 \times \sqrt{20} \times \sqrt{5} - 2 \times \sqrt{\frac{1}{5}} \times \sqrt{5}$
 $= 3 \times 10 - 2$
 $= 30 - 2$
 $= 28.$

(4) 原式 $= 6 - 2 + (2 - 2\sqrt{6} + 3)$
 $= 4 + 5 - 2\sqrt{6}$
 $= 9 - 2\sqrt{6}.$

【点评】本题考查二次根式，解题的关键是熟练运用二次根式的运算法则，本题属于基础题型.

10. (2022 秋•方城县月考) 计算：

(1) $\sqrt{(-3)^2} \times (-1)^{2018} + \sqrt{8} \times \sqrt{12} - |2 - \sqrt{6}|;$

(2) $4\sqrt{2} \left(\sqrt{\frac{1}{8}} - \sqrt{6} \right) - \sqrt{48} \div \sqrt{3} + (\sqrt{3} + 1)^2.$

【分析】(1) 先利用二次根式的性质和二次根式的乘法法则运算，然后去绝对值后合并即可；

(2) 先根据二次根式的乘法法则和完全平方公式计算，然后合并即可.

【解答】解：(1) $\sqrt{(-3)^2} \times (-1)^{2018} + \sqrt{8} \times \sqrt{12} - |2 - \sqrt{6}|$
 $= 3 \times 1 + 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} - (\sqrt{6} - 2)$
 $= 3 + 4\sqrt{6} - \sqrt{6} + 2$
 $= 5 + 3\sqrt{6};$

(2) $4\sqrt{2} \left(\sqrt{\frac{1}{8}} - \sqrt{6} \right) - \sqrt{48} \div \sqrt{3} + (\sqrt{3} + 1)^2$
 $= 4\sqrt{2 \times \frac{1}{8}} - 4\sqrt{2} \times \sqrt{6} - 4\sqrt{3} \div \sqrt{3} + 3 + 1 + 2\sqrt{3}$

$$=2-8\sqrt{3}-4+4+2\sqrt{3}$$

$$=2-6\sqrt{3}.$$

【点评】本题主要考查了二次根式的混合运算，正确化简二次根式是解答本题的关键.

B 卷 能力提升卷

(限时 50 分钟，每题 10 分，满分 100 分)

11. (2022 秋·即墨区期末) 计算

$$(1) \frac{\sqrt{27} + \sqrt{12}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{3}}{\sqrt{2}};$$

$$(2) (\sqrt{3}-2)^2 - (\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1).$$

【分析】(1) 先化简，然后合并同类二次根式即可；

(2) 先根据完全平方公式和平方差公式将题目中的式子展开，然后合并同类项即可.

【解答】解：(1) $\frac{\sqrt{27} + \sqrt{12}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$$= \frac{3\sqrt{3} + 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \sqrt{9}$$

$$=5-3$$

$$=2;$$

$$(2) (\sqrt{3}-2)^2 - (\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)$$

$$=3-4\sqrt{3}+4-(2-1)$$

$$=3-4\sqrt{3}+4-1$$

$$=6-4\sqrt{3}.$$

【点评】本题考查二次根式的混合运算，熟练掌握运算法则是解答本题的关键，注意完全平方公式和平方差公式的应用.

12. (2022 秋·成县期中) (1) $\sqrt{48}-6\sqrt{\frac{1}{3}}+(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2);$

$$(2) (6\sqrt{2}-4\sqrt{6}) \div 2\sqrt{6} + (\sqrt{6}-2)^0.$$

【分析】(1) 直接化简二次根式，再利用平方差公式计算，进而得出答案；

(2) 直接利用二次根式的除法运算法则以及零指数幂的性质分别化简，进而得出答案.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/438127010064006127>