2023—2024学年高二第二学期期末检测

数学试卷

一、单项选择题（本大题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项符合要求）

1. 若集合 $P=\{x||x|<1\},Q=\{-1,0,1,2\}$，则 $P\cap Q=$（　　）

A. $\{0\}$　　B. $\{-1,0\}$　　C. $\{0,1\}$　　D. $\{-1,0,1\}$

【答案】A

【解析】

【分析】解不等式得到 P，然后求交集.

【详解】$P=\{x|-1<x<1\}$，所以 $P\cap Q=\{0\}$.

故选：A.

2. 已知一直线经过点 $A(2,3,2),B(-1,0,-1)$，下列向量中是该直线的方向向量的为（　　）

A. $\vec{a}=(-1,1,1)$　　B. $\vec{a}=(1,-1,1)$　　C. $\vec{a}=(1,1,-1)$　　D. $\vec{a}=(1,1,1)$

【答案】D

【解析】

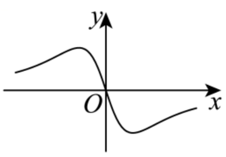
【分析】根据直线的方向向量与 $\overrightarrow{AB}$ 共线判断.

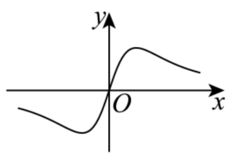
【详解】由题意得直线的方向向量与 $\overrightarrow{AB}=(-3,-3,-3)$ 共线，

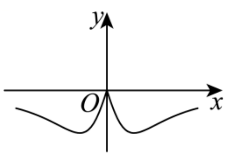
而 $(1,1,1)=-\dfrac{1}{3}(-3,-3,-3)$，所以 $\vec{a}=(1,1,1)$ 是该直线的方向向量.

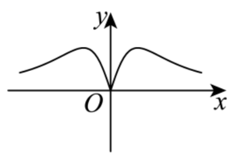
故选：D.

3. 函数 $f(x)=\dfrac{2x+\sin x}{x^2+1}$ 的大致图象为（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】B

【解析】

【分析】先判断函数的奇偶性，再根据函数值的大小，结合排除法进行排除即可.

【详解】根据题意，函数 $f\left(x\right)=\dfrac{2x+\sin x}{x^2+1}$，定义域为 **R**，

$f(-x)=\dfrac{-2x+\sin(-x)}{x^2+1}=\dfrac{12x-\sin x}{x^2+1}=-f(x)$，

则 $f\left(x\right)$ 是奇函数，图象关于原点对称，排除 CD，

又 $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{\pi+\sin\dfrac{\pi}{2}}{\left(\dfrac{\pi}{2}\right)^2+1}=\dfrac{4\left(\pi+1\right)}{\pi^2+4}>0$，排除 A.

故选：B.

4. 命题“$\exists x\in R,-x^2+ax-1>0$”是假命题，则实数 a 的取值范围是（　　）.

A. $\left(-\infty,2\right]$　　B. $\left(-2,2\right)$　　C. $\left[-2,2\right]$　　D. $\left[2,+\infty\right)$

【答案】C

【解析】

【分析】根据命题为假命题，则否命题为真命题，根据否命题列出不等式，求解即可.

【详解】因为“$\exists x\in R,-x^2+ax-1>0$”是假命题，

所以“$\forall x\in R,-x^2+ax-1\le 0$”是真命题，则 $a^2-4\le 0$，解得 $a\in[-2,2]$，

故选：C.

5. 已知 $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ 是三个不共面的向量，$\overrightarrow{AB}=\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k},\overrightarrow{AC}=3\vec{i}-\vec{j}-\vec{k},\overrightarrow{AD}=\lambda\vec{i}+2\vec{j}-6\vec{k}$，且 A,B,C,D 四点共面，则实数 λ 的值为（　　）.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

【答案】D

【解析】

【分析】根据空间共面向量定理设 $\overrightarrow{AD}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，再列方程组，解方程组即可求解.

【详解】因为 $\overrightarrow{AB}=\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k},\overrightarrow{AC}=3\vec{i}-\vec{j}-\vec{k},\overrightarrow{AD}=\lambda\vec{i}+2\vec{j}-6\vec{k}$，

且 A,B,C,D 四点共面，

由空间共面向量定理可知，存在实数 x,y 满足 $\overrightarrow{AD}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，

即 $\lambda\vec{i}+2\vec{j}-6\vec{k}=x\left(\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}\right)+y\left(3\vec{i}-\vec{j}-\vec{k}\right)$，

所以$\begin{cases}\lambda=x+3y\\2=-2x-y\\-6=2x-y\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=-2\\y=2\\\lambda=4\end{cases}$，所以$\lambda$的值为$4$.

故选：D.

6. 已知函数$f\left(x\right)=\begin{cases}2^x,x\le 0,\\x^{\frac{1}{2}},x>0,\end{cases}$则下列说法正确的是（　　）

A. $f\left(x\right)$是R上的增函数

B. $f\left(x\right)$的值域为$\left[0,+\infty\right)$

C. “$x>\frac{1}{4}$”是“$f\left(x\right)>\frac{1}{2}$”的充要条件

D. 若关于x的方程$f\left(x\right)=a$恰有一个实根，则$a>1$

【答案】D

【解析】

【分析】对于A，举例判断，对于B，先求出每一段的值域，再可求出函数的值域，对于C，由$f\left(x\right)>\frac{1}{2}$解不等式，再结合充要条件的定义分析判断，对于D，画出函数图象分析判断即可.

【详解】对于A，当$x=0$时，$2^0=1>0^{\frac{1}{2}}$，所以$f\left(x\right)$不是R上的增函数，所以A错误，

对于B，当$x\le 0$时，$0<2^x\le 1$，当$x>0$时，$x^{\frac{1}{2}}>0$，

所以$f\left(x\right)$的值域为$(0,+\infty)$，所以B错误，

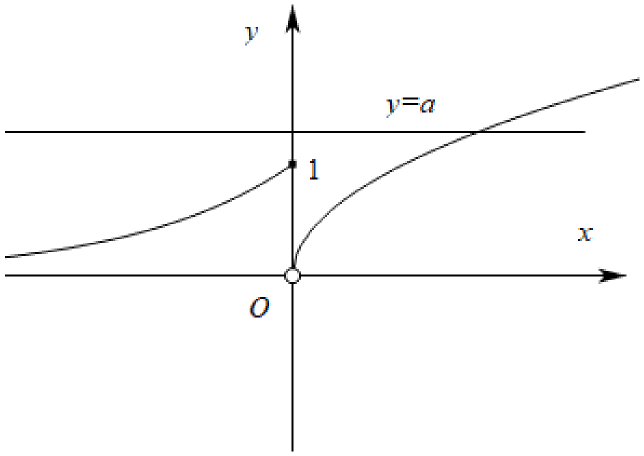
对于C，当$x\le 0$时，由$f\left(x\right)>\frac{1}{2}$，得$2^x>\frac{1}{2}$，解得$-1<x\le 0$，

当$x>0$时，由$f\left(x\right)>\frac{1}{2}$，得$x^{\frac{1}{2}}>\frac{1}{2}$，解得$x>\frac{1}{4}$，

综上，由$f\left(x\right)>\frac{1}{2}$，得$-1<x\le 0$，或$x>\frac{1}{4}$，

所以“$x>\frac{1}{4}$”是“$f\left(x\right)>\frac{1}{2}$”的充分不必要条件，所以C错误，

对于D，$f\left(x\right)$的图象如图所示，



由图可知当 $a>1$ 时，直线 $y=a$ 与 $y=f(x)$ 图象只有一个交点，

即关于 x 的方程 $f\left(x\right)=a$ 恰有一个实根，所以 D 正确，

故选：D

7. 五一劳动节放假 5 天，小王同学各花 1 个上午的时间游览茱萸湾风景区、双博馆，另外花 2 个下午的时间打篮球、1 个下午的时间踢足球，其余时间复习功课，这个五一劳动节小王同学的不同安排有（　　）种.

A. 300　　B. 600　　C. 900　　D. 1200

【答案】B

【解析】

【分析】分上午和下午分别计数，根据分步乘法原理求解.

【详解】先从 5 个上午中选两个去游览茱萸湾风景区、双博馆，有 A_5^2 种，

再从 5 个下午中选两个打篮球，选 1 个踢足球，有 $C_5^2C_3^1$ 种，

根据分步乘法原理，共有 $A_5^2C_5^2C_3^1=600$ 种.

故选：B

8. 若 $x=1$ 为函数 $f\left(x\right)=a\left(x-a\right)\left(x-1\right)^2$ 的极大值点，则实数 a 的取值范围为（　　）.

A. $a>1$　　B. $a<1$

C. $a<0$ 或 $a>1$　　D. $0<a<1$

【答案】C

【解析】

【分析】先求导函数，再分类讨论 $\dfrac{1+2a}{3}$,1 大小根据极值点求参数.

【详解】因为若 $x=1$ 为函数 $f\left(x\right)=a\left(x-a\right)\left(x-1\right)^2$ 的极大值点，

所以 $f'(x)=a(x-1)^2+2a(x-a)(x-1)=a(x-1)(3x-1-2a)$，

$f'(1)=0, f'\left(\frac{1+2a}{3}\right)=0$，

当 $a<0$，$\frac{1+2a}{3}<1, x\in\left(-\infty,\frac{1+2a}{3}\right), x\in(1,+\infty), f(x)$ 单调递减， $x\in\left(\frac{1+2a}{3},1\right), f(x)$ 单调递增，

所以 $x=1$ 是 $f(x)$ 的极大值点符合题意；

当 $a\geq 0$ 时，

当 $\frac{1+2a}{3}>1$ 即 $a>1$，$x\in(-\infty,1), x\in\left(\frac{1+2a}{3},+\infty\right), f(x)$ 单调递增, $x\in\left(1,\frac{1+2a}{3}\right), f(x)$ 单调递减，

所以 $x=1$ 是 $f(x)$ 的极大值点符合题意；

当 $\frac{1+2a}{3}<1$ 即 $0<a<1$，$x\in\left(-\infty,\frac{1+2a}{3}\right), x\in(1,+\infty), f(x)$ 单调递增, $x\in\left(\frac{1+2a}{3},1\right), f(x)$ 单调递减，

所以 $x=1$ 是 $f(x)$ 的极小值点不符合题意；

当 $\frac{1+2a}{3}=1$ 即 $a=1$，$f'(x)\geq 0, f(x)$ 单调递增,无极值点不符合题意.

故 $a<0$ 或 $a>1$.

故选：C.

二、多项选择题（本大题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分）

9. 下列说法正确的是（　　）.

A. 利用线性回归方法求出一组数据 $(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$ 的线性回归直线方程 $\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}x$，则这组数据确定的点中至少有一个在这条直线上

B. 在残差图中，残差点分布的水平带状区域越窄，说明模型的拟合精度越高

C. 若随机变量 X 服从二项分布 $B\left(4,\frac{1}{2}\right)$，则 X 的方差为 2

D. 若随机事件 A,B 满足 $P(A)>0, P(B|A)=P(B)$，则事件 A 与 B 相互独立

【答案】BD

【解析】

【分析】A 选项，根据线性回归直线的含义判断；B 选项，根据残差的含义判断；C

选项，根据二项分布方程的公式计算；D 选项，根据条件概率和乘法公式判断.

【详解】样本中心点在线性回归直线上，但这组数据确定的点不一定在线性回归直线上，故 A 错；

在残差图中，残差点分布的水平带状区域越窄，说明模拟的你和精度越高，故 B 正确；

$D\left(X\right)=4\times\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{1}{2}\right)=1$，故 C 错；

$P\left(B|A\right)=\frac{P\left(AB\right)}{P\left(A\right)}=P\left(B\right)$，则 $P\left(AB\right)=P\left(A\right)\cdot P\left(B\right)$，所以事件 A 与 B 相互独立，故 D 正确.

故选：BD.

10. 若 m,n 为正整数且 $n>m$，则下列等式中正确的是（　　）.

A. $\mathrm{C}_n^m=\mathrm{C}_n^{n-m}$

B. $\mathrm{C}_{n-1}^m+\mathrm{C}_{n-1}^{m-1}=\mathrm{C}_n^{m+1}$

C. $\mathrm{C}_n^m=\frac{\mathrm{A}_n^n}{\mathrm{A}_m^m\left(n-m\right)!}$

D. $\mathrm{C}_n^1+2\mathrm{C}_n^2+4\mathrm{C}_n^3+\cdots+2^{n-1}\mathrm{C}_n^n=\frac{3^n-1}{2}$

【答案】ACD

【解析】

【分析】根据组合数的性质判断 ABC 选项；根据二项式展开式判断 D 选项.

【详解】根据组合数的性质可知 AC 正确；

$\mathrm{C}_{n-1}^m+\mathrm{C}_{n-1}^{m-1}=\mathrm{C}_n^m$，故 B 错；

$\mathrm{C}_n^1+2\mathrm{C}_n^2+4\mathrm{C}_n^3+\cdots+2^{n-1}\mathrm{C}_n^n=\frac{\mathrm{C}_n^0+2\mathrm{C}_n^1+2^2\mathrm{C}_n^2+2^3\mathrm{C}_n^3+\cdots+2^n\mathrm{C}_n^n-1}{2}=\frac{\left(1+2\right)^n-1}{2}=\frac{3^n-1}{2}$，故 D 正确.

故选：ACD.

11. 棱长为 2 的菱形 $ABCD$ 中，$\angle BAD=60^\circ$，将 $\triangle ABD$ 沿 BD 折起，使顶点 A 至点 P，连接 PC，构成三棱锥 $P-BCD$.设二面角 $P-BD-C$ 的大小为 α，直线 PD 和直线 BC 所成角为 β.在折起的过程中，下列说法正确的是（　　）.

A. 任取三棱锥 $P-BCD$ 中的三条棱，它们共面的概率为 0.2

B. 存在一个位置，使 $PD\perp BC$

C. 当$\alpha=\dfrac{\pi}{3}$时，三棱锥$P-BCD$的外接球的表面积为$\dfrac{28\pi}{3}$

D. 当$\alpha\in\left[\dfrac{\pi}{3},\dfrac{2\pi}{3}\right]$时，$\cos\beta$的最大值为$\dfrac{5}{8}$

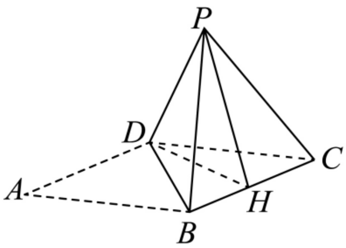
【答案】ABD

【解析】

【分析】对于A，利用古典概型的概率公式直接求解判断;当$PC=2$时，能证出$BC\perp$平面PDH，即能证出$PD\perp BC$.首先找出$\angle PEC$即为二面角的平面角，$\therefore\angle PEC=60^{\circ}$，在三棱锥$P-BCD$中通过提外心的方法求出外接球的半径；建系求解D选项即可.

【详解】任取三棱锥$P-BCD$中的三条棱，有$C_6^3=20$种，

其中共面一共有4种，故概率为$P=\dfrac{4}{20}=0.2$，故A对；

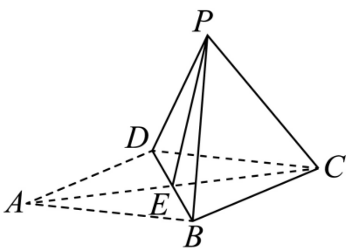


如图：若$PC=2$，则VPBC为等边三角形，取BC的中点H，

$\therefore BC\perp PH$，同理$BC\perp DH$，$DH\cap PH=H$，$DH,PH\subset$平面PDH，

所以$BC\perp$平面PDH，

Q $DP\subset$平面PDH，所以$PD\perp BC$.故B对.

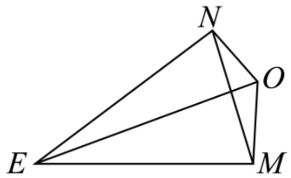


设ACI $BD=E$，连接PE，因为$\triangle PDB$与$\triangle DBC$都是等边三角形，

则有$DB\perp PE,DB\perp CE$，$\therefore\angle PEC$即为二面角的平面角，$\therefore\angle PEC=60^{\circ}$，

$\triangle PDB$与$\triangle DBC$的中心依次为N,M，设$OM\perp$平面BDC，$ON\perp$平面PBD

，则O为外接球的球心，



$EN=EM=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，$\angle NEM=60^{\circ}$，则四边形 $NEMO$ 外接圆的直径 EO 为 $\dfrac{NM}{\sin 60^{\circ}}=\dfrac{2}{3}=2r$，

$r=\dfrac{1}{3}$，在直角 $\triangle OEM$ 中，利用勾股定理得到 $OM=\sqrt{\left(\dfrac{2}{3}\right)^2-\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\dfrac{1}{3}$，

在 $VOMC$ 中，利用勾股定理得 $R=OC=\sqrt{\left(\dfrac{1}{3}\right)^2+\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{13}}{3}$，

外接球的表面积为 $\dfrac{52}{9}\pi$. 所以 C 错;

在点 E 处建系，EB 为 x 轴，EC 为 y 轴，则 $P\left(0,\sqrt{3}\cos\alpha,\sqrt{3}\sin\alpha\right)$，$D\left(-1,0,0\right)$，$B\left(1,0,0\right)$，$C\left(0,\sqrt{3},0\right)$，

$\overrightarrow{DP}=\left(1,\sqrt{3}\cos\alpha,\sqrt{3}\sin\alpha\right)$，$\overrightarrow{BC}=\left(-1,\sqrt{3},0\right)$，

则 $\cos\beta=\left|\dfrac{\overrightarrow{DP}\cdot\overrightarrow{BC}}{\left|\overrightarrow{DP}\right|\cdot\left|\overrightarrow{BC}\right|}\right|=\left|\dfrac{3\cos\alpha-1}{2\times2}\right|=\left|\dfrac{3\cos\alpha-1}{4}\right|$，

$\alpha\in\left[\dfrac{\pi}{3},\dfrac{2\pi}{3}\right]$，$\cos\alpha\in\left[-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right]$，则 $\cos\beta\in\left[0,\dfrac{5}{8}\right]$，

$\therefore\cos\beta$ 的最大值为 $\dfrac{5}{8}$，故 D 对.

故选：ABD.

三、填空题（本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分）

12. 设随机变量 X 服从正态分布 $N\left(0,\sigma^2\right)$，若 $P(X>1)=0.3$，则 $P(-1<X<0)=$__________.

【答案】0.2

【解析】

【分析】根据正态分布的性质计算可得.

【详解】随机变量 X 服从正态分布 $N\left(0,\sigma^2\right)$，正态曲线的对称轴 $\mu=0$，有 $P(X<0)=0.5$，

由 $P(X<-1)=P(X>1)=0.3$，则 $P(-1<X<0)=0.5-0.3=0.2$.

故答案为：0.2

13. 将某保护区分为面积大小相近的多个区域，用简单随机抽样的方法抽取其中 6 个区域，统计这些区域内的某种水源指标 x_i 和某植物分布的数量 $y_i\left(i=1,2,\ldots,6\right)$，得到样本 $\left(x_i,y_i\right)$，且其相关系数 $r=\frac{15}{16}$，记 y 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}x$.经计算可知：$\overline{x}=9,\sum_{i=1}^{6}x_i^2=550,\sum_{i=1}^{6}\left(y_i-\overline{y}\right)^2=256$，则 $\hat{b}=$________.

参考公式：$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)\left(y_i-\overline{y}\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2},r=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)\left(y_i-\overline{y}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}\cdot\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\overline{y}\right)^2}}$.

【答案】$\frac{15}{8}$##1.875

【解析】

【分析】根据参考数据及公式先利用相关系数求出 $\sum_{i=1}^{6}\left(x_i-\overline{x}\right)\left(y_i-\overline{y}\right)$，再求 $\hat{b}$ 即可.

【详解】因为 $\overline{x}=9,\sum_{i=1}^{6}x_i^2=550$，

所以 $\sum_{i=1}^{6}\left(x_i-\overline{x}\right)^2=\sum_{i=1}^{6}x_i^2-6\overline{x}^2=550-6\times 9^2=64$，

由 $r=\frac{\sum_{i=1}^{6}\left(x_i-\overline{x}\right)\left(y_i-\overline{y}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{6}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}\cdot\sqrt{\sum_{i=1}^{6}\left(y_i-\overline{y}\right)^2}}=\frac{\sum_{i=1}^{6}\left(x_i-\overline{x}\right)\left(y_i-\overline{y}\right)}{\sqrt{64}\times\sqrt{256}}=\frac{15}{16}$，

解得 $\sum_{i=1}^{6}\left(x_i-\overline{x}\right)\left(y_i-\overline{y}\right)=120$，

所以 $\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{6}\left(x_i-\overline{x}\right)\left(y_i-\overline{y}\right)}{\sum_{i=1}^{6}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}=\frac{120}{64}=\frac{15}{8}$.

故答案为：$\frac{15}{8}$

14. 定义域为 R 的函数 $f\left(x\right)$ 满足 $f\left(x+y\right)+f\left(x-y\right)=2f\left(x\right)f\left(1-y\right),f\left(0\right)=0,f\left(1\right)=1$，且 $x\in\left(0,2\right)$ 时，$f\left(x\right)>0$，则 $f\left(3\right)=$________，$\sum_{k=0}^{2024}f\left(\frac{k-1}{2}\right)=$________.

【答案】 ①. -1 ②. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

【解析】

【分析】令 $x=y=1$，求出 $f(1)$，令 $x=2,y=1$，求出 $f(3)$，令 $x=y=\frac{1}{2}$，求出 $f\left(\frac{1}{2}\right)$，令 $y=1$，可求出函数的周期，令 $x=1$，可得 $f(1+x)=f(1-x)$，再根据函数的周期性即可求出 $\sum_{k=0}^{2024} f\left(\frac{k-1}{2}\right)$.

【详解】由 $f(x+y)+f(x-y)=2f(x)f(1-y), f(0)=0, f(1)=1$，

令 $x=y=1$，则 $f(2)+f(0)=2f(1)f(0)$，所以 $f(2)=0$，

令 $x=2,y=1$，则 $f(3)+f(1)=2f(2)f(0)$，所以 $f(3)=-1$，

令 $y=1$，则 $f(x+1)+f(x-1)=2f(x)f(0)=0$，

即 $f(x+1)=-f(x-1)$，即 $f(x+2)=-f(x)$，

所以 $f(x+4)=-f(x+2)=f(x)$，

所以函数 $f(x)$ 是以 4 为周期的周期函数，

令 $x=y=\frac{1}{2}$，则 $f(1)+f(0)=2\left[f\left(\frac{1}{2}\right)\right]^2$，即 $\left[f\left(\frac{1}{2}\right)\right]^2=\frac{1}{2}$，

又 $x\in(0,2)$ 时，$f(x)>0$，所以 $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

令 $x=1$，则 $f(1+y)+f(1-y)=2f(x)f(0)=0$，

所以 $f(1+x)=f(1-x)$，即 $f(x+2)=f(-x)$，

所以 $f(-x)=-f(x)$，

则 $f\left(-\frac{1}{2}\right)=-f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$，

由 $f(x+2)=-f(x)$，得 $f\left(\frac{5}{2}\right)=-f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$，

由 $f(x+2)=f(-x)$，得 $f\left(\frac{3}{2}\right)=f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

所以$\sum_{k=0}^{2024} f\left(\frac{k-1}{2}\right)$

$=506\left[f\left(-\frac{1}{2}\right)+f(0)+f\left(\frac{1}{2}\right)+f(1)+f\left(\frac{3}{2}\right)+f(2)+f\left(\frac{5}{2}\right)+f(3)\right]+f\left(-\frac{1}{2}\right)$

$=506\times\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}+0+\frac{\sqrt{2}}{2}+1+\frac{\sqrt{2}}{2}+0-\frac{\sqrt{2}}{2}-1\right)-\frac{\sqrt{2}}{2}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

故答案为：-1；$-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

【点睛】关键点点睛：本题解题关键是采用赋值法结合已知条件得到函数$f(x)$的周期性.

四、解答题（本大题共 5 小题，共 77 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

15. 已知集合$A=\left\{x\left|\left(\frac{1}{2}\right)^x<2\right.\right\}, B=\left\{x\mid \log_2 x>1\right\}$.

（1）求$A\cup B$；

（2）若实数$a>0$，集合$C=\left\{x\mid x^2-3ax+2a^2<0\right\}$，且“$x\in B$”是“$x\in C$”的必要条件，求$a$的取值范围.

【答案】（1）$(-1,+\infty)$

（2）$[2,+\infty)$

【解析】

【分析】（1）根据题意先求集合A,B，再根据并集运算求解；

（2）先求集合 C，由必要条件可知$C\subseteq B$，根据包含关系分析求解.

【小问 1 详解】

因为$\left(\frac{1}{2}\right)^x<2=\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$，解得$x>-1$，即$A=(-1,+\infty)$；

又因为$\log_2 x>1=\log_2 2$，解得$x>2$，即$B=(2,+\infty)$；

所以$A\cup B=(-1,+\infty)$.

【小问 2 详解】

因为$x^2-3ax+2a^2=(x-a)(x-2a)<0$，且$a>0$，可知$a<2a$，

解得$a<x<2a$，即$C=(a,2a)$，